

Irvin Krimm  
Mario Ionescu  
Ion Motz  
Gheorghe Titz

# mutatoare

## aplicații



editura tehnica și științelor  
București - 1988

MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI ÎNVAȚĂMINTULUI

Prof. dr. ing. Árpád Kelemen

Șef lucr. ing. Maria Imecs

Conf. dr. Ing. Ion Matlac

Șef lucr. dr. ing. Georg Titz

# **mutatoare**

## **aplicații**

---



EDITURA DIDACTICĂ ȘI PEDAGOGICĂ, BUCUREȘTI

## PREFAȚĂ

*Documentele Congresului al XII-lea al Partidului Comunist Român prevăd afirmarea revoluției tehnico-științifice în toate domeniile de activitate și creșterea rolului științei în modernizarea economiei naționale. Se va pune un deosebit accent pe asimilarea de noi produse cu caracteristici superioare, generalizarea automatizării producției și introducerea de noi tehnologii avansate în toate ramurile producției.*

*În cadrul acestei dezvoltări, un rol deosebit de important revine electronicii, ca element de bază al modernizării industriei.*

*Prin exemplele tratate, lucrarea va aduce o contribuție la introducerea electronicii de putere în sistemele de automatizare prezentând metode de calcul și de proiectare. Aplicațiile și problemele din această carte completează manualul „Mutatoare” apărut în 1979 la Editura Didactică și Pedagogică București. S-a încercat să se păstreze structura cursului, cu aplicații specifice acestuia.*

*Lucrarea constă din patru capitole. Capitolul 1 cuprinde calculul circuitelor simple cu elemente de comutație statică, punind în evidență fenomenele fizice care au loc în convertoare în timpul funcționării. Capitolul 2 este destinat convertoarelor cu comutație naturală și fără comutație, cum sînt redresoarele și invertoarele. Capitolul 3 se ocupă de convertoarele cu comutație forțată: variatoare de c.c., redresoare și invertoare cu comutație forțată. Acest capitol mai conține un paragraf în care sînt tratate acționările cu motoare c.c. alimentate de variatoare de mai multe cadrane. Capitolul 5 este destinat unor metode de tratare a convertoarelor pe calculator numeric utilizînd metoda topologică a circuitelor și metoda ecuațiilor de stare a fazorilor spațiali.*

*Lucrarea are o anexă compusă din date de catalog ale diferitelor semiconductoare fabricate în țară. Cuprinde tabele pentru calcule uzuale mai dificile și descrierea sumară a unor metode din matematică și electrotehnică, des aplicate în calculul convertoarelor.*

*Lucrarea se adresează în primul rând studenților facultăților de electro-tehnică, electronică și automatică, precum și unui cerc larg de cititori electrotehniști, inginerilor din domeniul cercetării și proiectării.*

*Autorii își exprimă speranța, că specialiștii vor primi cu interes culegerea de probleme de mutatoare, mai ales că în acest domeniu în ultimii ani nu a apărut în literatura de specialitate nici o lucrare cu caracter aplicativ.*

AUTORII



## CUPRINS

Prefață . . . . .	3
1. CIRCUITE ELECTRICE CU DISPOZITIVE SEMICONDUCTOARE . . . . .	7
1.1. Circuite cu elemente semiconductoare fără comutație și cu comutație naturală . . . . .	7
1.1.1. Sarcină rezistivă . . . . .	8
1.1.2. Sarcină inductivă . . . . .	16
1.1.3. Sarcină rezistiv-inductivă . . . . .	22
1.1.4. Sarcină inductivă cu diodă de fugă . . . . .	35
1.1.5. Sarcină capacitivă . . . . .	55
1.1.6. Sarcină cu condensator de filtraj . . . . .	60
1.1.7. Sarcină rezistivă cu tensiune electromotoare . . . . .	70
1.1.8. Sarcină inductivă cu tensiune electromotoare . . . . .	84
1.1.9. Sarcină rezistiv-inductivă cu tensiune electromotoare . . . . .	94
1.2. Circuite cu elemente semiconductoare cu comutație forțată . . . . .	109
1.2.1. Sarcină rezistivă . . . . .	110
1.2.2. Sarcină capacitivă . . . . .	112
1.2.3. Sarcină inductivă . . . . .	117
2. CONVERTOARE CU COMUTAȚIE NATURALĂ (EXTERNĂ) . . . . .	125
2.1. Redresoare și invertoare cu comutație de la rețea . . . . .	125
2.1.1. Tehnica redresării . . . . .	126
2.1.2. Redresoare monofazate monoalternanță . . . . .	133
2.1.3. Redresoare monofazate cu punct median . . . . .	146
2.1.4. Redresoare monofazate în punte . . . . .	154
2.1.5. Redresoare trifazate în stea . . . . .	172
2.1.6. Redresoare trifazate în punte . . . . .	187
2.2. Invertoare cu comutație de la sarcină . . . . .	190
2.2.1. Invertoare cu circuit oscilant serie . . . . .	191
3. CONVERTOARE CU COMUTAȚIE FORȚATĂ (PROPRIE) . . . . .	202
3.1. Variatoare de tensiune continuă . . . . .	202
3.1.1. Variatorul de tensiune continuă cu impuls ideal . . . . .	203

3.1.2. Solicitățile dispozitivelor semiconductoare în circuite simple de c.c. . .	209
3.1.3. Variatoare cu circuitul de blocare paralel cu tiristorul principal. . .	213
3.1.4. Variatoare cu circuit de blocare paralel cu sarcină . . . . .	240
3.1.5. Filtre . . . . .	247
3.2. Reglarea prin impulsuri a rezistențelor . . . . .	250
3.2.1. Schema de comandă paralel . . . . .	250
3.2.2. Schema de comandă serie . . . . .	252
3.3. Acționări cu motoare de c.c. alimentate de la variatoare de tensiune continuă	255
3.3.1. Variatoare de tensiune continuă de un cadran . . . . .	255
3.3.2. Variatoare de tensiune continuă de două cadrane . . . . .	282
3.3.3. Variatoare de tensiune continuă de patru cadrane . . . . .	296
3.4. Invertoare cu comutație forțată . . . . .	311
3.4.1. Invertoare cu sarcină inductiv -- rezistivă . . . . .	314
4. SIMULAREA NUMERICĂ A CIRCUITELOR ELECTRICE CU TIRISTOARE	322
4.1. Program FORTRAN pentru calculul matricei secțiunilor asociată unui circuit electric . . . . .	322
4.1.1. Prezentarea programului METTØP1 . . . . .	323
4.1.2. Utilizarea programului METTØP1 . . . . .	325
4.2. Metoda fazorilor spațiali la modelarea unui convertor de frecvență cu circuit intermediar de curent continuu. . . . .	341
4.2.1. Modelarea redresorului trifazat în punte comandată . . . . .	342
4.2.2. Modelarea inverterului în punte trifazată cu comutație autonomă . .	344
4.2.3. Modelarea circuitului intermediar de curent continuu . . . . .	365
4.2.4. Simularea sistemului convertor-motor . . . . .	369
ANEXE . . . . .	370
A.1. Descompunerea în serie de armonice (serie Fourier) . . . . .	370
A.2. Regimul tranzitoriu în circuite RLC serie . . . . .	374
A.3. Fazori spațiali . . . . .	377
A.4. Date de catalog . . . . .	379
BIBLIOGRAFIE . . . . .	397

# 1. CIRCUITE ELECTRICE CU DISPOZITIVE SEMICONDUCTOARE

Acest capitol tratează o serie de circuite electrice mai simple care conțin dispozitive semiconductoare, cum sînt : diode, tiristoare și tranzistoare de putere etc. Calculul acestor circuite necesită anumite metode specifice electronicii de putere. Se introduc noțiuni noi și definiții care vor constitui terminologia de bază pentru capitolele următoare. Se pune accent pe sensul fizic al fenomenelor, pentru a ușura aplicarea metodelor de modelare numerică a circuitelor cu dispozitive semiconductoare și se scot în evidență modificările topologice datorite prezenței dispozitivelor semiconductoare în circuit. Pentru înțelegerea acestui capitol sînt necesare unele cunoștințe de electrotehnică și de dispozitive semiconductoare (v. anexele A1 și A2).

## 1.1. CIRCUITE CU ELEMENTE SEMICONDUCTOARE FĂRĂ COMUTAȚIE ȘI CU COMUTAȚIE NATURALĂ

Se vor calcula unele circuite mai simple alimentate în curent alternativ, circuite care conțin dispozitive semiconductoare. În astfel de circuite, curentul care apare în regim permanent este o undă sinusoidală care, în general, mai conține și o componentă exponențială amortizată. Determinarea expresiei curentului conduce de multe ori la forme complicate, uneori chiar la ecuații transcendente care nu pot fi rezolvate analitic, în astfel de cazuri soluțiile fiind date sub formă grafică.

### 1.1.1. SARCINĂ REZISTIVĂ

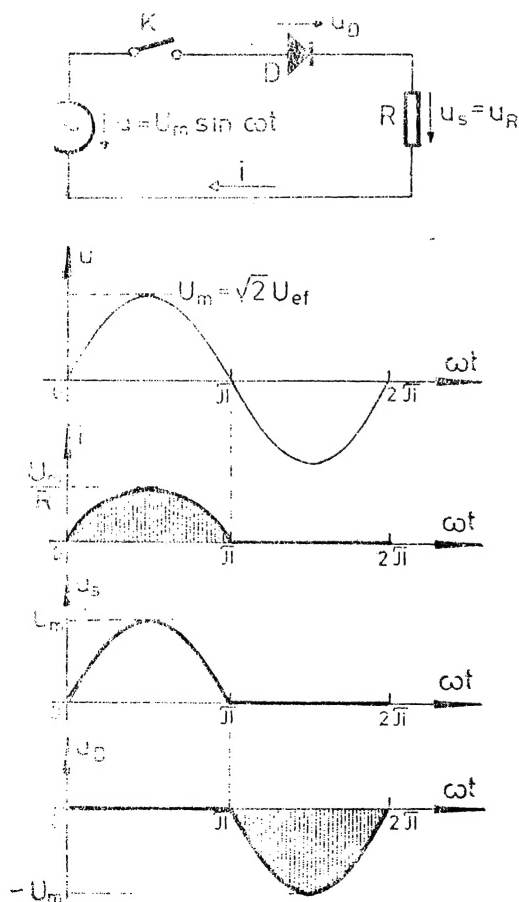
**Circuit cu diodă.** Circuitul din figura 1.1 este alimentată de la o sursă de tensiune alternativă:

$$u = U_m \sin \omega t = \sqrt{2} U_{ef} \sin \omega t, \quad (1.1)$$

sarcina fiind o rezistență  $R$ . În serie cu sarcina este conectată o diodă  $D$ . Dacă întreruptorul  $K$  se închide, prin circuit va apare curent, numai când dioda  $D$  este polarizată direct, adică:

$$i = \frac{u}{R} = \frac{U_m}{R} \sin \omega t, \text{ pentru } 0 < \omega t < \pi;$$

$$i = 0, \text{ pentru } \pi < \omega t < 2\pi. \quad (1.2)$$



Tensiunea sarcinii are valoarea medie:

$$U_{s \text{ med}} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} U_m \sin \omega t d(\omega t) =$$

$$= \frac{U_m}{\pi} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} U_{ef} \cong 0,45 U_{ef}, \quad (1.3)$$

și valoarea efectivă, conform relației (A. 1.9):

$$U_{s \text{ ef}} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} U_m^2 \sin^2 \omega t d(\omega t)} =$$

$$= \frac{U_m}{2} = \frac{U_{ef}}{\sqrt{2}} \cong 0,707 U_{ef}, \quad (1.4)$$

iar valoarea efectivă a componentelor alternative, conform relației (A.1.12) rezultă

$$U_s \sim = \sqrt{U_{s \text{ ef}}^2 - U_{s \text{ med}}^2} =$$

$$= U_{s \text{ med}} \sqrt{\frac{\pi^2}{4} - 1} \cong 1,211 U_{s \text{ med}}. \quad (1.5)$$

Fig. 1.1. Sarcină rezistivă alimentată de la o sursă de c.a. printr-o diodă în serie.

Factorul de formă a tensiunii sarcinii, conform relației (A.1.13) este :

$$k_{fu} = \frac{U_{s\ ef}}{U_{s\ med}} = \frac{\pi}{2} \cong 1,571 \quad (1.6)$$

și factorul de ondulație conform relației (A. 1. 14) rezultă :

$$k_{vu} = \frac{U_{s\sim}}{U_{s\ med}} = \frac{\sqrt{\pi^2 - 4}}{2} \cong 1,211. \quad (1.7)$$

Din relația (1.2) se poate vedea, că valoarea medie a curentului va fi :

$$I_{med} = \frac{U_{s\ med}}{R} = \frac{1}{\pi} \frac{U_m}{R} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{U_{ef}}{R}, \quad (1.8)$$

și valoarea efectivă :

$$I_{ef} = \frac{U_{s\ ef}}{R} = \frac{1}{2} \frac{U_m}{R} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{U_{ef}}{R}, \quad (1.9)$$

și rezultă factorul de formă, respectiv de ondulație a curentului egali cu cei ai tensiunii sarcinii :

$$k_{fi} = k_{fu} \cong 1,571, \quad (1.10.1)$$

$$k_{vi} = k_{vu} \cong 1,211. \quad (1.10.2)$$

Dacă se calculează amplitudinile armonicilor cu formulele (A. 1. 7) și (A. 1. 8), se obține :

$$U_{A1} = \frac{U_m}{\pi} \int_0^{\pi} \sin \omega t \cos \omega t \, d(\omega t) = 0; \quad (1.11.1)$$

$$U_{B1} = \frac{U_m}{\pi} \int_0^{\pi} \sin^2 \omega t \, d(\omega t) = \frac{U_m}{2}; \quad (1.11.2)$$

$$U_{An} = \frac{U_m}{\pi} \int_0^{\pi} \sin \omega t \cos n\omega t \, d(\omega t) = \begin{cases} -\frac{U_m}{\pi} \frac{2}{n^2 - 1}, & \text{pentru } n = 2, 4, 6 \dots \\ 0, & \text{pentru } n = 3, 5, 7 \dots \end{cases} \quad (1.11.3)$$

și

$$U_{Bn} = \frac{U_m}{\pi} \int_0^{\pi} \sin \omega t \sin n\omega t \, d(\omega t) = 0, \quad (1.11.4)$$

pentru  $n = 2, 3, 4, 5 \dots$

Se scrie tensiunea sarcinii conform relației (A. 1. 2) folosind și relația (1.3):

$$u_s = \frac{U_m}{\pi} \left[ 1 + \frac{\pi}{2} \sin \omega t - \frac{2}{3} \cos 2\omega t - \frac{2}{15} \cos 4\omega t - \frac{2}{35} \cos 6\omega t - \dots \right]. \quad (1.12)$$

Curentul poate fi obținut din relația (1.12), dacă se împarte  $u_s$  la rezistența de sarcină  $R$ .

**Circuit cu tiristor.** În figura 1.2 este reprezentat același circuit ca în figura 1.1, cu deosebirea că dioda s-a înlocuit cu tiristorul  $T$ . Curentul va

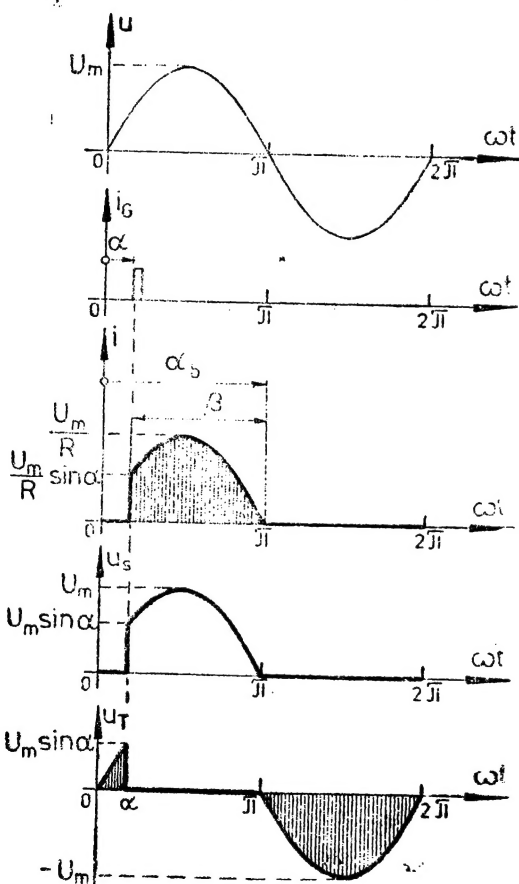
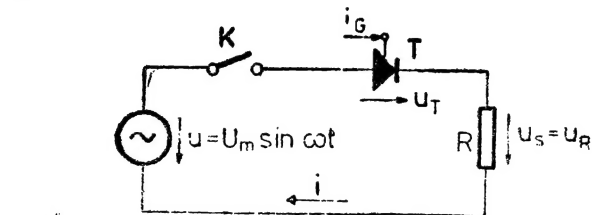


Fig. 1.2. Sarcină rezistivă alimentată de la o sursă c.a. printr-un tiristor în serie.

apare numai atunci, când se aplică impulsul de comandă pe grila tiristorului, adică la unghiul de comandă  $\alpha$ .

Fiind vorba de o sarcină pur rezistivă, curentul scade la zero împreună cu tensiunea sursei; la unghiul  $\alpha_b = \pi$  tiristorul se blochează, apoi este polarizat invers. Astfel, unghiul de conducție al dispozitivului semiconductor rezultă:

$$\beta = \alpha_b - \alpha = \pi - \alpha. \quad (1.13)$$

Curentul din circuit este nul în afară de  $\beta$  și este:

$$\begin{aligned} i &= \frac{U_m}{R} \sin \omega t = \\ &= \frac{\sqrt{2} U_{ef}}{R} \sin \omega t \end{aligned}$$

pentru  $\alpha < \omega t < \pi$ .

Valoarea medie a tensiunii sarcinii se calculează cu relația:

$$\begin{aligned} U_{s \text{ med}} &= \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi U_m \sin \omega t d(\omega t) = \\ &= U_m \frac{1 + \cos \alpha}{2\pi}, \quad (1.14) \end{aligned}$$

și a curentului:

$$I_{med} = \frac{U_{s \text{ med}}}{R} = \frac{U_m}{R} \frac{1 + \cos \alpha}{2\pi}.$$

$$(1.15)$$

Valoarea efectivă a tensiunii pe rezistență este :

$$U_{sef} = U_m \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{\alpha}^{\pi} \sin^2 \omega t \, d(\omega t)} =$$

$$= \frac{U_m}{2} \sqrt{1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{\sin 2\alpha}{2\pi}}, \quad (1.16)$$

și a curentului

$$I_{ef} = \frac{U_{sef}}{R} = \frac{U_m}{2R} \sqrt{1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{\sin 2\alpha}{2\pi}}. \quad (1.17)$$

Factorul de formă rezultă :

$$k_{fu} = k_{fi} = \frac{U_{sef}}{U_{med}} = \frac{\pi \sqrt{1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{\sin 2\alpha}{2\pi}}}{1 + \cos \alpha}, \quad (1.18)$$

iar factorul de ondulație poate fi calculat cu formula (A. 1. 15).

Dacă se raportează tensiunile la  $U_m$  și curenții la  $U_m/R$ , se obțin aceste mărimi în unități relative :

$$U_{med}^* = \frac{U_{med}}{U_m} \quad \text{și} \quad U_{sef}^* = \frac{U_{sef}}{U_m}, \quad (1.19)$$

respectiv

$$I_{med}^* = \frac{I_{med}}{U_m/R} \quad (1.20)$$

și

$$I_{ef}^* = \frac{I_{ef}}{U_m/R}. \quad (1.21)$$

Amplitudinile armonicilor de tensiune se calculează cu formulele (A. 1. 7) și (A. 1. 8). Pentru armonica fundamentală se obține :

$$U_{A1} = \frac{U_m}{\pi} \int_{\alpha}^{\pi} \sin \omega t \cos \omega t \, d(\omega t) = \frac{U_m}{\pi} \frac{\cos 2\alpha - 1}{4}; \quad (1.22.1)$$

$$U_{B1} = \frac{U_m}{\pi} \int_{\alpha}^{\pi} \sin^2 \omega t \, d(\omega t) = \frac{U_m}{\pi} \left[ \frac{\pi - \alpha}{2} + \frac{\sin 2\alpha}{4} \right]; \quad (1.22.2)$$



iar pentru armonicile superioare se obțin:

$$U_{A_n} = \frac{U_m}{\pi} \int_{\alpha}^{\pi} \sin \omega t \cos n\omega t d(\omega t) =$$

$$= \frac{U_m}{\pi} \frac{1}{n^2 - 1} \left[ \cos(n-1)\pi + \frac{(n-1)\cos(n+1)\alpha - (n+1)\cos(n-1)\alpha}{2} \right]; \quad (1.22.3)$$

$$U_{B_n} = \frac{U_m}{\pi} \int_{\alpha}^{\pi} \sin \omega t \sin n\omega t d(\omega t) =$$

$$= \frac{U_m}{\pi} \frac{1}{n^2 - 1} \frac{(n-1)\sin(n+1)\alpha - (n+1)\sin(n-1)\alpha}{2}. \quad (1.22.4)$$

Sarcina fiind pur rezistivă, armonicile curentului se obțin din aceste relații prin împărțire cu  $R$ .

**Problema 1.1.1.1.** O sarcină rezistivă  $R = 10 \Omega$  este alimentată de la o sursă de tensiune alternativă cu valoare efectivă  $U_{ef} = 220 \text{ V}$  și frecvență de 50 Hz, în serie cu sarcina fiind montat un dispozitiv semiconductor.

a. Să se calculeze valoarea medie și efectivă a tensiunii, respectiv a curentului sarcinii, în cazul cînd dispozitivul este o diodă (fig. 1.1) și în cazul cînd este un tiristor (fig. 1.2) comandat la unghiul  $\alpha = 60^\circ$ .

b. Să se compare factorii de formă și de ondulație în cele două cazuri.

c. Să se determine unghiul de comandă  $\alpha_1$  a tiristorului pentru care  $U_{med}$  este redus cu 50%.

d. Să se determine unghiul de comandă  $\alpha_2$  a tiristorului pentru care  $U_{ef}$  este redus de 50% și să se compare cu rezultatul de la punctul c).

e. Să se calculeze armonicile tensiunii sarcinii pentru circuitul cu diodă și pentru circuitul cu tiristor la  $\alpha = 60^\circ$ ;

f. Să se determine unghiul de comandă  $\alpha$  a tiristorului, astfel încît armonica de ordinul al treilea a tensiunii sarcinii să fie maximă și astfel încît să se anuleze.

#### Rezolvare

a. Din datele problemei rezultă expresia valorii instantanee a tensiunii:

$$u = \sqrt{2} \cdot 220 \cdot \sin 100 \pi t \quad [\text{V}], \quad (1.23.1)$$

cu valoarea maximă:

$$U_m = \sqrt{2} \cdot 220 \cong 311 \text{ V} \quad (1.23.2)$$

și pulsația tensiunii:

$$\omega = 2\pi f = 100 \pi \text{ [rad/s]}. \quad (1.23.3)$$

Valoarea medie a tensiunii se calculează din relația (1.14) înlocuind  $\alpha$  cu  $60^\circ = \pi/3$  rad pentru circuitul cu tiristor și cu  $0^\circ$  pentru circuitul cu diodă :

$$U_{s\ med}^T = 311 \frac{1 + \cos 60^\circ}{2\pi} \cong 74,25 \text{ V}$$

$$U_{s\ med}^D = \frac{311}{\pi} \cong 99,03 \text{ V.}$$

Valoarea efectivă a tensiunii rezultă din relația (1.16) :

$$U_{s\ ef}^T = \frac{311}{2} \sqrt{1 - \frac{1}{3} + \frac{\sin 120^\circ}{2\pi}} \cong 139,5 \text{ V}$$

$$U_{s\ ef}^D = \frac{311}{2} = 155,5 \text{ V.}$$

Curenții se calculează împărțind cu  $R = 10 \ \Omega$ , obținându-se :

$$I_{med}^T = \frac{U_{s\ med}^T}{R} = \frac{74,25}{10} \cong 7,43 \text{ A}$$

$$I_{med}^D = \frac{U_{s\ med}^D}{R} = \frac{99,03}{10} \cong 9,9 \text{ A}$$

$$I_{ef}^T = \frac{U_{s\ ef}^T}{R} = \frac{139,5}{10} \cong 14 \text{ A}$$

$$I_{ef}^D = \frac{U_{s\ ef}^D}{R} = \frac{155,5}{10} \cong 15,6 \text{ A.}$$

Se poate calcula reducerea tensiunii medii și tensiunii efective în cazul cînd  $\alpha = 60^\circ$  față de valoarea maximă care poate fi obținută cu diodă sau la  $\alpha = 0$  :

$$\Delta U_{s\ med}^{\%} = \frac{U_{s\ med}^D - U_{s\ med}^T}{U_{s\ med}^D} 100 \quad [\%] \quad (1.24.1)$$

$$\Delta U_{s\ med}^{\%} = \frac{99,03 - 74,25}{99,03} 100 \cong 25\%$$

$$\Delta U_{s\ ef}^{\%} = \frac{U_{s\ ef}^D - U_{s\ ef}^T}{U_{s\ ef}^D} 100 \quad [\%] \quad (1.24.2)$$

$$\Delta U_{s\ ef}^{\%} = \frac{155,5 - 139,5}{155,5} 100 \cong 10\%.$$

**b.** Factorii de formă pentru tensiune și curent sînt egali și se determină din relațiile (1.18) și (1.6).

$$k_f^T = \frac{139,5}{74,25} \cong 1,88; \quad k_f^D \cong 1,57.$$

Factorii de ondulație pentru tensiune și curent sînt de asemenea egali și se determină din relațiile (A.1.15) și (1.7) :

$$\bar{k}_v^T = \sqrt{(k_f^T)^2 - 1} = \sqrt{1,88^2 - 1} \cong 1,59; \quad k_v^D = 1,21.$$

c. Pentru a reduce  $U_{s\ med}$  cu 50%, se va deduce din relația :

$$\Delta U_{s\ med}^* = \frac{U_{s\ med}^D - U_{s\ med}^T}{U_{s\ med}^D} = k_1 \quad (1.25.1)$$

dependența factorului  $k_1$  de  $\alpha$ , înlocuind  $U_{s\ med}^D$  și  $U_{s\ med}^T$  cu expresiile din relațiile (1.3) și (1.14). Astfel se obține :

$$\left( \frac{U_m}{\pi} - \frac{U_m}{\pi} \frac{1 + \cos \alpha}{5} \right) : \frac{U_m}{\pi} = 1 - \frac{1 + \cos \alpha}{2} = k_1$$

adică :

$$\cos \alpha = 1 - 2k_1. \quad (1.25.2)$$

Înlocuind  $k_1 = 0,5$  și ținînd seama de faptul că  $\alpha$  trebuie să fie cuprins în intervalul  $(0^\circ \dots 180^\circ)$  se obține :

$$\alpha_1 = \arccos 0 = 90^\circ.$$

d. Pentru a calcula  $\alpha_2$ , la care se obține  $U_{s\ ef}$  redus cu 50%, se procedează asemănător ca la punctul c). Se scrie relația :

$$\Delta U_{s\ ef}^* = \frac{U_{s\ ef}^D - U_{s\ ef}^T}{U_{s\ ef}^D} = k_2, \quad (1.26.1)$$

ținînd seama de relațiile (1.4) și (1.16) se obține :

$$\left( \frac{U_m}{2} - \frac{U_m}{2} \sqrt{1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{\sin 2\alpha}{2\pi}} \right) : \frac{U_m}{2} = 1 - \sqrt{1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{\sin 2\alpha}{2\pi}} = k_2.$$

Ridicînd la pătrat ambii membri ai ecuației, se ajunge la ecuația transcendentă :

$$\alpha - \sin 2\alpha = \pi k_2(2 - k_2), \quad (1.26.2)$$

care are soluția pentru  $k_2 = 0,5$  :

$$\alpha_2 \cong 105^\circ = 1,83 \text{ rad.}$$

Se poate observa că pentru reducerea cu același procentaj a tensiunii medii rezultă un unghi de comandă mai mic decît în cazul reducerii tensiunii efective.

e. Pentru calculul armonicilor tensiunii sarcinii, în cazul circuitului cu diodă, se utilizează relațiile (1.11.1)–(1.11.4), iar în cazul circuitului cu tiristor, relațiile (1.22.1)–(1.22.4) în care  $\alpha = 60^\circ = \frac{\pi}{3} \text{ rad.}$

Calculînd pînă la armonica de ordinul 5, se poate întocmi tabelul 1.1.

Tabelul 1.1

	$\alpha = 0$	$\alpha = 60^\circ$	Funcția armonică
$U_{A1}$	0	$-0,119 U_m = -37,12 \text{ V}$	$\cos \omega t$
$U_{B1}$	$0,5 U_m = 155,5 \text{ V}$	$0,402 U_m = 125,1 \text{ V}$	$\sin \omega t$
$U_{A2}$	$-0,212 U_m = -66 \text{ V}$	$-0,238 U_m = -74,25 \text{ V}$	$\cos 2\omega t$
$U_{B2}$	0	$-0,138 U_m = -42,8 \text{ V}$	$\sin 2\omega t$
$U_{A3}$	0	$0,059 U_m = 18,56 \text{ V}$	$\cos 3\omega t$
$U_{B3}$	0	$-0,103 U_m = -32,17 \text{ V}$	$\sin 3\omega t$
$U_{A4}$	$-0,0424 U_m = -13,2 \text{ V}$	$0,0477 U_m = -14,85 \text{ V}$	$\cos 4\omega t$
$U_{B4}$	0	$-0,0275 U_m = -8,57 \text{ V}$	$\sin 4\omega t$
$U_{A5}$	0	$0,0596 U_m = 18,56 \text{ V}$	$\cos 5\omega t$
$U_{B5}$	0	$0,0344 U_m = 10,72 \text{ V}$	$\sin 5\omega t$

Adunînd funcțiile armonice de același ordin în cazul cînd  $\alpha = 60^\circ$  conform relațiilor (A.1.21)–(A.1.24) se obține:

$$u_1 = 130,5 \sin(\omega t - 16^\circ 31') \text{ [V]}$$

$$u_2 = -85,7 \cos(2\omega t - 29^\circ 59') \text{ [V]}$$

$$u_3 = -37,1 \sin(3\omega t - 29^\circ 59') \text{ [V]}$$

$$u_4 = 17,15 \cos(4\omega t + 29^\circ 59') \text{ [V]}$$

$$u_5 = 21,43 \sin(5\omega t + 59^\circ 59') \text{ [V]}.$$

În figura 1.3 s-au reprezentat armonicile calculate pentru ambele circuite. Se poate observa că, componența în armonici a tensiunii sarcinii (de asemenea și a curentului) este mult mai mare în cazul dispozitivului semiconductor comandat la un unghi  $\alpha \neq 0$ .

f. Amplitudinea armonicii de ordinul trei se poate calcula cu relația

$$U_3 = \sqrt{U_{A3}^2 + U_{B3}^2}, \quad (1.27)$$

în care  $U_{A3}$  și  $U_{B3}$  pot fi înlocuite cu expresiile (1.22.3) și (1.22.4) în care  $\alpha = 60^\circ$  și  $n = 3$ . Astfel se obține:

$$U_3 = \frac{U_m}{8\pi} \sqrt{(1 + \cos 4\alpha - 2 \cos 2\alpha)^2 + (\sin 4\alpha - 2 \sin 2\alpha)^2},$$

relație care poate fi adusă la o formă mai simplă

$$U_3 = \frac{U_m}{4\pi} (\cos 2\alpha - 1). \quad (1.28)$$

Ținînd seama de faptul că  $\alpha = 0^\circ \dots 180^\circ$ , expresia de mai sus are valoarea maximă pentru  $\cos 2\alpha = -1$ , adică  $\alpha = 90^\circ$  și minimă pentru  $\cos 2\alpha = 1$ , adică la  $\alpha = 0^\circ$ , respectiv  $\alpha = 180^\circ$ .

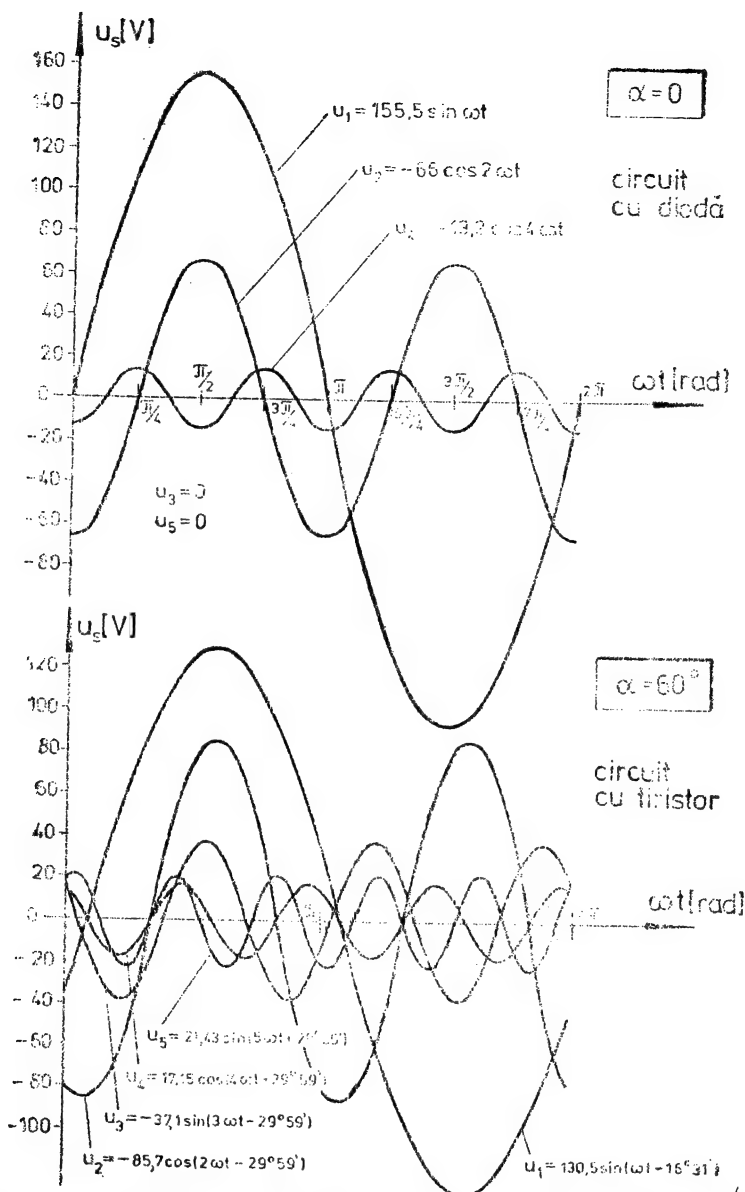


Fig. 1.3. Armonicele de tensiune care apar pe o rezistență de 10  $\Omega$  alimentată în c.a. de 50 Hz și tensiune efectivă de 220 V, dacă în circuit este montată o diodă ( $\alpha=0$ ) sau un tiristor comandat la  $\alpha=60^\circ$ .

### 1.1.2. SARCINA INDUCTIVA

**Circuit cu diodă.** Se consideră circuitul din figura 1.4, în care se neglijează rezistențele sursei, conductoarelor, a bobinei etc. față de reactanța  $\omega L$  a bobinei.

Dacă dioda este în conducție, se poate scrie egalitatea  $u_s = u$ , adică

$$L \frac{di}{dt} = U_m \sin \omega t. \quad (1.29)$$

Integrând relația de mai sus și ținând seama de condiția inițială  $i = 0$  pentru  $\omega t = 0$ , adică dioda începe să conducă în momentul în care este polarizată direct, se obține:

$$i = \frac{U_m}{\omega L} (1 - \cos \omega t). \quad (1.30)$$

Din expresia curentului se poate vedea, că acesta persistă tot timpul în circuit. Relația (1.30) conține un termen constant, care de fapt este valoarea medie a curentului:

$$I_{med} = \frac{U_m}{\omega L} \quad (1.31)$$

și o undă fundamentală cu amplitudinea

$$I_1 = -\frac{U_m}{\omega L} = -I_{med}. \quad (1.32)$$

Valoarea efectivă a curentului se poate calcula cu relația (A.1.10) și (A.1.11):

$$\begin{aligned} I_{ef} &= \sqrt{I_{med}^2 + I_1^2} = \\ &= \sqrt{I_{med}^2 + \left(\frac{I_{med}}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\frac{3}{2}} I_{med}. \end{aligned} \quad (1.33)$$

Rezultă factorul de formă a curentului:

$$k_{fi} = \frac{I_{ef}}{I_{med}} = \sqrt{\frac{3}{2}} \approx 1,225 \quad (1.34)$$

și factorul de ondulație:

$$k_{vi} = \sqrt{k_{fi}^2 - 1} \approx 0,707. \quad (1.35)$$

Tensiunea sarcinii este:

$$u_s = U_m \sin \omega t. \quad (1.36)$$

Valoarea medie fiind  $U_{s,med} = 0$  și cea efectivă  $U_{s,ef} = U_{s,r} = U_m/\sqrt{2}$ , factorul de formă și de ondulație rezultă  $k_{fu} = k_{vu} = \infty$ .

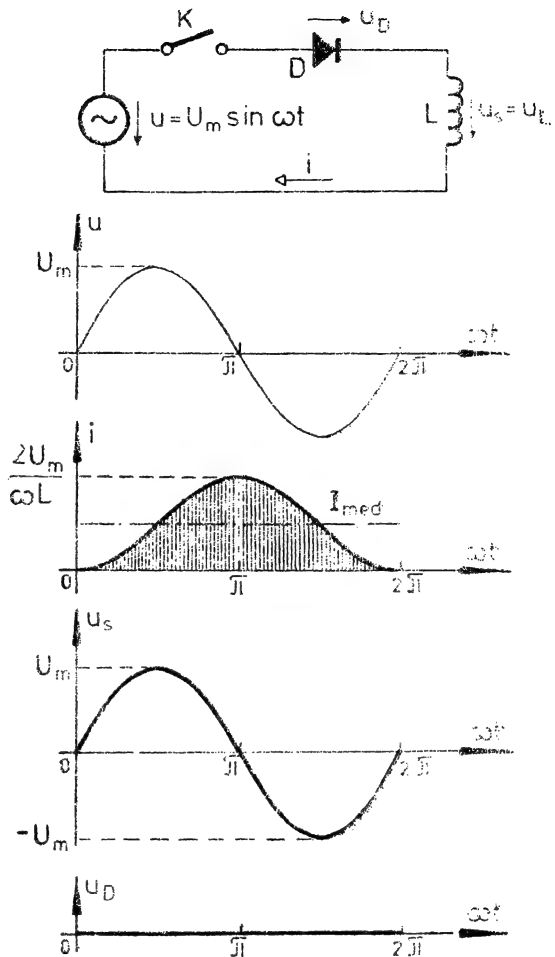


Fig. 1.4. Sarcină inductivă alimentată de la o sursă de c.a. printr-o diodă în serie.

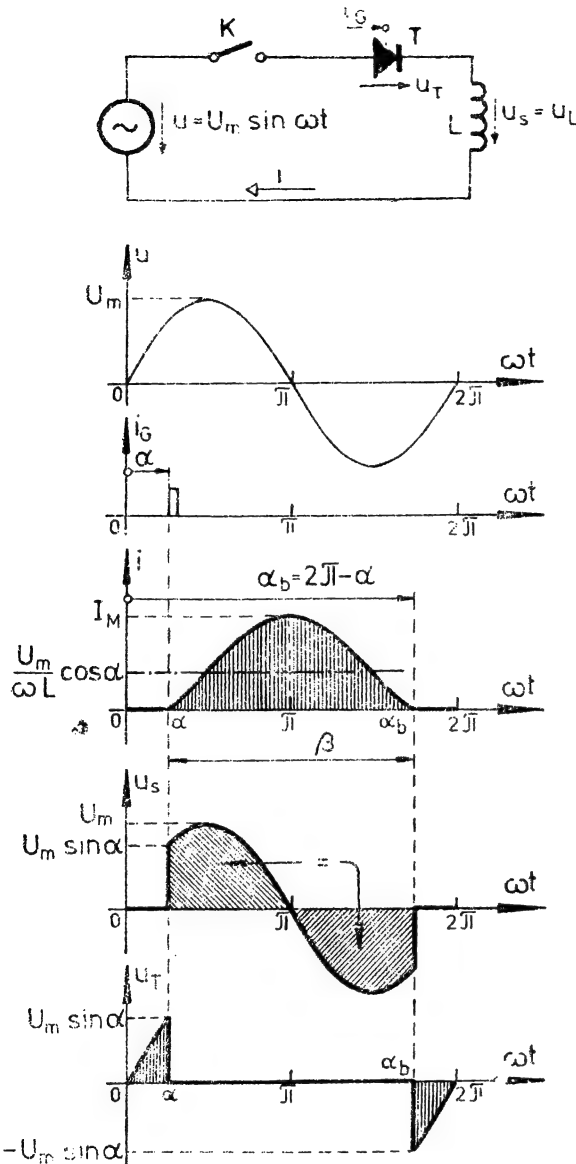


Fig. 1.5. Sarcină inductivă alimentată de la o sursă de c.a. printr-un tiristor în serie.

**Circuit cu tiristor.** Dacă dioda se înlocuiește cu un tiristor (fig. 1.5), atunci se poate comanda momentul de comandă al acestuia între  $\alpha = 0 \dots \pi$ , adică în intervalul în care tiristorul este direct polarizat.

Pentru intervalul de conducție a tiristorului este valabilă relația (1.29) care se va integra, punind condiția inițială  $i = 0$  pentru  $\omega t = \alpha$ , și se obține:

$$i = \frac{U_m}{\omega L} (\cos \alpha - \cos \omega t). \quad (1.37)$$

Curentul din circuit este o cosinusoidă deplasată pe verticală cu valoarea:

$$I_0 = \frac{U_m}{\omega L} \cos \alpha. \quad (1.38)$$

Din relația (1.37) se poate vedea că la unghiul

$$\alpha_b = 2\pi - \alpha \quad (1.39)$$

curentul se anulează, deci tiristorul se blochează. Rezultă durata de conducție a tiristorului pe o perioadă:

$$\begin{aligned} \beta &= \alpha_b - \alpha = \\ &= 2\pi - 2\alpha = \\ &= 2(\pi - \alpha). \end{aligned} \quad (1.40)$$

Valoarea medie a curentului din circuit se calculează după cum urmează:

$$\begin{aligned} I_{med} &= \frac{1}{2\pi} \int_{\alpha}^{\alpha_b} i d(\omega t) = \frac{1}{2\pi} \int_{\alpha}^{2\pi - \alpha} \frac{U_m}{\omega L} (\cos \alpha - \cos \omega t) d(\omega t) = \\ &= \frac{U_m}{\omega L} \frac{(\pi - \alpha) \cos \alpha + \sin \alpha}{\pi}. \end{aligned} \quad (1.41)$$



Valoarea efectivă a curentului este :

$$I_{ef} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{\alpha}^{\alpha_b} i^2 d(\omega t)} = \frac{U_m}{\omega L} \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{\alpha}^{2\pi-\alpha} (\cos \alpha - \cos \omega t)^2 d(\omega t)} =$$

$$= \frac{U_m}{\omega L} \sqrt{\frac{1}{\pi} \left[ \left( \cos^2 \alpha + \frac{1}{2} \right) (\pi - \alpha) + \frac{3}{4} \sin 2\alpha \right]}. \quad (1.42)$$

Tensiunea pe sarcină variază identic cu tensiunea de alimentare atunci cînd tiristorul este în conducție și se anulează odată cu blocarea acestuia. Datorită faptului că durata de conducție  $\beta$  este simetrică față de  $\pi$ , valoarea medie a tensiunii sarcinii este

$$U_{s\ med} = 0, \quad (1.43)$$

iar valoarea efectivă se calculează cu relația :

$$U_{s\ ef} = \sqrt{\frac{U_m^2}{2\pi} \int_{\alpha}^{2\pi-\alpha} \sin^2 \omega t d(\omega t)} = U_m \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{\alpha}{2\pi} + \frac{\sin 2\alpha}{4\pi}}. \quad (1.44.1)$$

Raportînd la valoarea efectivă  $U_{ef}$  a tensiunii de alimentare se obține :

$$U_{s\ ef}^* = \frac{U_{s\ ef}}{U_{ef}} = \frac{(\pi - \alpha) + 0,5 \sin 2\alpha}{\pi}, \quad (1.44.2)$$

care este reprezentată în figura 1.6.

Factorii de formă  $k_f$  și de ondulație  $k_{vi}$  a curentului se pot calcula cu formulele (A.1.13) și (A.1.15) și sînt funcție numai de  $\alpha$ . Factorii  $k_{fu}$  și  $k_{vu}$  sînt infiniți.

Dacă se raportează curenții la  $U_m/\omega L$  se obțin unitățile relative :

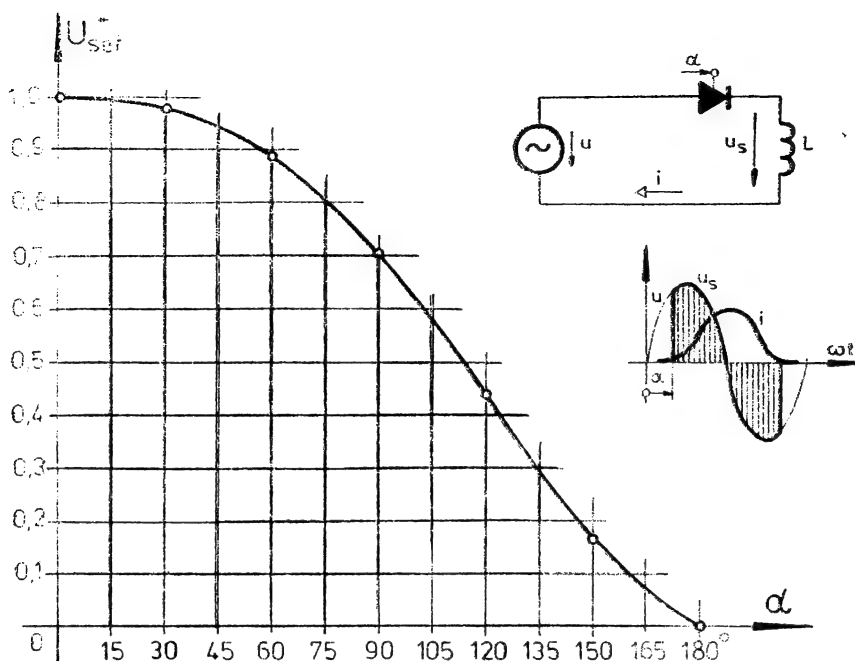
$$I_{med}^* = I_{med} \frac{\omega L}{U_m} \quad \text{și} \quad I_{ef}^* = I_{ef} \frac{\omega L}{U_m}, \quad (1.45)$$

care sînt reprezentați în figurile 1.11,  $a$  și  $b$  la  $\varphi = 90^\circ$ .

**Problema 1.1.2.1.** O bobină de reactanță  $\omega L = 10\Omega$  este legată în serie cu o sursă alternativă de tensiune cu valoarea efectivă  $U_{ef} = 220$  V și frecvență 50 Hz și un dispozitiv semiconductor.

**a.** Să se calculeze valoarea medie și efectivă a curentului în circuit în cazul cînd dispozitivul este o diodă (fig. 1.5) și în cazul cînd dispozitivul este un tiristor (fig. 1.6) comandat la unghiul  $\alpha = 60^\circ$ .

**b.** Să se compare factorii de formă și de ondulație ai curentului pentru cele două cazuri.



$\alpha$	$0^\circ$	$30^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$120^\circ$	$150^\circ$	$180^\circ$
$U_{sef}^*$	1,0	0,985	0,896	0,707	0,442	0,169	0

Fig. 1.6. Tensiunea efectivă a sarcinii pur inductive, raportată la  $U_{ef}$  a sursei de alimentare, în funcție de unghiul de comandă ( $\alpha$ ) al tiristorului.

c. Să se determine unghiul de comandă  $\alpha_1$  a tiristorului pentru care  $I_{med}$  este redus cu 50%.

d. Să se determine unghiul de comandă  $\alpha_2$  a tiristorului pentru care  $I_{ef}$  este redus cu 50% și să se compare cu rezultatul de la problema 1.1.1.1.

### Rezolvare

Se calculează inductivitatea bobinei din (1.23.3):

$$L = \frac{\omega L}{\omega} = \frac{10}{100\pi} \approx 31,83 \text{ mH.}$$

a. Valoarea medie a curentului poate fi calculată cu relația (1.31) pentru circuitul cu diodă și cu (1.4.1) pentru circuitul cu tiristor. Astfel:

$$I_{med}^D = \frac{U_m}{\omega L} = \frac{\sqrt{2} \cdot 220}{10} \approx 31,1 \text{ A}$$

$$I_{med}^T = \frac{\sqrt{2} \cdot 220}{10} \frac{\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) \cos 60^\circ + \sin 60^\circ}{\pi} \approx 18,93 \text{ A.}$$

Valoarea efectivă a curentului se calculează cu relațiile (1.33) și (1.42) :

$$I_{ef}^D = \sqrt{\frac{3}{2}} I_{med}^D = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot 31,1 \cong 38,1 \text{ A}$$

$$I_{ef}^T = \frac{\sqrt{2} \cdot 220}{10} \sqrt{\frac{(\cos^2 60^\circ + 0,5) \left( \pi - \frac{\pi}{3} \right) + 0,75 \sin 120^\circ}{\pi}} \cong 26,12 \text{ A.}$$

Unghiul de conducție a diodei este de  $360^\circ$ , iar în cazul tiristorului se poate calcula din relația (1.40) și rezultă :

$$\beta^T = 360^\circ - 2 \cdot 60^\circ = 240^\circ.$$

Tiristorul se blochează la un unghi

$$\alpha_b^T = 360^\circ - 60^\circ = 300^\circ.$$

b. Factorul de formă al curentului se calculează pentru  $\alpha = 60^\circ$

$$k_{fi}^T = \frac{I_{ef}^T}{I_{med}^T} = \frac{26,12}{18,93} \cong 1,42,$$

iar pentru circuitul cu diodă este conform relației (1.34)

$$k_{fi}^D \cong 1,225.$$

Factorul de ondulație pentru  $\alpha = 60^\circ$  este :

$$k_{vi}^T = \sqrt{(k_{fi}^T)^2 - 1} = \sqrt{1,42^2 - 1} \cong 1,01$$

și pentru circuitul cu diodă este conform relației (1.35) :

$$k_{vi}^D \cong 0,707.$$

c. Pentru a reduce  $I_{med}$  cu 50%, se va scrie relația :

$$\Delta I_{med}^* = \frac{I_{med}^D - I_{med}^T}{I_{med}^D} = k_1, \quad (1.45.1)$$

în care înlocuind  $I_{med}^D$  cu expresia (1.31) și  $I_{med}^T$  cu (1.41) se obține ecuația transcendentă :

$$1 - \frac{(\pi - \alpha) \cos \alpha + \sin \alpha}{\pi} = k_1. \quad (1.45.2)$$

Înlocuind  $k_1 = 0,5$  și ținând seama că  $\alpha = 0^\circ \dots 180^\circ$  se obține soluția ecuației de mai sus :

$$\alpha_1 \cong 71^\circ \cong 1,24 \text{ rad.}$$

d. Pentru a reduce  $I_{ef}$  cu 50%, se scrie relația :

$$\Delta I_{ef}^* = \frac{I_{ef}^D - I_{ef}^T}{I_{ef}^D} = k_2, \quad (1.46.1)$$

în care se înlocuiește  $I_{ef}^D$  cu expresia (1.33) și  $I_{ef}^T$  cu (1.42) și se obține ecuația transcendentă :

$$1 - \sqrt{\frac{(2 \cos^2 \alpha + 1)(\pi - \alpha) + 1,5 \sin^2 \alpha}{3\pi}} = k_2. \quad (1.46.2)$$

Înlocuind  $k_2 = 0,5$  se obține soluția :

$$\alpha_2 \simeq 80^\circ \simeq 1,39 \text{ rad.}$$

Comparând  $\alpha_1$  și  $\alpha_2$  obținute, cu rezultatele de la problema 1.1.1.1 punctele c) și d), se poate observa că în cazul sarcinii inductive, pentru a reduce curentul cu 50%, unghiul de comandă este mai mic decât în cazul sarcinii rezistive.

### 1.1.3. SARCINĂ REZISTIV-INDUCTIVA

**Circuit cu diodă.** Dacă întreruptorul  $K$  este închis și dioda  $D$  conduce (v. fig. 1.7), se poate scrie egalitatea tensiunilor.

$$u = u_L + u_R = u_s, \quad (1.47)$$

adică

$$L \frac{di}{dt} + Ri = U_m \sin \omega t. \quad (1.48)$$

Luând în considerare condiția inițială  $i = 0$  la  $t = 0$ , se integrează relația de mai sus și se obține :

$$i = i_f + i_l = \frac{U_m}{Z} \sin(\omega t - \varphi) + \frac{U_m}{Z} \sin \varphi e^{-\frac{R}{\omega L} \omega t}, \quad (1.49)$$

unde primul termen este *componenta forțată*, iar al doilea cea *liberă*. În această relație :

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \quad \text{și} \quad \tan \varphi = \omega L / R. \quad (1.50)$$

Pentru a determina durata de conducție  $\beta$  a diodei, relația (1.49) se egalează cu zero și  $(\omega t)$  se înlocuiește cu  $\beta$  :

$$\sin(\beta - \varphi) + e^{-\frac{R}{\omega L} \beta} \sin \varphi = 0. \quad (1.51)$$

Se obține o ecuație transcendentă care nu poate fi rezolvată analitic ; se poate soluționa pe cale numerică sau grafică.

În figura 1.8 s-a reprezentat unghiul de blocare a diodei  $\alpha_b = \beta$  în funcție de defazajul  $\varphi$ .

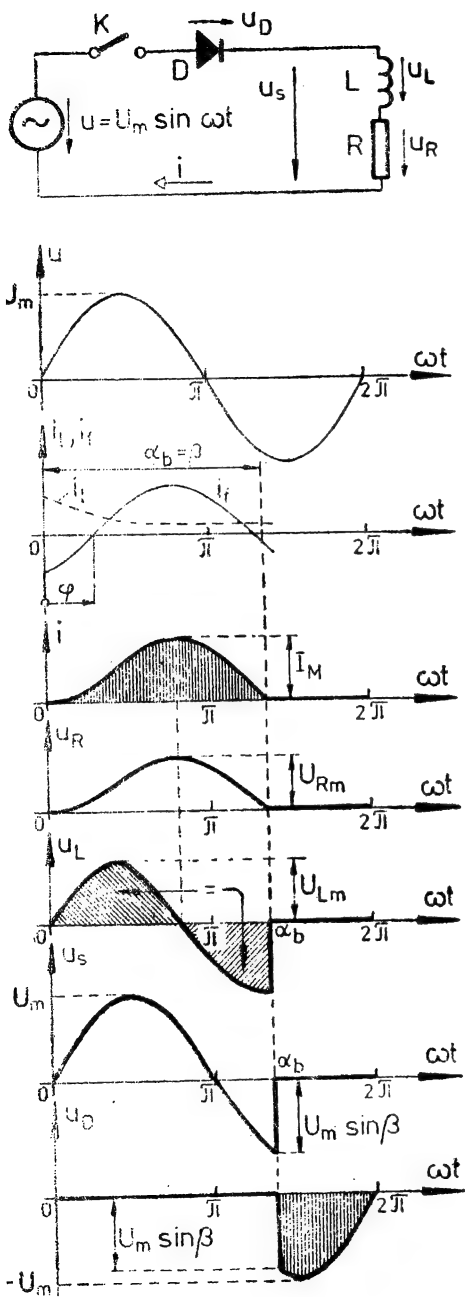


Fig. 1.7. Sarcină  $R-L$  serie alimentată de la o sursă de c.a. printr-o diodă în serie.

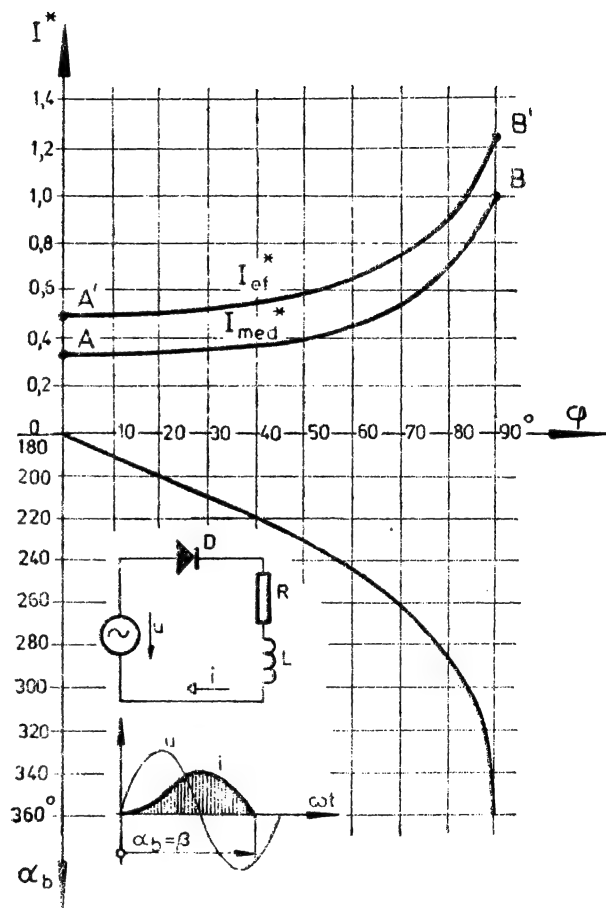


Fig. 1.8. Valoarea medie și efectivă a curentului în unități relative, respectiv unghiul de blocare ( $\alpha_b$ ) și unghiul de conducție ( $\beta$ ) a diodei în funcție de defazajul  $\varphi$  al sarcinii.

Din figura 1.7 se poate observa că circuitul este totdeauna în conducție întreruptă, cazul limită fiind la  $\varphi = 90^\circ$  (sarcină pur inductivă, v. fig. 1.4).

Metoda cea mai simplă pentru determinarea valorii medii a curentului este următoarea: se exprimă curentul din relația (1.48),

$$i = \frac{U_m}{R} \sin \omega t - \frac{L}{R} \frac{di}{dt}, \quad (1.52)$$

care apoi se integrează:

$$I_{med} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\alpha_b} i \, d(\omega t) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\alpha_b} \left[ \frac{U_m}{R} \sin \omega t - \frac{L}{R} \frac{di}{dt} \right] d(\omega t).$$

În urma integrării, al doilea termen se anulează, deoarece  $i(0) = i(\alpha_b) = 0$  și ținând seama de  $\alpha_b = \beta$ , se obține:

$$I_{med} = \frac{U_m}{R} \frac{1 - \cos \beta}{2\pi} = \frac{U_m}{Z} \frac{1 - \cos \beta}{2\pi \cos \varphi}. \quad (1.53)$$

Deoarece tensiunea medie pe inductanță este zero, rezultă:

$$U_{s \, med} = RI_{med} = U_m \frac{1 - \cos \beta}{2\pi}. \quad (1.54)$$

Dacă se raportează curentul mediu la amplitudinea curentului forțat, adică la  $U_m/Z$  se obține:

$$I_{med}^* = I_{med} \frac{Z}{U_m} = \frac{Z}{R} \cdot \frac{1 - \cos \beta}{2\pi} = \frac{1 - \cos \beta}{2\pi \cos \varphi}. \quad (1.55)$$

Curentul efectiv raportat se poate calcula din relația:

$$I_{ef}^* = I_{ef} \frac{Z}{U_m} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{\beta} \left[ \sin(\omega t - \varphi) + e^{-\frac{R}{\omega L} \omega t} \cdot \sin \varphi \right]^2 d(\omega t)}. \quad (1.56)$$

Astfel se obțin curbele  $I_{med}^*$  și  $I_{ef}^*$  în funcție de  $\varphi$  din figura 1.8. Pentru o sarcină dată (adică  $\varphi$  cunoscut), corespunde un anumit  $\beta$  din aceeași figură. Punctele  $A$  și  $A'$  corespund sarcinii pur rezistive și pot fi determinate din relațiile (1.8) și (1.9), iar punctele  $B$  și  $B'$  corespund sarcinii pur inductive și se determină din relațiile (1.31) și (1.33).

**Circuit cu tiristor.** Dacă dioda se înlocuiește cu un tiristor (fig. 1.9), se poate controla momentul de amorsare al dispozitivului semiconductor, adică momentul de apariție a curentului.

Pentru amorsarea tiristorului este necesar ca acesta să fie polarizat direct; astfel, unghiul de comandă  $\alpha$  trebuie să fie cuprins între limitele  $0 \dots \pi$  cînd tensiunea sursei este pozitivă.

Se integrează relația (1.48), cu condiția inițială  $i = 0$  la  $\omega t = \alpha$  și se obține :

$$i = i_f + i_l = \frac{U_m}{Z} \sin(\omega t - \varphi) - \frac{U_m}{Z} e^{-\frac{\omega t - \alpha}{\omega L/R}} \sin(\alpha - \varphi). \quad (1.57)$$

Cînd curentul scade la zero, tiristorul  $T$  se blochează și preia tensiunea negativă a sursei. Unghiul de deconectare rezultă din condiția  $i(\alpha_b) = 0$ , adică din

$$\sin(\alpha_b - \varphi) - e^{-\frac{\alpha_b - \alpha}{\omega L/R}} \sin(\alpha - \varphi) = 0, \quad (1.58)$$

o ecuație transcendentă, asemănătoare relației (1.51). Se observă că  $\alpha_b$  depinde de doi parametri: de  $\alpha$ , unghiul de comandă al tiristorului și de defazajul  $\varphi$  al sarcinii (v. fig. 1.10).

Valoarea medie a curentului poate fi calculată prin integrarea relației (1.52) și în acest caz al doilea termen se va anula din cauză că  $i(\alpha) = i(\alpha_b) = 0$  și se obține :

$$\begin{aligned} I_{med} &= \frac{1}{2\pi} \int_{\alpha}^{\alpha_b} \frac{U_m}{R} \sin \omega t d(\omega t) = \\ &= \frac{U_m}{R} \frac{\cos \alpha - \cos \alpha_b}{2\pi} = \\ &= \frac{U_m}{Z} \frac{\cos \alpha - \cos \alpha_b}{2\pi \cos \varphi}, \end{aligned} \quad (1.59)$$

unde  $\alpha_b$  depinde de  $\alpha$  conform figurii 1.10.

În unități relative :

$$i_{med}^* = \frac{I_{med}}{U_m/Z} = \frac{\cos \alpha - \cos \alpha_b}{2\pi \cos \varphi}. \quad (1.60)$$

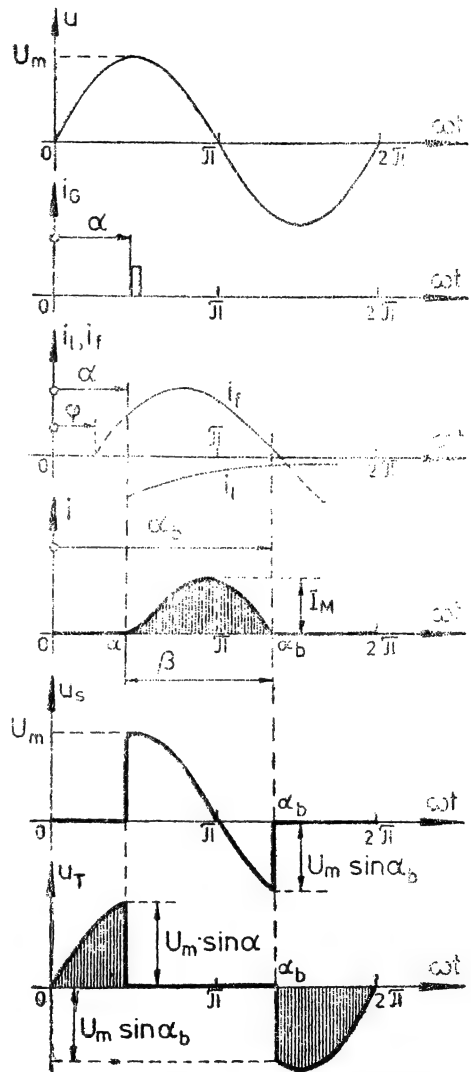
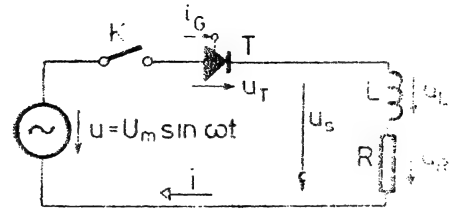


Fig. 1.9. Sarcină  $R-L$  serie alimentată în c.a. printr-un tiristor în serie.



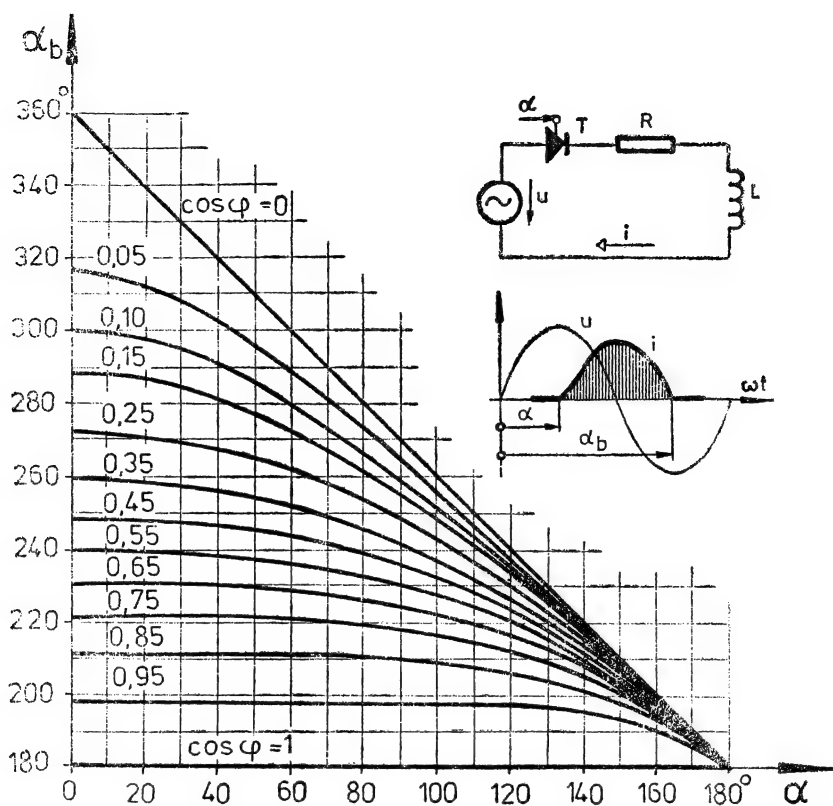


Fig. 1.10. Unghiul de blocare al tiristorului în funcție de unghiul de comandă, pentru diferite valori ale factorului de putere al sarcinii.

Valoarea efectivă raportată (fig. 1.11) poate fi calculată cu relația :

$$I_{ef}^* = \frac{I_{ef}}{U_m/Z} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{\alpha}^{\alpha_b} \left[ \sin(\omega t - \varphi) - e^{-\frac{\omega t - \alpha}{\omega L/R}} \sin(\alpha - \varphi) \right] d(\omega t)}. \quad (1.61)$$

În figurile 1.11,  $a$  și  $b$ , curbele trasate la  $\varphi = 0^\circ$  reprezintă  $I_{med}^*$  și  $I_{ef}^*$  în funcție de unghiul de comandă  $\alpha$  în cazul sarcinii pur rezistive.

Deoarece :

$$U_s^* med = I_{med}^* \text{ și } U_s^* ef = I_{ef}^*,$$

curbele mai sus menționate corespund și tensiunilor  $U_s^* med$ , respectiv  $U_s^* ef$ .

**Circuit R—L paralel.** Dacă sarcina este o rezistență în paralel cu o bobină, curentul prin tiristor se va compune dintr-un curent prin rezistență și un curent prin bobină (fig. 1.12). Curentul  $i_R$  este :

$$i_R = \frac{U_m}{R} \sin \omega t, \quad (1.62.1)$$

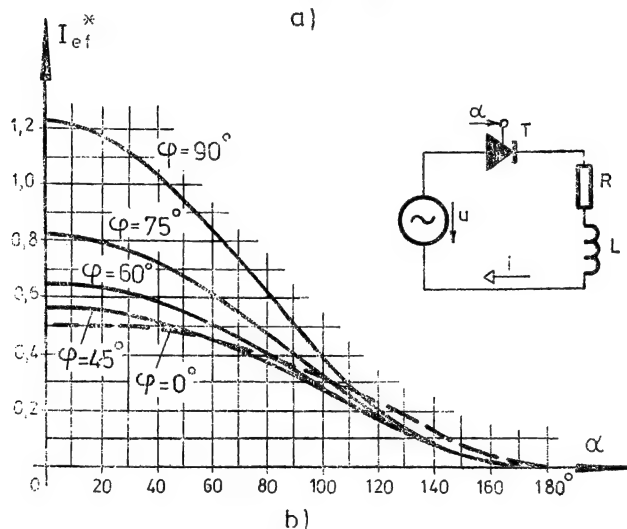
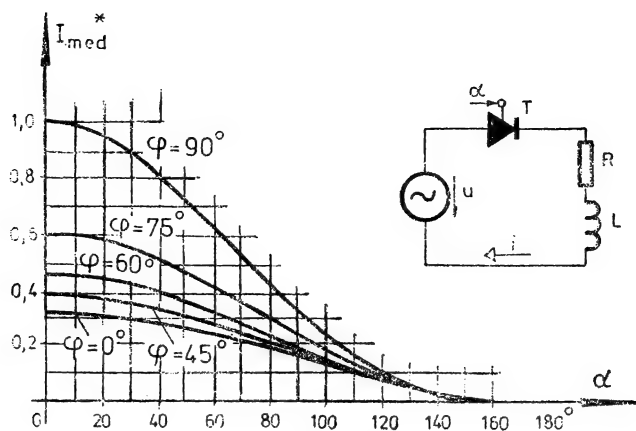


Fig. 1.11. Curentul mediu (a) și efectiv (b) al unei sarcini  $R-L$  raportat la  $U_m/Z$ , în funcție de unghiul de comandă a tiristorului pentru diferite valori ale defazajului sarcinii.

și  $i_L$  este conform relației (1.37) :

$$i_L = \frac{U_m}{\omega L} (\cos \alpha - \cos \omega t), \quad (1.62.2)$$

adică

$$\begin{aligned} i &= i_R + i_L = \frac{U_m}{R} \sin \omega t + \frac{U_m}{\omega L} (\cos \alpha - \cos \omega t) = \\ &= \frac{U_m}{\omega L} \left[ \frac{\sin(\omega t - \varphi)}{\sin \varphi} + \cos \alpha \right], \end{aligned} \quad (1.63)$$

unde  $\sin \varphi = R/\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$ . Se vede că rezultă o sinusoidă de aceeași pulsație cu tensiunea de alimentare, defazată în urmă cu  $\varphi$  și deplasată pe

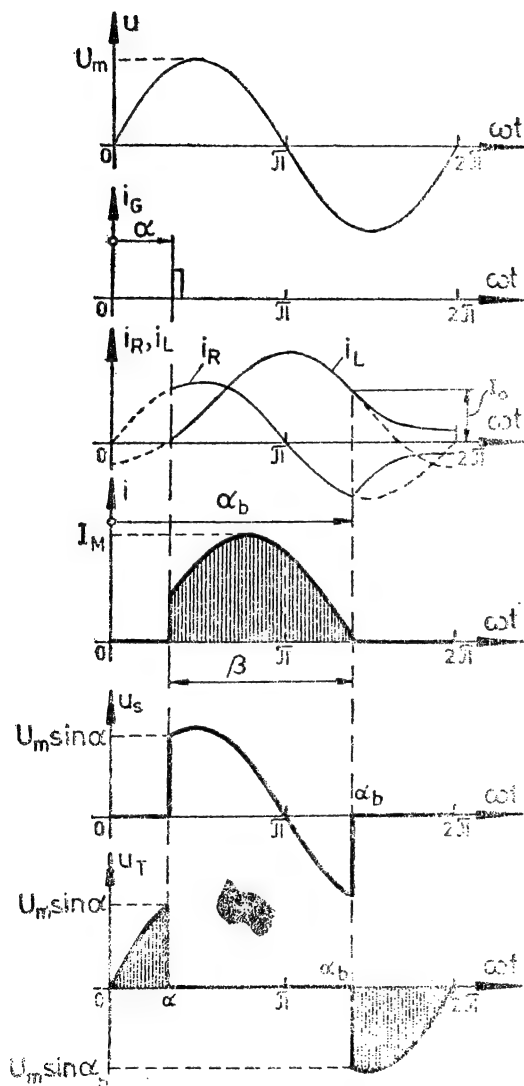
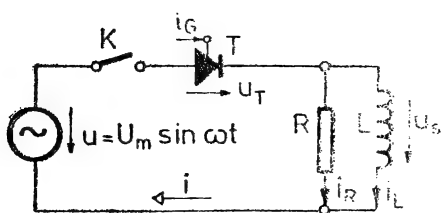


Fig. 1.12. Sarcină  $R$ - $L$  paralel alimentată în c.a. printr-un tiristor în serie.

verticală cu valoarea  $\frac{U_m}{\omega L} \cos \alpha$ .

Unghiul de blocare poate fi calculat din condiția  $i = 0$  pentru  $\omega t = \alpha_b$ , și se obține:

$$\sin(\alpha_b - \varphi) = -\cos \alpha \sin \varphi. \quad (1.64)$$

În figura 1.13 este reprezentat unghiul de blocare al tiristorului  $\alpha_b$  în funcție de unghiul de comandă  $\alpha$ , parametru fiind

$$\cos \varphi = \frac{\omega L}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \quad (1.65)$$

Din figura 1.12 se poate vedea că, după blocarea tiristorului, curentul este menținut prin sarcină de energie înmagazinată în bobină, și se amortizează cu constanta de timp  $L/R$  conform relației:

$$i_L = -i_R = I_0 e^{-\frac{R}{\omega L}(\omega t - \alpha_b)}, \quad (1.66.1)$$

unde  $I_0$  este valoarea curentului  $-i_R$  sau  $i_L$  la  $\omega t = \alpha_b$  din relația (1.62.1), respectiv din (1.62.2)

$$\begin{aligned} I_0 &= -\frac{U_m}{R} \sin \alpha_b = \\ &= \frac{U_m}{\omega L} (\cos \alpha - \cos \alpha_b). \end{aligned} \quad (1.66.2)$$

Curentul  $i$ , conform relației (1.66.1), teoretic nu se amortizează pînă la următorul impuls de comandă, adică la  $\omega t = 2\pi + \alpha$  și are valoarea:

$$I_1 = I_0 e^{-\frac{R}{\omega L}(2\pi + \alpha - \alpha_b)}. \quad (1.67)$$

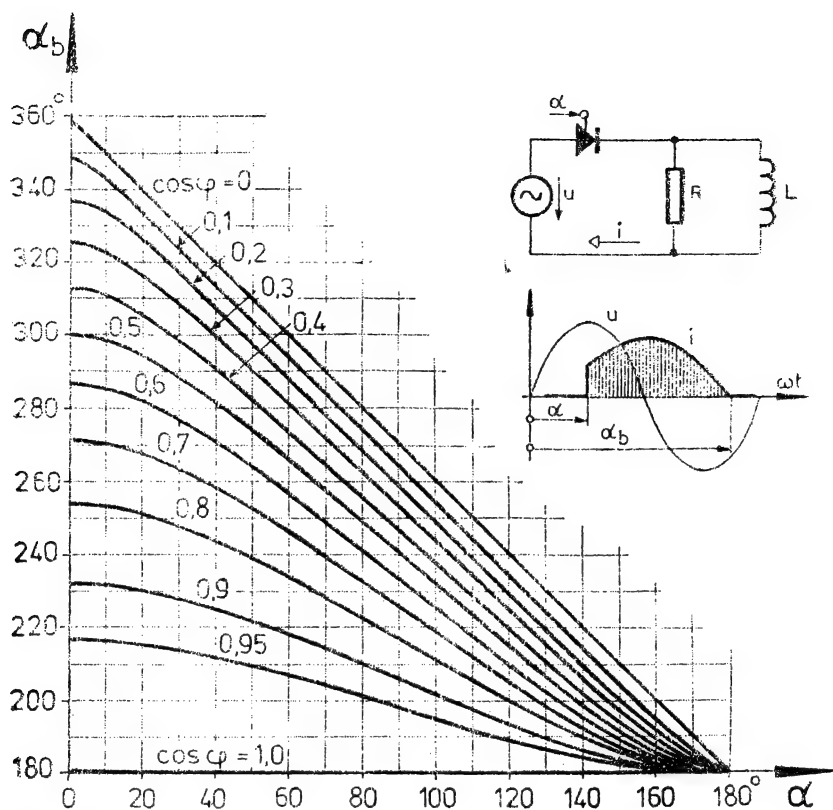


Fig. 1.13. Unghiul de blocare a tiristorului în funcție de unghiul de comandă, pentru diferite valori ale factorului de putere al sarcinii.

Determinarea expresiei curentului pentru perioada următoare se face asemănător ca la prima perioadă, ținând seama de acest curent rezidual  $I_1$  și anume: în cazul bobinei, la  $\omega t = \alpha$  curentul este egal cu  $I_1$  și urmărește aceeași lege de variație ca relația (1.62.2). Curentul prin rezistență nu este influențat de curentul rezidual  $I_1$  și are expresia (1.62.1). Astfel, relației (1.63) i se va adăuga  $I_1$  și se obține variația curentului pentru perioada a doua:

$$i = I_1 + \frac{U_m}{\omega L} \left[ \frac{\sin(\omega t - \varphi)}{\sin \varphi} + \cos \alpha \right]. \quad (1.68)$$

Unghiul de blocare a tiristorului în perioada a doua se determină din relația (1.68), care se egalează cu zero. Fenomenele se repetă, numai că la sfârșitul perioadei curentul va fi mai mare ca la sfârșitul perioadei precedente.

Teoretic, curentul prin bobină ar crește pînă la infinit. Practic, la curenți mai mari, rezistența bobinei nu poate fi neglijată.

Dacă în loc de tiristor este conectată o diodă, atunci  $\alpha = 0$  și din relația (1.64) rezultă unghiul de blocare în prima perioadă:

$$\alpha_b = \pi + 2\varphi. \quad (1.69)$$

Pentru perioada a doua  $\alpha_b$  se calculează dintr-o relație transcendentă de forma (1.68), unde  $\cos \alpha = 1$  și  $I_1$  este determinat din perioada precedentă.

**Problema 1.1.3.1.** Sarcina  $R-L$  serie avînd valorile  $R = 10 \Omega$  și  $\omega L = 10 \Omega$  este alimentată de la o sursă alternativă de tensiune cu valoarea efectivă  $U_{ef} = 220 \text{ V}$  și frecvență de  $50 \text{ Hz}$ . În serie cu sarcina este conectat un dispozitiv semiconductor.

**a.** Să se determine valoarea medie și efectivă a curentului în circuit în cazul cînd dispozitivul semiconductor este o diodă (fig. 1.7) și în cazul cînd este un tiristor (fig. 1.9), comandat la unghiul  $\alpha = 60^\circ$ .

**b.** Să se calculeze factorii de formă și de ondulație ai curentului în cele două cazuri; să se interpreteze rezultatul.

*Rezolvare*

Asemănător problemei 1.1.2.1 se calculează  $U_m$  și din relațiile (1.23.1) — (1.23.3). Impedanța circuitului poate fi calculată din expresia (1.50):

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} = 10\sqrt{2} = 21,41\Omega.$$

Se calculează unghiul de defazaj  $\varphi$  al sarcinii:

$$\varphi = \arctg \frac{\omega L}{R} = \arctg 1 = 45^\circ.$$

Se determină unghiul de blocare a diodei din diagrama figurii 1.8.

Pentru calcule mai precise, unghiul citit din diagramă se înlocuiește în ecuația transcendentă corespunzătoare, în cazul de față în relația (1.51), și se corectează la o valoare mai precisă.

Astfel, pentru  $\alpha = 45^\circ$  se obține:

$$\alpha_b^D = \beta^D \cong 226^\circ \cong 3,94 \text{ rad.}$$

Unghiul de blocare a tiristorului se determină din diagrama figurii 1.10, respectiv din relația (1.58) pentru  $\alpha = 60^\circ = \pi/3 \text{ rad}$  și  $\cos \varphi = \cos 45^\circ = 0,707$ , și se obține:

$$\alpha_b^T = 224^\circ \cong 3,91 \text{ rad,}$$

și unghiul de conducție:

$$\beta^T = \alpha_b^T - \alpha = 164^\circ \cong 2,86 \text{ rad.}$$

**a.** Valoarea medie a curentului diodei se determină din relația (1.53), iar a tiristorului din (1.59):

$$I_{med}^D = \frac{U_m}{R} \frac{1 - \cos \beta^D}{2\pi} = \frac{311}{10} \cdot \frac{1 - \cos 226^\circ}{2\pi} = 8,35 \text{ A}$$

$$I_{med}^T = \frac{U_m}{R} \frac{\cos \alpha - \cos \alpha_b^T}{2\pi} = \frac{311}{10} \frac{\cos 60^\circ - \cos 224^\circ}{2\pi} = 6,03 \text{ A.}$$

Pentru a utiliza diagramele din figurile 1.8 și 1.10 trebuie calculat curentul de bază

$$\frac{U_m}{Z} = \frac{\sqrt{2} \cdot 220}{\sqrt{2} \cdot 10} = 22 \text{ A},$$

care se va înmulți cu valorile citite din diagramă. Astfel, valoarea efectivă a curentului diodei pentru  $\varphi = 45^\circ$  din fig. 1.8 rezultă:

$$I_{ef}^D = I_{ef}^* \frac{U_m}{Z} = 0,55 \cdot 22 = 12,1 \text{ A}$$

și a tiristorului pentru  $\alpha = 60^\circ$  și  $\cos \varphi = 0,707$  este:

$$I_{ef}^T = I_{ef}^* \frac{U_m}{Z} = 0,45 \cdot 22 = 9,9 \text{ A}.$$

**b.** Factorii de formă a curentului pentru cele două circuite sînt:

$$k_{fi}^D = \frac{I_{ef}^D}{I_{med}^D} = \frac{12,1}{8,35} \cong 1,45$$

$$k_{fi}^T = \frac{I_{ef}^T}{I_{med}^T} = \frac{9,9}{6,03} \cong 1,64.$$

Factorii de ondulație se calculează cu relațiile:

$$k_{vi}^D = \sqrt{(k_{fi}^D)^2 - 1} = \sqrt{1,45^2 - 1} = 1,05$$

$$k_{vi}^T = \sqrt{(k_{fi}^T)^2 - 1} = \sqrt{1,64^2 - 1} = 1,3.$$

Comparînd rezultatele problemelor 1.1.1.2 și 1.1.3.1, se poate observa că factorul de ondulație a curentului  $k_{vi} = I_-/I_{med}$  se mărește cu creșterea unghiului de comandă  $\alpha$ . Rezistența sarcinii de asemenea contribuie la creșterea factorului  $k_{vi}$ .

**Problema 1.1.3.2.** O bobină cu  $\omega L = 10\Omega$  este montată în paralel cu o rezistență  $R = 10\Omega$  ca în figura 1.12. Unghiul de comandă a tiristorului este  $\alpha = 60^\circ$ . Se consideră că bobina nu este străbătută de curent cînd întreruptorul  $K$  este închis în timpul semialternanței negative a tensiunii de alimentare:

$$u = \sqrt{2} \cdot 220 \sin 100\pi t \text{ [V]}$$

**a.** Să se determine curentul rezidual prin sarcină la sfîrșitul primei perioade a tensiunii de alimentare; să se compare cu cazul cînd tiristorul este înlocuit cu diodă.

**b.** Să se determine același curent la sfîrșitul perioadei a doua și să se compare cu primul.

**c.** Să se reprezinte grafic curentul bobinei, al rezistenței și al sursei (adică al tiristorului) pentru cele două perioade.

Unghiul de defazaj  $\varphi$  al sarcinii se calculează din factorul de putere conform relației (1.65):

$$\arccos \frac{\omega L}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} = \arccos \frac{1}{\sqrt{2}} = 45^\circ.$$

a. Unghiul de blocare a tiristorului pentru prima perioadă se determină din figura 1.13, pentru  $\cos \varphi = 0,707$  și se verifică cu relația (1.64), obținându-se:

$$\alpha_{b1} = 245^\circ 42' = 4,29 \text{ rad.}$$

Valoarea curentului la blocarea tiristorului este conform relației (1.66.2):

$$I_0 = -\frac{U_m}{R} \sin \alpha_{b1} = -\frac{311}{10} \sin 245^\circ 42' \cong 28,34 \text{ A.}$$

La sfârșitul primei perioade, curentul prin sarcină este conform cu (1.67)

$$I_1 = I_0 e^{-\frac{R}{\omega L}(2\pi + \alpha - \alpha_{b1})} = 28,34 e^{-(2\pi + \frac{\pi}{3} - 4,29)} \cong 1,35 \text{ A.}$$

Dacă în loc de tiristor ar fi conectată o diodă, unghiul de blocare ar rezulta din relația (1.69):

$$\alpha_{b1}^D = 180^\circ + 2 \times 45^\circ = 270^\circ = 4,71 \text{ rad,}$$

și curenții ar fi:

$$I_0^D = -\frac{311}{10} \sin 270^\circ = 31,1 \text{ A}$$

$$I_1^D = 31,1 \cdot e^{-(2\pi - 4,71)} = 6,45 \text{ A.}$$

Se poate vedea că rezultă un curent rezidual  $I_1^D$  mult mai mare față de cazul când  $\alpha = 60^\circ$ .

b. Pentru perioada a doua este valabilă relația (1.68), care se anulează pentru a determina  $\alpha_{b2}$  (unghiul de blocare față de  $2\pi$ ):

$$\sin(\alpha_b - \varphi) + \cos \alpha \sin \varphi + I_1 \frac{\omega L}{U_m} \sin \varphi = 0, \quad (1.70)$$

adică

$$\sin(\alpha_{b2} - 45^\circ) + \cos 60^\circ \sin 45^\circ + \frac{1,35}{31,1} \sin 45^\circ = 0,$$

din care rezultă:

$$\alpha_{b2} \cong 247^\circ 36' = 4,32 \text{ rad.}$$

Astfel, curentul la blocarea tiristorului rezultă tot din relația (1.66.2):

$$I_2 = -\frac{311}{10} \sin 247^\circ 36' = 28,75 \text{ A,}$$



iar curentul rezidual la sfârșitul perioadei a doua va fi :

$$I_3 = 28,75 e^{-\left(2\pi + \frac{\pi}{3} - 4,32\right)} = 1,42 \text{ A}$$

și este mai mare decât  $I_0$ .

Pentru perioada a treia  $\alpha_{b3}$  s-ar determina din relația (1.70), unde  $I_1$  se înlocuiește cu  $I_3$  ș.a.m.d.

c. Curentul prin rezistență la unghiul  $\alpha$  are totdeauna valoarea, conform relației (1.62.1) :

$$i_R(\alpha) = \frac{U_m}{R} \sin \alpha = \frac{311}{10} \sin 60^\circ = 26,93 \text{ A.}$$

În intervalul  $\alpha \dots \alpha_{b1}$  curentul are o variație sinusoidală :

$$i_R = 31,1 \sin \omega t \quad [\text{A}],$$

și la  $\omega t = 90^\circ$  atinge valoarea maximă

$$i_{Rmax} = 31,1 \text{ A.}$$

În intervalul  $\alpha_{b1} \dots (2\pi + \alpha)$  curentul are o variație exponențială amortizată, cu constanta de timp :

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{\omega L}{R} \cdot \frac{1}{\omega} = \frac{1}{100\pi} = 3,18 \text{ ms,}$$

pornind de la valoarea :

$$i_R(\alpha_{b1}) = -I_0 = -28,34 \text{ A}$$

scade la valoarea :

$$i_R(2\pi + \alpha) = -I_1 = -1,35 \text{ A.}$$

În perioada a doua, în timpul conducției tiristorului, curentul este identic cu cel din prima perioadă, variind brusc la  $\omega t = 2\pi + \alpha$  de la  $-1,35 \text{ A}$  la  $26,93 \text{ A}$ . În intervalul  $(2\pi + \alpha_{b2}) \dots (4\pi + \alpha)$  curentul scade de la valoarea :

$$i_R(2\pi + \alpha_{b2}) = -I_2 = -28,75 \text{ A}$$

pînă la valoarea :

$$i_R(4\pi + \alpha) = -I_3 = -1,42 \text{ A.}$$

Curentul bobinei în intervalul  $\alpha \dots \alpha_{b1}$  urmărește o variație conform relației (1.62.2), pornind de la zero :

$$i_L = -31,1 \cos \omega t + 15,55 \quad [\text{A}].$$

În  $\alpha_{b1}$  curentul atinge valoarea  $28,34 \text{ A}$ , apoi scade pînă la valoarea  $1,35 \text{ A}$  la unghiul  $(2\pi + \alpha)$ . Din acest moment curentul începe să crească după relația :

$$i_L = \frac{U_m}{\omega L} (\cos \alpha - \cos \omega t) + I_1 = -31,1 \cos \omega t + 16,9 \quad [\text{A}].$$

Din  $(2\pi + \alpha_{b2})$  începe să scadă de la valoarea de  $28,75 \text{ A}$  la  $1,42 \text{ A}$ , care este atinsă la  $(4\pi + \alpha)$ .

Curentul sursei este zero pe intervalele  $0 \dots \alpha$ ,  $\alpha_{b1} \dots (2\pi + \alpha)$ ,  $(2\pi + \alpha_{b2}) \dots (4\pi + \alpha)$  etc., și are o variație sinusoidală în rest după relația (1.63), respectiv (1.68).

În prima perioadă:

$$i = 43,98 \sin(\omega t - 45^\circ) + 15,55 \text{ [A]} \quad 60^\circ < \omega t < 245^\circ 42',$$

în perioada a doua:

$$i = 43,98 \sin(\omega t - 45^\circ) + 16,9 \text{ [A]} \quad 420^\circ < \omega t < 607^\circ 36',$$

în perioada a treia va varia după relația (1.68), unde  $I_1$  se înlocuiește cu  $I_s$ :

$$i = 43,98 \sin(\omega t - 45^\circ) + 16,97 \text{ [A]} \quad 780^\circ < \omega t < [3\pi + \alpha_{b3}.$$

Variația în timp a celor trei curenți este reprezentată în figura 1.14.

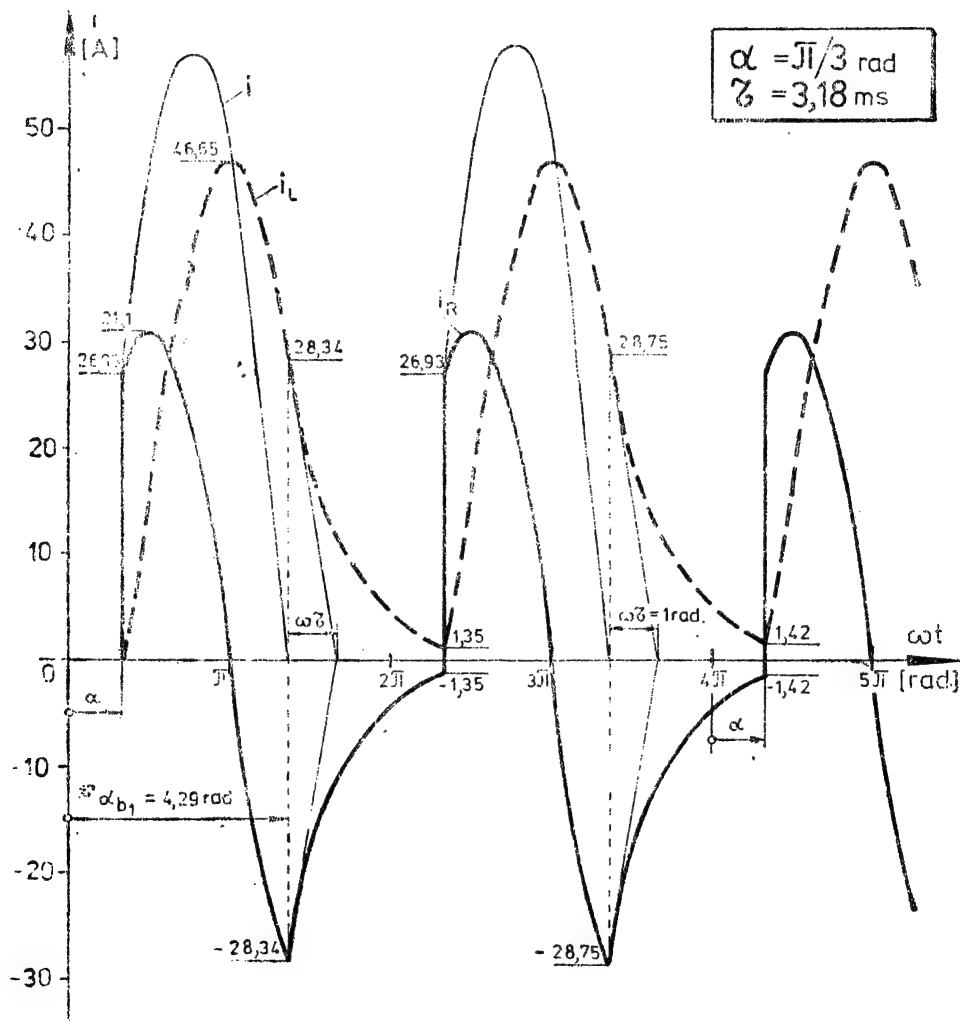


Fig. 1.14. Variația în timp a curenților într-un circuit  $R-L$  paralel (cu constanta de timp  $\tau = 3,18 \text{ ms}$ ), alimentat de la o sursă de c.a. printr-un tiristor în serie, comandat la  $\alpha = 60^\circ$  ( $i$  – curentul prin tiristor și sursă,  $i_L$  – curentul prin bobină și  $i_R$  – curentul prin rezistență).

#### 1.1.4. SARCINĂ INDUCTIVĂ CU DIODĂ DE FUGĂ

**Circuit cu diodă.** Circuitele rezistiv-inductive cu diodă sau tiristor lucrează în conducție întreruptă și au un factor de ondulație a curentului  $k_v$  destul de mare.

Conducția întreruptă poate fi eliminată și factorul  $k_v$  poate fi redus dacă se utilizează o diodă de fugă, ca în figura 1.15.

Pentru a nu trata un regim tranzitoriu, care ar apare la conectarea circuitului în timpul semialternanței pozitive a tensiunii, se presupune că întreruptorul  $K$  se închide în timpul semialternanței negative. Astfel, fenomenele determinate pentru prima perioadă de funcționare se vor repeta în fiecare perioadă și se va putea vorbi de un regim stabilizat.

Dacă întreruptorul  $K$  este închis în timpul semialternanței negative a tensiunii de alimentare, atunci dioda de fugă  $D_f$  în timpul primei semialternanțe pozitive nu intervine și, conform relației (1.49), curentul este :

$$i_s = i = \frac{U_m}{Z} \left[ \sin(\omega t - \varphi) + e^{-\frac{R}{\omega L} \omega t} \sin \varphi \right] \quad (1.71)$$

pentru  $0 < \omega t < \pi$ , în timp ce  $u_D = 0$  și  $u_s = u = U_m \sin \omega t$ ;  $Z$  și  $\varphi$  sînt date de relațiile (1.50).

La  $\omega t = \pi$ , tensiunea sursei devine negativă și energia înmagazinată în inductanță va menține un curent în sarcină, care se închide prin dioda de fugă  $D_f$ :

$$i_s = i_{D_f} = I_0 e^{-\frac{R}{\omega L}(\omega t - \pi)}, \quad (1.71.1)$$

dacă  $\pi < \omega t < 2\pi$ , și  $u_D = u = U_m \sin \omega t$ , respectiv  $u_s = 0$ .

Curentul  $I_0$  este valoarea lui  $i_s$  din relația (1.71) la momentul  $\omega t = \pi$  adică :

$$I_0 = i_s(\pi) = i(\pi) = \frac{U_m}{Z} \left( 1 + e^{-\frac{R}{\omega L} \pi} \right) \sin \varphi. \quad (1.71.2)$$

La  $\omega t = 2\pi$ , tensiunea sursei devine iarăși pozitivă și dioda  $D$  intră din nou în conducție, dar în acest moment în sarcină există un curent conform relației :

$$I_1 = i_s(2\pi) = i_{D_f}(2\pi) = I_0 e^{-\frac{R}{\omega L} \pi}. \quad (1.72)$$

Curentul va începe iarăși să crească de la  $I_1$  pînă în momentul  $\omega t = 3\pi$ , apoi va fi preluat de  $D_f$  și iarăși scade spre o valoare  $I_2 > I_0$ .

Curentul în intervalul semiperioadei pozitive poate să crească peste valoarea pe care o va avea la sfîrșitul semiperioadei respective. Regimul tranzitoriu la pornirea schemei este arătat în figura 1.15.

Astfel, după cîteva cicluri, funcționarea se va stabili, adică curentul de sarcină va varia între două limite,  $I_{min}$  și  $I_{max}$ .

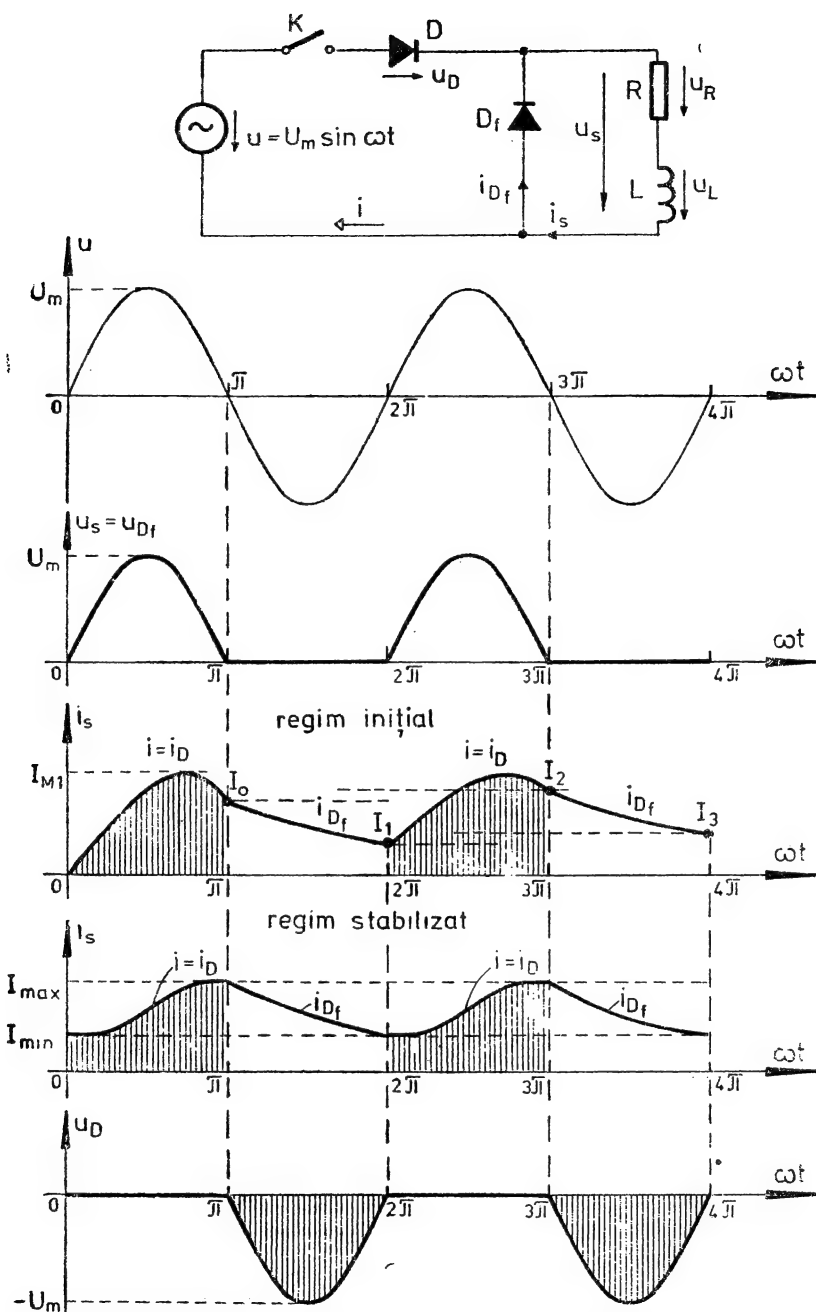


Fig. 1.15. Sarcină  $R-L$  serie cu diodă de fugă  $D_f$ , alimentată de la o sursă de c.a. printr-o diodă în serie.

Determinarea limitelor de curent în regim stabilizat se face după cum urmează :

Pentru intervalul  $0 < \omega t < \pi$  este valabilă ecuația diferențială (1.48), care se va integra cu condiția inițială  $i = I_{min}$  pentru  $\omega t = 0$ . Se obține :

$$i_s = i = \frac{U_m}{Z} \sin(\omega t - \varphi) + \left( I_{min} + \frac{U_m}{Z} \sin \varphi \right) e^{-\frac{R}{\omega L} \omega t}. \quad (1.73)$$

Din această relație se obține  $I_{max}$ , dacă  $\omega t = \pi$  :

$$I_{max} = \frac{U_m}{Z} \sin(\pi - \varphi) + \left( I_{min} + \frac{U_m}{Z} \sin \varphi \right) e^{-\frac{R}{\omega L} \pi}. \quad (1.74)$$

Pentru intervalul  $\pi < \omega t < 2\pi$ , când este în conducție dioda de fugă, este valabilă ecuația :

$$u_L + u_R = L \frac{di_s}{dt} + Ri_s = 0, \quad (1.75)$$

care se va integra cu condiția inițială  $i_s = I_{max}$  pentru  $\omega t = \pi$  și se obține :

$$i_s = i_{D_f} = I_{max} e^{-\frac{R}{\omega L} \omega(t-\pi)}. \quad (1.76)$$

Apoi, înlocuind  $\omega t = 2\pi$  se obține :

$$I_{min} = I_{max} e^{-\frac{R}{\omega L} \pi}. \quad (1.77)$$

Relațiile (1.74) și (1.77) formează un sistem de ecuații cu două necunoscute din care se pot determina limitele de curent :

$$I_{min} = \frac{e^{\frac{R}{\omega L} \pi} + 1}{e^{\frac{R}{\omega L} 2\pi} - 1} \cdot \frac{U_m}{Z} \sin \varphi; \quad (1.78)$$

$$I_{max} = \frac{1 + e^{-\frac{R}{\omega L} \pi}}{1 - e^{-\frac{R}{\omega L} 2\pi}} \cdot \frac{U_m}{Z} \sin \varphi. \quad (1.79)$$

Cu toate că circuitul din figura 1.15 asigură conducția permanentă în circuit, curentul sursei este discontinuu și conținutul în armonici este mare.

**Circuit pur inductiv.** Dacă rezistența sarcinii  $R \ll \omega L$ , atunci se poate neglija scăderea curentului în timpul semialternanței negative (v. fig. 1.16); în timpul semialternanțelor pozitive, curentul crește aproximativ cu aceeași valoare  $I_0$ , care poate fi obținută din (1.30) la  $\omega t = \pi$  :

$$I_0 = \frac{2U_m}{\omega L}. \quad (1.80.1)$$

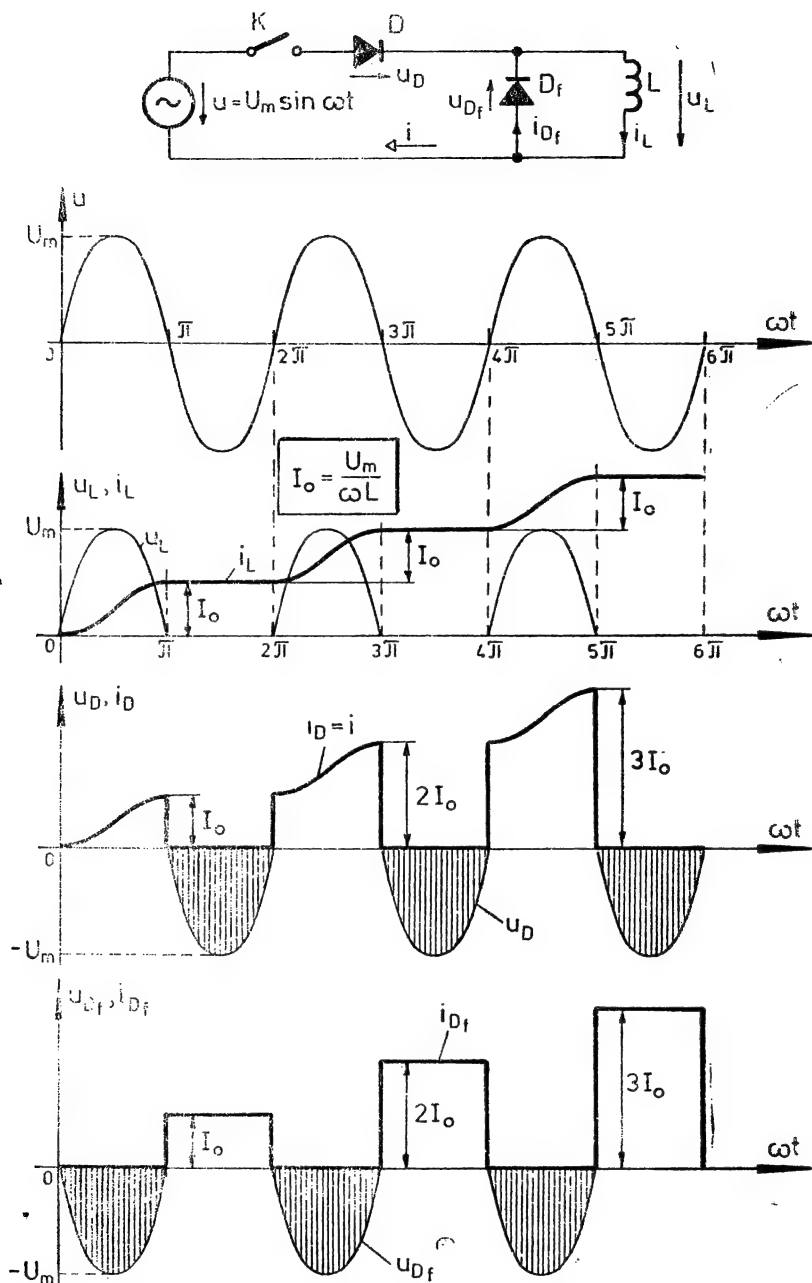


Fig. 1.16. Sarcină pur inductivă cu diodă de fugă  $D_f$ , alimentată de la o sursă de c.a. printr-o diodă în serie.

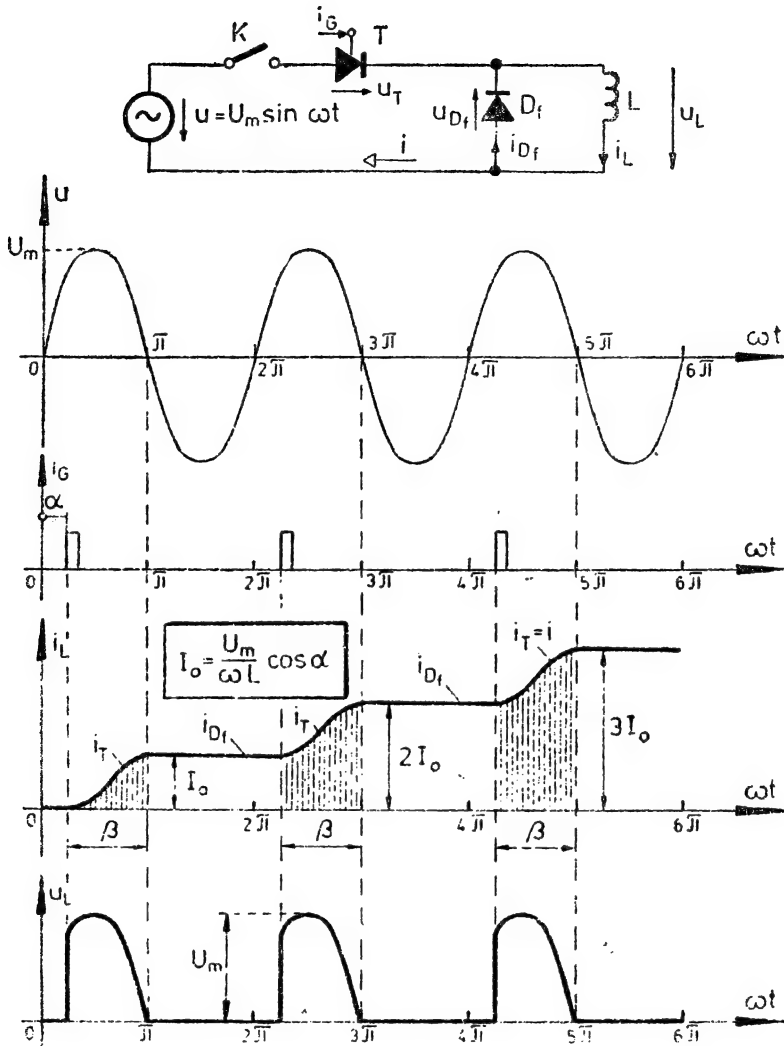


Fig. 1.17. Sarcină pur inductivă cu diodă de fugă  $D_f$  alimentată de la o sursă de c.a. printr-un tiristor în serie.

Astfel, curentul în sarcină crește rapid. La curenți mai mari, nu mai poate fi neglijat efectul rezistenței și curentul se calculează cu relațiile (1.78) și (1.79).

Creșterea curentului la începutul conectării este mai lentă, dacă dioda se înlocuiește cu un tiristor și acesta este comandat la un unghi  $\alpha$  (v. fig. 1.17). Astfel, în timpul unei semialternanțe pozitive a tensiunii  $u$ , curentul va crește mai puțin dacă  $\alpha > 0$ , decât în cazul diodei, când  $\alpha = 0$ . Curentul în acest caz va fi:

$$I_o = \frac{U_m}{\omega L} (1 + \cos \alpha) \quad (1.80.2)$$

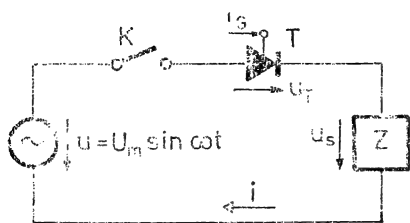


Fig. 1.18. Schema echivalentă a unui circuit alimentat în c.a. printr-un tiristor în serie, sarcina avînd impedanța  $Z$ .

O altă metodă de tratare a regimului stabilizat a circuitului din figura 1.15 este descompunerea în serie Fourier, care asigură o precizie acceptabilă în calculele ingineresti.

*Aplicarea metodei descompunerii în serie Fourier.* În circuitul din figura 1.18 circula curenți numai atunci cînd

$$u_T = u - u_s > 0.$$

și se aplică impuls de comandă pe grila tiristorului.

Dacă dispozitivul semiconductor este în conducție, atunci  $u_s = u$  pentru  $\alpha < \omega t < \alpha_b$ , unde  $\alpha$  este unghiul de comandă și  $\alpha_b$  este unghiul de blocare al dispozitivului.

Tensiunea sarcinii poate fi exprimată în serie Fourier conform relației (A.1.18):

$$u_s = U_{s\ med} + \sum_{n=1}^{\infty} [U_{An} \cos n\omega t + U_{Bn} \sin n\omega t], \quad (1.81)$$

unde

$$U_{s\ med} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u_s d(\omega t) = \frac{1}{2\pi} \int_{\alpha}^{\alpha_b} u d(\omega t), \quad (1.82)$$

$$U_{An} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} u_s \cos n\omega t d(\omega t) = \frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{\alpha_b} u \cos n\omega t d(\omega t), \quad (1.83.1)$$

și

$$U_{Bn} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} u_s \sin n\omega t d(\omega t) = \frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{\alpha_b} u \sin n\omega t d(\omega t), \quad (1.83.2)$$

s-au calculat după relațiile (A.1.7)–(A.1.9).

Cum s-a văzut la tratarea circuitelor din paragrafele precedente, determinarea expresiei analitice a curentului este destul de greoaie. În multe cazuri este suficient dacă se cunosc amplitudinile armonicilor de curent pînă la un anumit ordin.

Astfel,  $I_{An}$  și  $I_{Bn}$  nu vor mai fi determinate din relațiile (A.1.7) – (A.1.9), ci cu relații mai simple:

$$I_{An} = \frac{U_{An}}{Z_n}, \quad I_{Bn} = \frac{U_{Bn}}{Z_n} \quad (1.84)$$

și curentul sarcinii poate fi exprimat cu relația:

$$i = I_{med} + \sum_{n=1}^{\infty} [I_{An} \cos (n\omega t - \varphi_n) + I_{Bn} \sin (n\omega t - \varphi_n)], \quad (1.85)$$



unde  $Z_n$  și  $\varphi_n$  sînt impedanța, respectiv defazajul curentului circuitului de sarcină în cazul unei tensiuni de alimentare cu pulsația  $n\omega$ . La o sarcină rezistiv-inductivă serie, acestea se calculează cu relațiile

$$Z_n = \sqrt{R^2 + (n\omega L)^2} \quad \text{și} \quad \operatorname{tg} \varphi_n = \frac{n\omega L}{R}, \quad (1.86)$$

iar valoarea medie a curentului:

$$I_{med} = \frac{U_{s\ med}}{R}. \quad (1.87)$$

Cu toate că sarcina are caracter inductiv, față de tensiunea  $U_{s\ med}$  (cu pulsația  $\omega = 0$ ) ea se comportă ca un circuit pur rezistiv.

Atît pentru curent, cît și pentru tensiunea sarcinii sînt valabile relațiile (A.1.10)–(A.1.15) care caracterizează ondulația mărimilor  $u_s$  și  $i$ . Astfel, valoarea efectivă a componentelor alternative ale curentului poate fi scrisă conform cu (A.1.10) și (A.1.12):

Ca exemplu, se va trata circuitul din figura 1.15, unde dispozitivul semiconductor este o diodă și deci  $\alpha = 0$ , iar  $\alpha_b = \pi$ .

Astfel, conform relațiilor (1.82), (1.83.1) și (1.83.2) rezultă expresia identică cu (1.12), adică:

$$u_s = \frac{U_m}{\pi} \left( 1 + \frac{\pi}{2} \sin \omega t - \frac{2}{3} \cos 2\omega t - \frac{2}{15} \cos 4\omega t - \frac{2}{35} \cos 6\omega t \dots \right) \quad (1.88)$$

și curentul prin circuit se va scrie sub forma:

$$i = \frac{U_m}{\pi} \left[ \frac{1}{R} + \frac{\pi}{2Z_1} \sin(\omega t - \varphi_1) - \frac{2}{3Z_2} \cos(2\omega t - \varphi_2) - \right. \\ \left. - \frac{2}{15Z_4} \cos(4\omega t - \varphi_4) - \frac{2}{35Z_6} \cos(6\omega t - \varphi_6) - \dots \right]. \quad (1.89)$$

Se poate observa că amplitudinea armonicilor de curent prezintă o scădere mai rapidă, decît a celor de tensiune, datorită reactanței  $n\omega L$  din expresia (1.86) și în calcule neglijarea armonicilor superioare nu mai introduce o eroare considerabilă.

Valoarea medie a tensiunii este primul termen din relația (1.88):

$$U_{s\ med} = \frac{U_m}{\pi}, \quad (1.90)$$

iar valoarea efectivă se calculează cu relația (A.1.11) și rezultă

$$U_{s\ ef} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^\pi U_m^2 \sin^2 \omega t \, d(\omega t)} = \frac{U_m}{2}. \quad (1.91)$$

Valoarea efectivă a componentelor alternative se calculează cu relația (A.1.12) :

$$U_{s \sim} = \sqrt{U_{s \text{ ef}}^2 - U_{s \text{ med}}^2} = \frac{U_m}{2\pi} \sqrt{\pi^2 - 4} \cong 0,385 U_m \quad (1.92)$$

și factorul de ondulație rezultă :

$$k_{vu} = \frac{U_{s \sim}}{U_{s \text{ med}}} = \frac{\sqrt{\pi^2 - 4}}{2} \cong 1,21. \quad (1.93)$$

Valoarea medie a curentului este primul termen din expresia (1.89) :

$$I_{\text{med}} = \frac{U_m}{\pi R} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{U_{\text{ef}}}{R} \cong 0,45 \frac{U_{\text{ef}}}{R}. \quad (1.94)$$

Valoarea efectivă a componentelor alternative ale curentului se calculează cu relația (A.1.12) :

$$I_{\sim} = \sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} I_{n \text{ ef}}^2}, \quad (1.95)$$

în care  $I_{n \text{ ef}}$  este, conform cu (A.1.10) :

$$I_{n \text{ ef}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{I_{A_n}^2 + I_{B_n}^2}, \quad (1.96)$$

adică

$$I_{1 \text{ ef}} = \frac{U_m}{2\sqrt{2} \cdot Z_1} = \frac{U_{\text{ef}}}{2Z_1} = 0,5 \frac{U_{\text{ef}}}{Z_1}, \quad (1.97.1)$$

$$I_{2 \text{ ef}} = \frac{2U_m}{3\sqrt{2} \pi Z_2} = \frac{2U_{\text{ef}}}{3\pi Z_2} \cong 0,212 \frac{U_{\text{ef}}}{Z_2}, \quad (1.97.2)$$

$$I_{4 \text{ ef}} = \frac{2U_m}{15\sqrt{2} \pi Z_4} = \frac{2U_{\text{ef}}}{15\pi Z_4} \cong 0,042 \frac{U_{\text{ef}}}{Z_4}, \quad (1.97.3)$$

$$I_{6 \text{ ef}} = \frac{2}{\sqrt{2} \cdot 35\pi} \cdot \frac{U_m}{Z_6} = \frac{2}{35\pi} \cdot \frac{U_{\text{ef}}}{Z_6} \cong 0,018 \frac{U_{\text{ef}}}{Z_6}. \quad (1.97.4)$$

Factorul de ondulație a curentului va fi :

$$k_{vi} = \frac{I_{\sim}}{I_{\text{med}}} \quad (1.98)$$

și valoarea efectivă a curentului conform relațiilor (A.1.11) și (A.1.12) :

$$I_{\text{ef}} = \sqrt{I_{\text{med}}^2 + I_{\sim}^2}. \quad (1.99)$$

**Circuit cu tiristor.** Dacă în circuitul din figura 1.15 dioda  $D$  se înlocuiește cu un tiristor, se poate comanda amorsarea acestuia. Astfel, poate fi micșorat timpul de conducție a tiristorului  $T$  și mărit timpul de conducție a diodei  $D_f$  (v. fig. 1.19).

Se consideră că este atinsă funcționarea stabilizată. Se vor determina limitele între care variază curentul sarcinii.

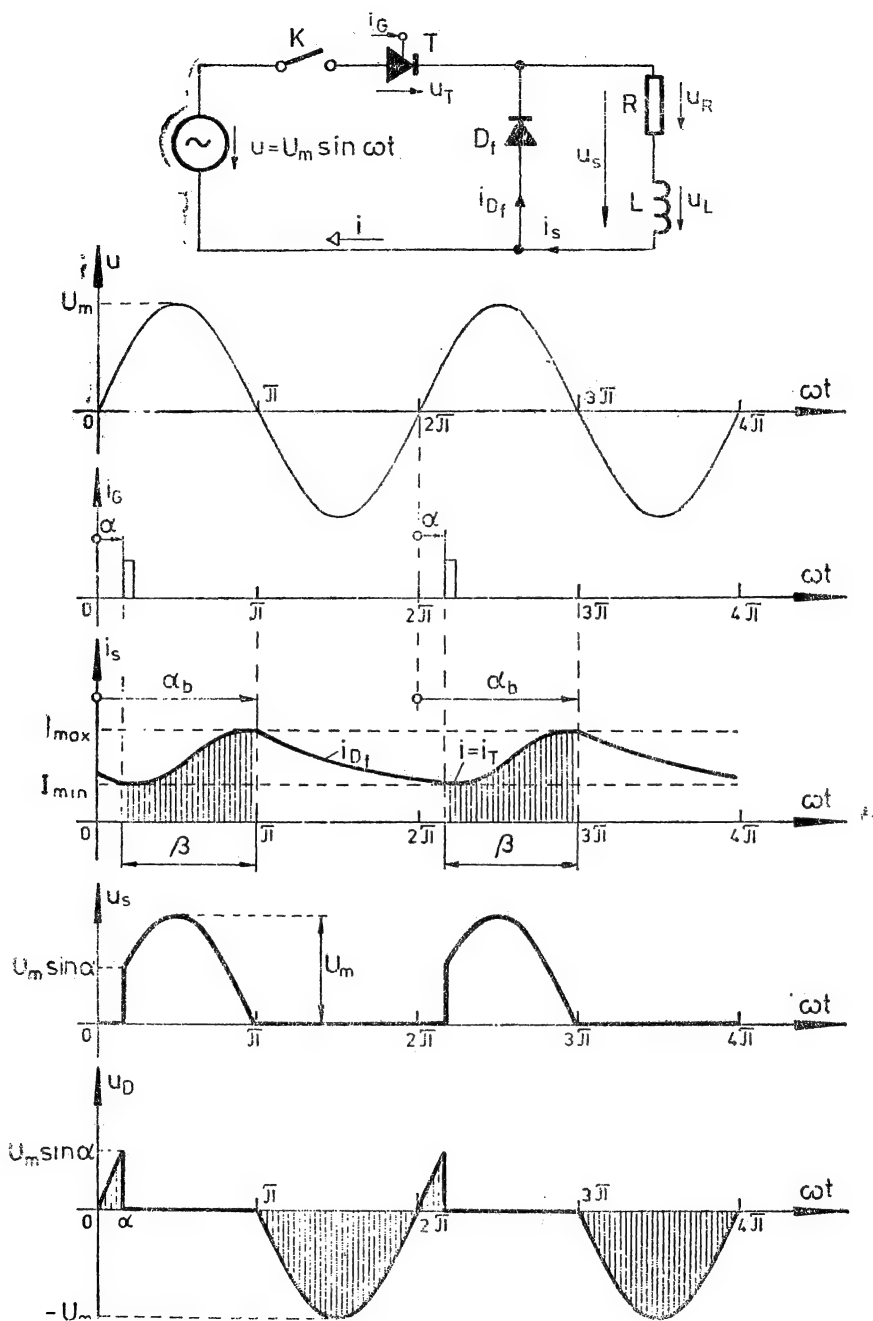


Fig. 1.19. Sarcină  $R-L$  serie cu diodă de fugă  $D_f$ , alimentată de la o sursă de c.a. printr-un tiristor în serie.

La conducția tiristorului, când  $\omega t = \alpha$ , curentul va crește. Variația curentului se obține prin integrarea ecuației (1.48), luând în considerare condiția inițială  $i = I_{min}$  la  $\omega t = \alpha$ :

$$i = i_s = \frac{U_m}{Z} \sin(\omega t - \varphi) + \left[ I_{min} - \frac{U_m}{Z} \sin(\alpha - \varphi) \right] e^{-\frac{R}{\omega L}(\omega t - \alpha)}. \quad (1.100)$$

Relația de mai sus este valabilă pentru intervalul  $\alpha < \omega t < \pi$ . La  $\omega t = \pi$  curentul  $i$  atinge valoarea:

$$I_{max} = \frac{U_m}{Z} \sin(\pi - \varphi) + \left[ I_{min} - \frac{U_m}{Z} \sin(\alpha - \varphi) \right] e^{-\frac{R}{\omega L}(\pi - \alpha)}. \quad (1.101)$$

Apoi se integrează ecuația diferențială (1.75), cu condiția inițială  $i_s = I_{max}$  la  $\omega t = \pi$ , când intră în conducție dioda de fugă, deoarece tiristorul este blocat și se obține o relație identică cu (1.76) în care, dacă se înlocuiește  $\omega t = 2\pi + \alpha$  se obține:

$$I_{min} = I_{max} e^{-\frac{R}{\omega L}(\pi + \alpha)}. \quad (1.102)$$

Din (1.101) și (1.102), determinînd limitele de curent, se obțin relațiile:

$$I_{min} = \frac{U_m}{Z} \frac{\sin \varphi \cdot e^{\frac{R}{\omega L}(\pi - \alpha)} - \sin(\alpha - \varphi)}{e^{\frac{R}{\omega L} 2\pi} - 1}, \quad (1.103)$$

$$I_{max} = \frac{U_m}{Z} \frac{\sin \varphi - \sin(\alpha - \varphi) \cdot e^{-\frac{R}{\omega L}(\pi - \alpha)}}{1 - e^{-\frac{R}{\omega L} 2\pi}}. \quad (1.104)$$

Din relațiile de mai sus pot fi obținute limitele de curent pentru circuitul cu diodă, adică expresiile (1.78) și (1.79), dacă se înlocuiește  $\alpha = 0^\circ$ .

**Problema 1.1.4.1.** Se consideră circuitul din figura 1.15 cu datele  $R = 10 \, \Omega$  și  $\omega L = 10 \, \Omega$ , tensiunea de alimentare fiind  $U_{ef} = 220 \, V$ , la frecvența de 50 Hz.

a. Să se calculeze curentul sarcinii la sfîrșitul primelor două semi-perioade, dacă întreruptorul  $K$  este închis în timpul semialternanței negative a tensiunii de alimentare.

b. Să se calculeze limitele între care variază curentul sarcinii în regimul stabilizat și să se compare cu datele obținute la punctul precedent.

c. Să se verifice, dacă în timpul semialternanței pozitive a tensiunii, în regim stabilizat al schemei, curentul crește peste valoarea  $I_{max}$ . Să se determine unghiul  $\alpha_M$  la care curentul are valoarea cea mai mare.

d. Să se determine valoarea medie și efectivă a curentului sarcinii și să se compare cu cele obținute la circuitul fără diodă de fugă (problema 1.1.3.1).

e. Să se determine limitele între care variază curentul dacă în loc de dioda  $D$  este conectat un tiristor (fig. 1.19) comandat la un unghi  $\alpha = 60^\circ$ . Să se compare rezultatul cu datele obținute la punctul b), când  $\alpha = 0^\circ$ .

f. Să se calculeze regimul inițial din figura 1.15 dacă constanta de timp a circuitului este mărită de 10 ori prin reducerea rezistenței la valoarea  $R = 1\Omega$ .

#### Rezolvare

Valoarea instantanee a tensiunii de alimentare se exprimă cu relația (1.23.1). Valoarea maximă a tensiunii este dată de (1.23.2) și este

$$U_m \cong 311 \text{ V},$$

iar pulsația  $\omega = 100 \pi$ , conform relației (1.23.3).

Inductivitatea bobinei este :

$$L = \frac{\omega L}{\omega} = \frac{10}{100\pi} \cong 31,83 \text{ mH}.$$

Constanta de timp a circuitului  $RL$  este :

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{31,83}{10} \text{ ms} = 3,18 \text{ ms}$$

care, exprimată în radiani, este :

$$\omega\tau = \frac{\omega L}{R} = \frac{10}{10} = 1 \text{ rad}.$$

Impedanța circuitului este

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} = \sqrt{2} \cdot 100 \Omega = 141,4 \Omega$$

Curentul de bază este :

$$\frac{U_m}{Z} = \frac{\sqrt{2} \cdot 220}{\sqrt{2} \cdot 10} = 22 \text{ A}.$$

Unghiul de defazaj  $\varphi$  al sarcinii se calculează cu relația (1.50) :

$$\varphi = \arctg \frac{\omega L}{R} = \arctg 1 = 45^\circ$$

a. Curentul la sfârșitul primei semiperioade se calculează cu relația (1.71.2)

$$i_s(\pi) = I_0 = \frac{U_m}{Z} \left( 1 + e^{-\frac{R}{\omega L} \pi} \right) \sin \varphi = 22(1 + e^{-\pi}) \cong 16,22 \text{ A}.$$

Curentul sarcinii la sfârșitul primei perioade se determină cu relația (1.72) :

$$i_s(2\pi) = I_1 = I_0 e^{-\frac{R}{\omega L} \pi} = 16,22 e^{-\pi} \cong 0,701 \text{ A}.$$

**b.** Valorile limită ale curentului, între care acesta variază, se calculează cu relațiile (1.78) și (1.79):

$$I_{min} = \frac{e^{\pi} + 1}{e^{2\pi} - 1} 22 \cdot \sin 45^{\circ} \cong 0,703 \text{ A}$$

$$I_{max} = \frac{1 + e^{-\pi}}{1 - e^{-2\pi}} 22 \cdot \sin 45^{\circ} \cong 16,26 \text{ A.}$$

Comparând  $I_{min}$  cu  $I_1$  și  $I_{max}$  cu  $I_0$  se observă că diferențele sînt foarte mici, ceea ce înseamnă că practic, după o perioadă, se poate considera că regimul stabilizat este atins.

**c.** Pentru a determina valoarea maximă a curentului în regim stabilizat, se derivează relația (1.73) față de  $(\omega t)$  și se egalează cu zero. Se obține ecuația transcendentă în care  $(\omega t)$  a fost înlocuit cu  $\alpha_M$ :

$$\frac{U_m}{Z} \cos(\alpha_M - \varphi) - \frac{R}{\omega L} \left( I_{min} + \frac{U_m}{Z} \sin \varphi \right) e^{-\frac{R}{\omega L} \alpha_M} = 0. \quad (1.105.1)$$

Înlocuind valorile se obține:

$$22 \cos(\alpha_M - 45^{\circ}) - (0,703 + 22 \sin 45^{\circ}) e^{-\alpha_M} = 0,$$

care are soluția:

$$\alpha_M \cong 131^{\circ} = 2,28 \text{ rad.}$$

Înlocuind această valoare în expresia (1.73), se obține curentul maxim care poate fi atins în intervalul  $0 \dots \pi$ :

$$I_M = 22 \sin(131^{\circ} - 45^{\circ}) + (0,703 - 22 \sin 45^{\circ}) e^{-2,28} = 23,59 \text{ A.}$$

Deoarece  $I_M > I_{max}$ , cel mai mare curent este atins la  $\omega t = 131^{\circ}$ , și nu la sfîrșitul semialternanței pozitive a lui  $u$ , la  $\omega t = 180^{\circ}$ .

Dacă  $\alpha_M$  rezultă mai mare decît  $180^{\circ}$ , aceasta înseamnă că valoarea maximă a curentului, atinsă în circuit, este  $I_{max}$  [conform relației (1.79), la  $\omega t = 180^{\circ}$ ]. Curentul nu poate ajunge la  $I_M$  deoarece la  $\omega t = 180^{\circ}$  începe să conducă dioda de fugă și curentul scade exponențial.

*Observație:* Valoarea maximă, care este atinsă în prima semialternanță, în regim inițial, se determină asemănător ca mai sus, derivînd relația (1.71) și egalînd-o cu zero; se obține:

$$\cos(\alpha_M - \varphi) - \frac{R}{\omega L} e^{-\frac{R}{\omega L} \alpha_M} \sin \varphi = 0 \quad (1.105.2)$$

care se rezolvă față de  $\alpha_M$  și se obține  $\alpha_{M1}$ :

$$\cos(\alpha_{M1} - 45^{\circ}) - e^{-\alpha_{M1}} \sin 45^{\circ} = 0$$

care are soluția:

$$\alpha_{M1} \cong 131^{\circ} = 2,28 \text{ rad.}$$

Acest unghi diferă foarte puțin de  $\alpha_M$ , ceea ce nu este evidențiat în cazul de față. Se calculează valoarea maximă a curentului  $I_{M1}$  înlocuind  $\alpha_{M1}$  în relația (1.71.1) și se obține:

$$I_{M1} = 22 [\sin(131^{\circ} - 45^{\circ}) + e^{-2,28} \sin 45^{\circ}] = 23,52 \text{ A.}$$

d. Calculul valorii efective a curentului ar fi laborios dacă s-ar utiliza relațiile (1.73) și (1.76). Se va aplica metoda prezentată la punctul 1.4.3, prin descompunerea în serie Fourier.

Valoarea medie a curentului se determină cu relația (1.94):

$$I_{med} = \frac{U_m}{R\pi} = \frac{\sqrt{2} \cdot 220}{10\pi} = 9,9 \text{ A.}$$

Din relația 1.86 se calculează impedanțele corespunzătoare armonicilor:

$$Z_1 = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} = \sqrt{2} \cdot 10 \cong 14,14 \text{ } \Omega$$

$$Z_2 = \sqrt{R^2 + (2\omega L)^2} = \sqrt{5} \cdot 10 \cong 22,36 \text{ } \Omega$$

$$Z_4 = \sqrt{R^2 + (4\omega L)^2} = \sqrt{17} \cdot 10 \cong 41,23 \text{ } \Omega$$

$$Z_6 = \sqrt{R^2 + (6\omega L)^2} = \sqrt{37} \cdot 10 \cong 60,83 \text{ } \Omega$$

apoi se determină valorile efective ale armonicilor pînă la ordinul 6 cu relațiile (1.97.1)–(1.97.3):

$$I_{1\text{ ef}} = 0,5 \frac{U_{ef}}{Z_1} = 0,5 \frac{220}{\sqrt{2} \cdot 10} \cong 7,78 \text{ A}$$

$$I_{2\text{ ef}} = \frac{2}{3} \frac{U_{ef}}{\pi Z_2} = \frac{2}{2} \frac{220}{\pi \sqrt{5} \cdot 10} \cong 2,09 \text{ A}$$

$$I_{4\text{ ef}} = \frac{2}{15} \frac{U_{ef}}{\pi Z_4} = \frac{2}{15} \frac{220}{\pi \sqrt{17} \cdot 10} \cong 0,23 \text{ A}$$

$$I_{6\text{ ef}} = \frac{2}{35} \frac{U_{ef}}{\pi Z_6} = \frac{2}{35} \frac{220}{\pi \sqrt{37} \cdot 10} \cong 0,06 \text{ A.}$$

Valoarea efectivă a curentului de sarcină rezultă din relația (1.99) și (1.95):

$$I_{ef} = \sqrt{I_{med}^2 + I_{1\text{ ef}}^2 + I_{2\text{ ef}}^2 + I_{4\text{ ef}}^2 + I_{6\text{ ef}}^2} = 12,76 \text{ A.}$$

Se observă că odată cu creșterea ordinului armonicilor, valoarea efectivă a curentului scade foarte rapid astfel încît armonica de ordinul 6 poate fi neglijată.

Comparînd rezultatele cu cele obținute la problema 1.1.3.1, unde circuitul nu avea diodă de fugă, se observă că valoarea medie a curentului a crescut cu ~18%, de la 8,35 A la 9,9 A, iar valoarea efectivă cu ~5%, de la 12,1 A la 12,7 A.

Factorul de formă, care a fost de 1,44, a scăzut la:

$$k_{fi} = \frac{I_{ef}}{I_{med}} = \frac{12,7}{9,9} = 1,28,$$

iar factorul de ondulație a scăzut de la valoarea 1,05 la

$$k_{vi} = \frac{I_{\sim}}{I_{med.}} = \sqrt{(k_{fi})^2 - 1} = 0,8,$$

ceea ce înseamnă că s-a redus componența în armonici a curentului sarcinii.

e. Dacă dispozitivul semiconductor este comandat la unghiul  $\alpha = 60^\circ = \pi/3$  rad., pentru a calcula limitele între care variază curentul se utilizează relațiile (1.103) și (1.104). Se obține:

$$I_{min} = 22 \frac{\sin 45^\circ \cdot e^{\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right)} - \sin(60^\circ - 45^\circ)}{e^{2\pi} - 1} = 0,02 \text{ A}$$

$$I_{max} = 22 \frac{\sin 45^\circ - \sin(60^\circ - 45^\circ) \cdot e^{-\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right)}}{1 - e^{-2\pi}} = 14,88 \text{ A.}$$

Comparînd cu rezultatele de la punctul b), se observă că ambele limite au scăzut deoarece sarcina este conectată la sursă în loc de

$$t = \frac{\pi}{\omega} = \frac{\pi}{100\pi} \text{ s} = 10 \text{ ms.}$$

pe o durată de

$$t' = \frac{1}{\omega} \left( \pi - \frac{\pi}{3} \right) = \frac{2}{300} \text{ s} = 6,66 \text{ ms.}$$

în timpul semialternanței pozitive a tensiunii de alimentare.

Pentru a determina valoarea maximă  $I_M$  a curentului, în acest caz se derivează relația (1.100)

$$\frac{U_m}{Z} \cos(\alpha_M - \varphi) - \frac{R}{\omega L} \left[ I_{min} - \frac{U_m}{Z} \sin(\alpha - \varphi) \right] e^{-\frac{R}{\omega L} (\alpha_M - \alpha)} = 0. \quad (1.105.3)$$

Rezultă:

$$\alpha_M \cong 143^\circ 20' = 2,5 \text{ rad,}$$

care, înlocuit în relația (1.100), dă

$$I_M = 20,44 \text{ A.}$$

Comparînd cu rezultatele de la punctul c) se poate vedea că prin întîrzierea amorșării tiristorului și  $I_M$  apare mai întîrziat cu unghiul

$$143^\circ 20' - 131^\circ = 12^\circ 20'.$$

În figura 1.20,  $a$  este reprezentată prima perioadă, în regim inițial la  $\alpha = 0^\circ$  și o perioadă în regim stabilizat la  $\alpha = 0^\circ$ .



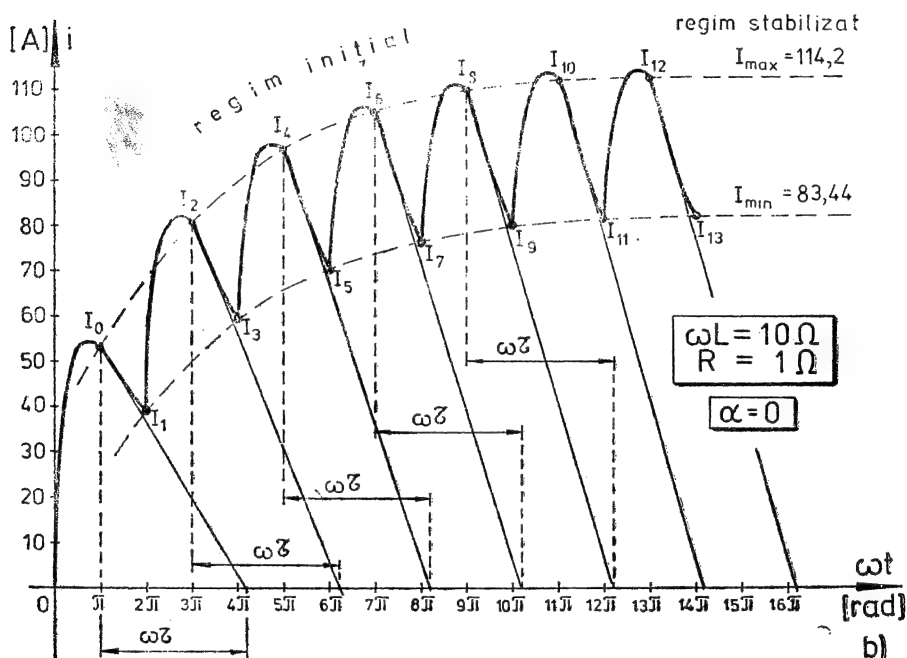
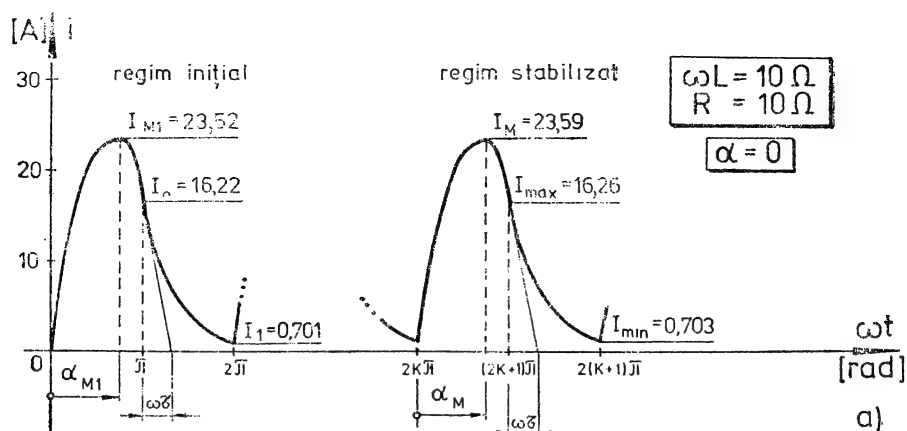


Fig. 1.20. Variația în timp a curentului printr-o sarcină  $R-L$  serie alimentat de la o sursă alternativă printr-o diodă, pentru diferite valori ale constantei de timp:  $\tau = 3,18$  ms (a) și  $\tau = 31,8$  ms (b).

f. În circuitul din figura 1.15, cu parametrii  $\omega L = 10 \Omega$  și  $R = 1 \Omega$ , limitele de curent vor fi:

$$I_{min} = \frac{e^{0,1\pi} + 1}{e^{0,2\pi} - 1} \cdot \frac{U_m}{Z} \sin \varphi = 83,44 \text{ A}$$

$$I_{max} = \frac{1 - e^{-0,1\pi}}{1 - e^{-0,2\pi}} \cdot \frac{U_m}{Z} \sin \varphi = 114,2 \text{ A},$$

unde

$$\frac{U_m}{Z} \sin \varphi = U_m \frac{R}{Z^2} = \sqrt{2} \cdot 220 \frac{10}{101} = 30,8 \text{ A.}$$

Curentul  $I_0$  în regim inițial se determină conform relației (1.71.2) :

$$i_s(\pi) = I_0 = \frac{U_m}{Z} \sin \varphi \left( 1 + e^{-\frac{R}{\omega L} \pi} \right) = 30,8(1 + e^{-0,1\pi}) = 53,29 \text{ A}$$

iar  $I_1$  se calculează din relația (1.72) :

$$i_s(2\pi) = I_1 = I_0 e^{-\frac{R}{\omega L} \pi} = 53,29 e^{-0,1\pi} = 38,92 \text{ A.}$$

Pentru calcularea valorii curentului la sfârșitul semialternanței următoare se utilizează formula (1.73), în care  $\omega t = \pi$  și  $I_{min} = I_1$  :

$$\begin{aligned} i_s(3\pi) = I_2 &= \frac{U_m}{Z} \sin \varphi + \left( I_1 + \frac{U_m}{Z} \sin \varphi \right) e^{-\frac{R}{\omega L} \pi} = \\ &= 30,8 + (38,92 + 30,8) e^{-0,1\pi} = -81,72 \text{ A.} \end{aligned}$$

Calculul curentului la sfârșitul perioadei a doua se efectuează cu formula (1.77) în care  $I_{max} = I_2$  :

$$i_s(4\pi) = I_3 = I_2 e^{-\frac{R}{\omega L} \pi} = 81,72 e^{-0,1\pi} = 59,69 \text{ A.}$$

Procedînd asemănător se obțin curenții :

$$\begin{aligned} i_s(5\pi) = I_4 &= \frac{U_m}{Z} \sin \varphi + \left( I_3 + \frac{U_m}{Z} \sin \varphi \right) e^{-\frac{R}{\omega L} \pi} = \\ &= 30,8 + (59,69 + 30,8) e^{-0,1\pi} = 96,89 \text{ A} \end{aligned}$$

$$i_s(6\pi) = I_5 = I_4 e^{-\frac{R}{\omega L} \pi} = 96,89 e^{-0,1\pi} = 70,78 \text{ A}$$

$$i_s(7\pi) = I_6 = 30,8 + (70,78 + 30,8) e^{-0,1\pi} = 105 \text{ A}$$

$$i_s(8\pi) = I_7 = 105 e^{-0,1\pi} = 76,69 \text{ A}$$

$$i_s(9\pi) = I_8 = 30,8 + (76,69 + 30,8) e^{-0,1\pi} = 109,31 \text{ A}$$

$$i_s(10\pi) = I_9 = 109,31 e^{-0,1\pi} = 79,84 \text{ A}$$

Continuînd calculele, se întocmește tabelul 1.2, din care se poate urmări creșterea curentului spre valorile stabilizate  $I_{min}$  și  $I_{max}$ . În figura 1.20, b s-a reprezentat grafic regimul inițial.

Tabelul 1.2

Perioada nr.		$I_{max}$ [A]	$I_{min}$ [A]
Regimul inițial	1	$I_0 = 53,29$	$I_1 = 38,92$
	2	$I_2 = 81,72$	$I_3 = 59,69$
	3	$I_4 = 96,89$	$I_5 = 70,78$
	4	$I_6 = 105,0$	$I_7 = 76,69$
	5	$I_8 = 109,31$	$I_9 = 79,84$
	6	$I_{10} = 111,6$	$I_{11} = 81,5$
	7	$I_{12} = 112,8$	$I_{13} = 82,4$
	8	$I_{14} = 113,5$	$I_{15} = 82,9$
Regimul stabilizat		$I_{max} = 114,2$	$I_{min} = 83,44$

## 1.1.5. SARCINĂ CAPACITIVĂ

**Circuit pur capacitiv cu diodă.** Se consideră condensatorul din figura 1.21 neîncărcat. Întreruptorul  $K$  va fi închis în timpul semialternanței negative a tensiunii. La apariția semialternanței pozitive, dioda intră în conducție, iar condensatorul începe să se încarce. În timpul conducției diodei sînt valabile relațiile:

$$u_C = u = U_m \sin \omega t. \quad (1.106)$$

$$i = C \frac{du_C}{dt} = \omega C U_m \cos \omega t = \frac{U_m}{X_C} \cos \omega t. \quad (1.107)$$

Se vede imediat că, la  $\omega t = \pi/2$  curentul din circuit se anulează și dioda se blochează; astfel, relațiile (1.106) și (1.107) sînt valabile pentru intervalul  $0 < \omega t < \pi/2$ .

Condensatorul s-a încărcat la valoarea maximă a tensiunii sursei:

$$U_C = u_C(\pi/2) = U_m, \quad (1.108)$$

și se menține la această valoare, fără ca în continuare să mai treacă curent prin circuit deoarece tensiunea pe diodă este negativă și aceasta rămîne permanent blocată. Tensiunea diodei:

$$u_D = u - u_C = U_m (\sin \omega t - 1). \quad (1.109)$$

Aceasta înseamnă că după încărcarea condensatorului urmează un regim stabilizat, cînd tensiunea pe condensator rămîne constantă

$$U_{C\ med} = U_m. \quad (1.110)$$

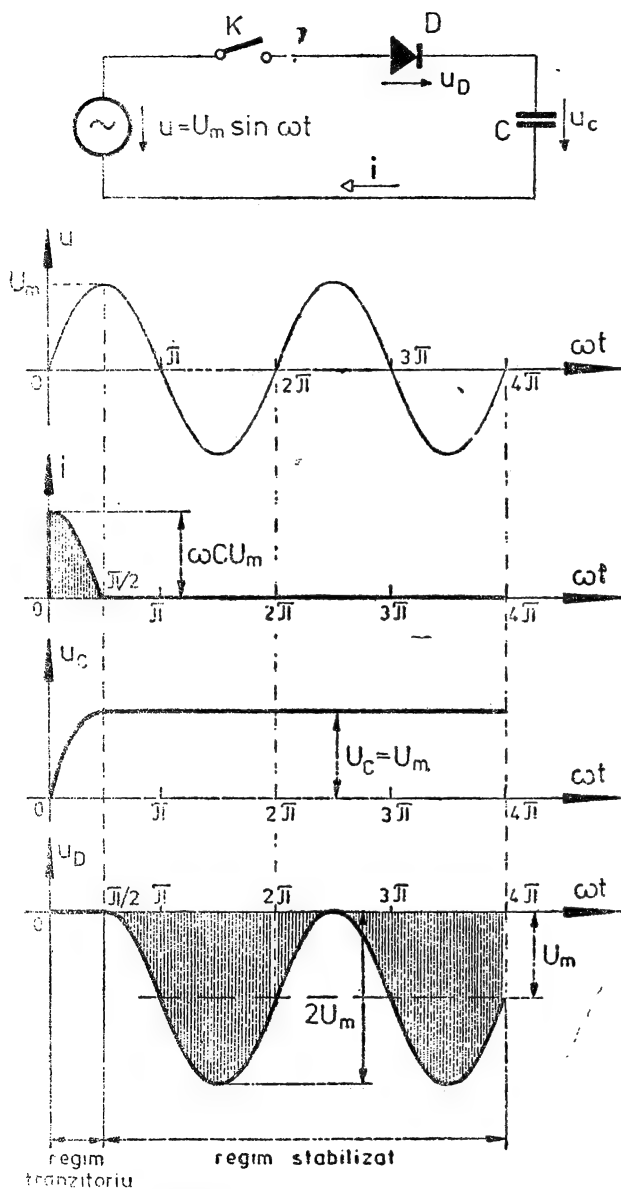


Fig. 1.21. Sarcină capacitivă cu rezistență neglijabilă alimentată de la o sursă de c.a. printr-o diodă în serie.

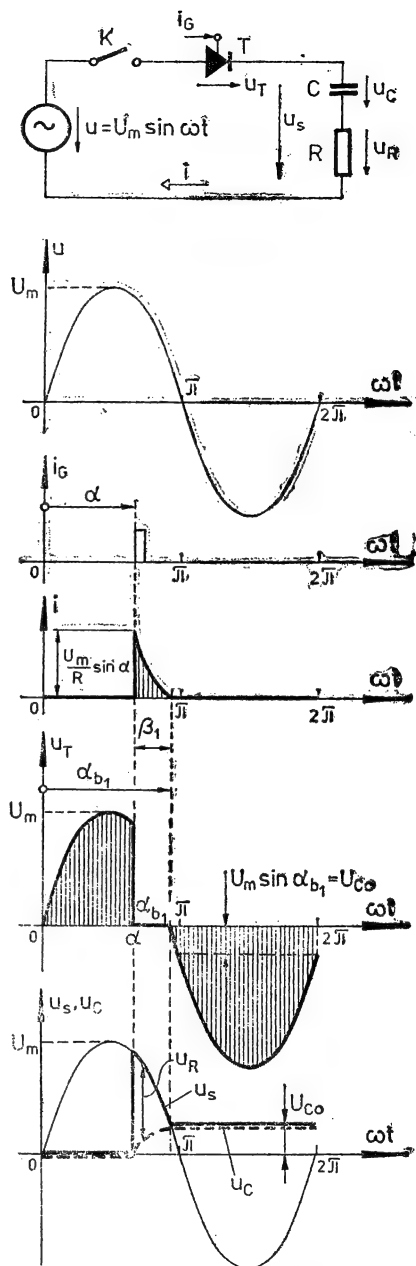


Fig. 1.22. Sarcină  $R-C$  serie alimentată de la o sursă de c.a. printr-un tiristor în serie.

Dacă dioda este înlocuită cu un tiristor, care este comandat la unghiul  $\omega t = \alpha$ , rezistența circuitului nu mai poate fi neglijată, deoarece aplicând brusc condensatorului tensiunea sursei ar apare un curent infinit de mare în circuit. Luând în considerare rezistențele circuitului, se verifică dacă acestea sînt suficiente pentru a limita curentul care apare în primul moment, la o valoare care nu distruge tiristorul.

**Circuit capacitiv-rezistiv cu tiristor.** În figura 1.22 se consideră întreruptorul  $K$  închis și condensatorul  $C$  neîncărcat, apoi se aplică un impuls de comandă pe grila tiristorului la momentul  $\omega t = \alpha$ .

În timpul conducției tiristorului este valabilă egalitatea:

$$u_s = u_C + u_R = u = U_m \sin \omega t. \quad (1.111)$$

Înlocuind tensiunile în funcție de curentul prin circuit, se obține:

$$\frac{1}{\omega C} \int_{\alpha}^{\omega t} i \, d(\omega t) + u_C(\alpha) + Ri = U_m \sin \omega t. \quad (1.112)$$

Această ecuație are o soluție forțată:

$$i_f = \frac{U_m}{Z} \sin(\omega t + \varphi), \quad (1.113)$$

unde

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} \text{ și } \operatorname{tg} \varphi = \frac{1}{\omega CR}, \quad (1.114)$$

și o soluție liberă:

$$i_l = k e^{-\frac{\omega t}{\omega CR}}, \quad (1.115)$$

unde  $k$  se determină din condițiile inițiale din circuit. În cazul de față, întrucît tensiunea pe condensator este  $u_C(\alpha) = 0$ , conform teoremelor de comutație, curentul trebuie să aibă valoarea

$$i(\alpha) = \frac{U_m}{R} \sin \alpha, \quad (1.116)$$

pentru ca rezistența să poată prelua întreaga tensiune ce se aplică brusc sarcinii. Știind că:

$$i = i_f + i_l, \quad (1.117)$$

din condițiile (1.115) și (1.116) rezultă coeficientul  $k$  și se obține expresia curentului:

$$i = \frac{U_m}{Z} \sin(\omega t + \varphi) + \left[ \frac{U_m}{R} \sin \alpha - \frac{U_m}{Z} \sin(\alpha + \varphi) \right] e^{-\frac{\omega t - \alpha}{\omega CR}}. \quad (1.118)$$

Curentul se anulează la  $\alpha_{b1} = \alpha + \beta_1$  și tiristorul se blochează. Din relația (1.118) rezultă astfel o ecuație transcendentă:

$$\sin(\alpha_{b1} + \varphi) + \left[ \frac{\sin \alpha}{\cos \varphi} - \sin(\alpha + \varphi) \right] e^{\frac{\alpha_{b1} - \alpha}{\text{ctg } \varphi}} = 0, \quad (1.119)$$

care poate fi rezolvată numeric.

În momentul blocării tiristorului, condensatorul este încărcat la valoarea:

$$u_C(\alpha_{b1}) = u(\alpha_{b1}) = U_m \sin \alpha_{b1}, \quad (1.120)$$

adică la valoarea tensiunii sursei în momentul  $\omega t = \alpha_{b1}$  (întrucât  $u_R = R \cdot i = 0$ ). Tiristorul blocat va prelua tensiunea:

$$u_T = u - u_C(\alpha_{b1}) = U_m(\sin \omega t - \sin \alpha_{b1}). \quad (1.121)$$

În perioada următoare trebuie luată în considerare tensiunea inițială a condensatorului  $U_{C0}$  în momentul amorsării tiristorului; tiristorul intră în conducție numai atunci când valoarea instantanee a tensiunii de alimentare este mai mare decât tensiunea condensatorului. Variația curentului va fi descrisă de o funcție asemănătoare relației (1.118), la care se ia în considerare și  $U_{C0}$ :

$$i = \frac{U_m}{Z} \sin(\omega t + \varphi) + \left[ \frac{U_m}{R} \sin \alpha - \frac{U_{C0}}{R} - \frac{U_m}{Z} \sin(\alpha + \varphi) \right] e^{\frac{\omega t - \alpha}{\text{ctg } \varphi}}. \quad (1.122)$$

În cazul când la conducția tiristorului tensiunea condensatorului nu este zero, unghiul de blocare se determină din relația:

$$\sin(\alpha_{b1} + \varphi) + \left[ \frac{\sin \alpha}{\cos \varphi} - \frac{U_{C0}}{U_m \cos \varphi} - \sin(\alpha + \varphi) \right] e^{\frac{\alpha - \alpha_{b1}}{\text{ctg } \varphi}} = 0. \quad (1.123)$$

**Circuit capacitiv-rezistiv cu diodă.** Dacă în locul tiristorului este conectată o diodă, iar întreruptorul  $K$  este închis în timpul semiperioadei negative a tensiunii de alimentare (condensatorul nefiind încărcat), atunci la începutul primei semialternanțe pozitive a tensiunii  $u$ , dioda va fi polarizată direct și începe să conducă (v. fig. 1.23). Variația curentului rezultă din (1.118) unde  $\alpha = \alpha_1 = 0$  și este:

$$i = \frac{U_m}{Z} \left[ \sin(\omega t + \varphi) - \sin \varphi e^{-\frac{\omega t}{\omega CR}} \right], \quad (1.124)$$

iar tensiunea pe condensator va fi:

$$u_C = \frac{1}{\omega C} \int i \, d(\omega t) = U_m \sin \varphi \left[ \cos \varphi e^{-\frac{\omega t}{\omega CR}} - \cos(\omega t + \varphi) \right]. \quad (1.125)$$

Curentul se anulează la unghiul  $\alpha_{b1} = \beta_1$  între limitele:

$$\pi/2 < \alpha_{b1} < \pi, \quad (1.126)$$

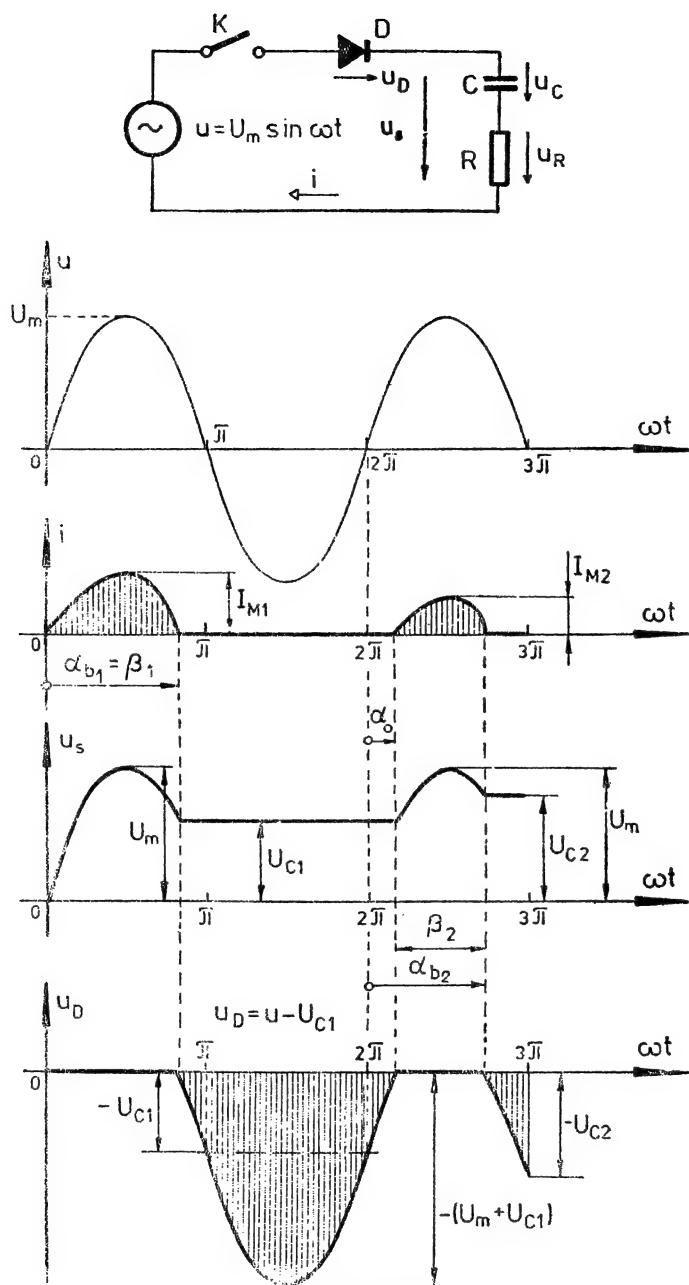


Fig. 1.23. Sarcină  $R$ - $C$  serie, alimentată de la o sursă de c.a. printr-o diodă în serie.

cînd condensatorul rămîne încărcat la o tensiune pozitivă :

$$u_C(\alpha_{b1}) = U_m \sin \alpha_{b1} \quad (1.127.1)$$

În semialternanța pozitivă următoare curentul va apare numai atunci cînd tensiunea sursei depășește tensiunea condensatorului, adică :

$$u > u_C(\alpha_{b1}) \quad (1.127.2)$$

la unghiul :

$$\alpha_0 = \pi - \alpha_{b1}. \quad (1.127.3)$$

În acest caz variația curentului va fi descrisă de relația (1.122), în care  $\alpha = \alpha_0$  și

$$U_{C0} = U_m \sin \alpha_{b1} = U_m \sin \alpha_0, \quad (1.127.4)$$

iar tensiunea pe condensator se obține prin integrarea relației (1.122), după cum urmează :

$$u_C = \frac{1}{\omega C} \int i d(\omega t) = U_m \left[ \cos \varphi \sin(\alpha + \varphi) e^{-\frac{\omega t - \alpha}{\omega CR}} - \sin \varphi \cos(\omega t + \varphi) \right], \quad (1.128)$$

în care de asemenea se ia  $\alpha = \alpha_0$ .

Fenomenul de încărcare a condensatorului se repetă în fiecare perioadă pînă cînd tensiunea condensatorului atinge tensiunea maximă a sursei, iar conducția încetează complet.

**Problema 1.1.5.1.** Un condensator de capacitate  $C = 500 \mu F$  este legat la o sursă de tensiune alternativă avînd  $U_e = 220 V$  și frecvența  $f = 50 Hz$ .

În circuit este montată o diodă ca în figura 1.21.

**a.** Să se determine valoarea maximă a curentului, care apare în circuit, dacă întreruptorul  $K$  este închis în timpul semialternanței negative a tensiunii de alimentare.

**b.** Să se determine durata regimului tranzitoriu și tensiunea la care s-a încărcat condensatorul.

**c.** Să se determine tensiunea inversă maximă care apare pe diodă.

*Rezolvare*

Reactanța sarcinii este :

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{10^6}{2\pi \cdot 50 \cdot 500} = 6,36 \Omega.$$

Valoarea maximă a tensiunii de alimentare este calculată cu formula (1.23.2) și este  $U_m = 311 V$ .

**a.** Curentul maxim apare în momentul cînd dioda intră în conducție. Valoarea curentului se determină din relația (1.107), în care  $\omega t = 0$

$$I_{max} = \frac{U_m}{X_C} = \frac{311}{6,36} = 48,9 A.$$



b. Regimul tranzitoriu durează un sfert de perioadă (v. fig. 1.21) :

$$t = \frac{T}{4} = \frac{1}{4f} = \frac{1}{200} \text{ s} = 5 \text{ ms.}$$

Condensatorul, conform relației (1.108), este încărcat la valoarea maximă a tensiunii de alimentare :

$$U_C = 311 \text{ V.}$$

e. Tensiunea inversă maximă care apare pe diodă se determină din relația (1.109) la  $\omega t = 270^\circ$

$$U_{D \max} = -2U_m = -622 \text{ V,}$$

care se repetă cu perioada frecvenței de alimentare

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50} \text{ s} = 20 \text{ ms.}$$

**Problema 1.1.5.2.** Se consideră același circuit ca în problema 1.1.5.1 ( $C = 500 \text{ } \mu\text{F}$ ,  $U_{ef} = 220 \text{ V}$ ,  $f = 50 \text{ Hz}$ ), în care dioda  $D$  este înlocuită cu un tiristor.

a. Să se determine valoarea rezistenței  $R$  în serie cu condensatorul  $C$ , astfel încît la intrarea în conducție a tiristorului curentul să nu depășească  $35 \text{ A}$ .

b. Să se determine unghiul de blocare a tiristorului în prima și în a doua perioadă după regimul inițial, dacă unghiul de comandă a tiristorului este  $\alpha = 90^\circ$ .

c. La ce tensiune este încărcat condensatorul după primul și după al doilea impuls de curent, dacă tiristorul este comandat la  $\alpha = 90^\circ$ .

d. Dar în cazul cînd în locul tiristorului este conectată o diodă (fig. 1.23) ?

e. Să se traseze variația tensiunii și curentului prin condensator în cele două cazuri.

*Rezolvare*

Circuitul din problemă este cel din figura 1.22.

a. Din expresia curentului (1.122) se poate observa că, la intrarea în conducție a tiristorului curentul este :

$$I_0 = \frac{U_m}{R} \sin \alpha - \frac{U_{C0}}{R} \quad (1.129)$$

și are valoarea maximă, dacă condensatorul este complet descărcat ( $U_{C0} = 0$ ) și dacă comanda are loc la  $\alpha = 90^\circ$ , deci :

$$I_{0 \max} < \frac{U_m}{R}.$$

Rezultă

$$R > \frac{U_m}{I_{0 \max}} = \frac{311}{35} = 8,9 \text{ } \Omega.$$

Se ia pentru rezistență valoarea :

$$R = 10 \text{ } \Omega.$$

Se recalculează curentul maxim la conducția tiristorului:

$$I_{0max} = \frac{311}{10} = 31,1 \text{ A.}$$

Impedanța sarcinii va fi:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{10^2 + 6,36^2} = 11,85.$$

b. Unghiul de blocare a tiristorului în prima perioadă se determină din relația (1.119), în care unghiul de defazăj determinat de sarcină, conform relației (1.114) este:

$$\varphi = \arctg \frac{1}{\omega CR} = \arctg \frac{6,36}{10} = 32,5^\circ = 0,566 \text{ rad}$$

deci:

$$\sin(\alpha_{b1} + 32,5^\circ) + \left[ \frac{\sin 90^\circ}{\cos 32,5^\circ} - \sin(90^\circ + 32,5^\circ) \right] e^{-0,636(\alpha_{b1} - \pi/2)} = 0$$

care are soluția:

$$\alpha_{b1} = 157^\circ = 2,74 \text{ rad.}$$

În a doua perioadă, tensiunea inițială a condensatorului este conform relației (1.120)

$$U_{C0} = u_C(\alpha_{b1}) = U_m \sin \alpha_{b1} = 311 \sin 157^\circ = 121,5 \text{ V.}$$

Întrucât tensiunea sursei

$$u(\pi/2) = 311 > U_{C0},$$

este posibilă conducția tiristorului în perioada a doua.

Unghiul de blocare  $\alpha_{b2}$  în această perioadă se calculează cu relația (1.123):

$$\sin(\alpha_{b2} + 32,5^\circ) + \left[ \frac{\sin 90^\circ}{\cos 32,5^\circ} - \frac{121,5}{311 \cdot \cos 32,5^\circ} - \sin 122,5^\circ \right] e^{-0,636(\alpha_{b2} - \pi/2)} = 0,$$

care are soluția:

$$\alpha_{b2} = 144^\circ = 2,51 \text{ rad.}$$

Se poate observa că  $\alpha_{b2} < \alpha_{b1}$  deoarece în prima perioadă condensatorul s-a încărcat la tensiunea 121,5 V. Astfel, diferența de tensiune, care se aplică sarcinii, s-a redus cu această valoare. Pe măsură ce condensatorul se încarcă, curentul se va reduce treptat.

e. După prima perioadă condensatorul este încărcat la valoarea

$$U_{C1} = U_{C0} = 121,5 \text{ V,}$$

iar după a doua perioadă tensiunea condensatorului se calculează tot din relația (1.120), în momentul  $\alpha_{b2}$ ,  $u_c$  fiind egală cu tensiunea sursei, deoarece curentul s-a anulat și  $u_R = 0$ . Deci:

$$U_{C2} = U_m \sin \alpha_{b2} = 311 \sin 144^\circ = 182,8 \text{ V.}$$

În final condensatorul se va încărca pînă la tensiunea  $U_m$ .

d. Dacă în locul tiristorului este conectată o diodă, aceasta se va bloca în prima perioadă la un unghi  $\alpha_{b1}$  calculat din relația (1.119), în care  $\alpha = \alpha_1 = 0^\circ$ ;

$$\sin(\alpha_{b1} + 32,5^\circ) - \sin 32,5^\circ \cdot e^{-0,636\alpha_{b1}} = 0.$$

Rezultă :

$$\alpha_{b1} = 141^\circ = 2,46 \text{ rad.}$$

Tensiunea la care s-a încărcat condensatorul este :

$$U_{C1} = U_m \sin \alpha_{b1} = 311 \cdot \sin 141^\circ = 195,7 \text{ V.}$$

Pentru a doua perioadă unghiul  $\alpha_{b2}$  se calculează din relația (1.123), în care  $U_{C0} = U_{C1}$  și

$$\alpha = \alpha_0 = 180^\circ - \alpha_{b1} = 180^\circ - 141^\circ = 39^\circ = 0,68 \text{ rad.}$$

Ținând seama de relația (1.127.4) rezultă :

$$\sin(\alpha_{b2} + 32,5^\circ) - \sin(39^\circ + 32,5^\circ)e^{-0,636(\alpha_{b2} - 0,68)} = 0,$$

ecuație, care are soluția :

$$\alpha_{b2} = 126^\circ = 2,2 \text{ rad.}$$

Tensiunea la care s-a încărcat condensatorul este :

$$U_{C2} = U_m \sin \alpha_{b2} = 311 \cdot \sin 126^\circ = 251,6 \text{ V.}$$

Unghiul de amorsare a diodei în perioada următoare va fi :

$$\alpha'_0 = 180^\circ - \alpha_{b2} = 180^\circ - 126^\circ = 54^\circ = 0,94 \text{ rad.}$$

Și în cazul acesta fenomenele se repetă cu un unghi de conducție a diodei tot mai redus, pînă cînd tensiunea atinge valoarea de 311 V.

e. Pentru a putea trasa variația curentului în cazul circuitului cu tiristor, trebuie determinată valoarea acestuia la intrarea în conducție a tiristorului. Pentru prima perioadă se utilizează relația (1.118), în care

$$\omega t = \alpha = 90^\circ$$

deci :

$$I_1 = \frac{U_m}{R} \sin \alpha = \frac{311}{10} \sin 90^\circ = 31,1 \text{ A.}$$

Pentru perioada a doua se utilizează relația (1.122) în care se face aceeași înlocuire ca în cazul precedent :

$$I_2 = \frac{U_m}{R} \sin \alpha - \frac{U_{C0}}{R} = 31,1 - \frac{121,5}{10} = 18,95 \text{ A.}$$

În cazul circuitului cu diodă trebuie determinată valoarea maximă  $I_M$  atinsă de curent în fiecare perioadă. Prin derivarea relației (1.122) față

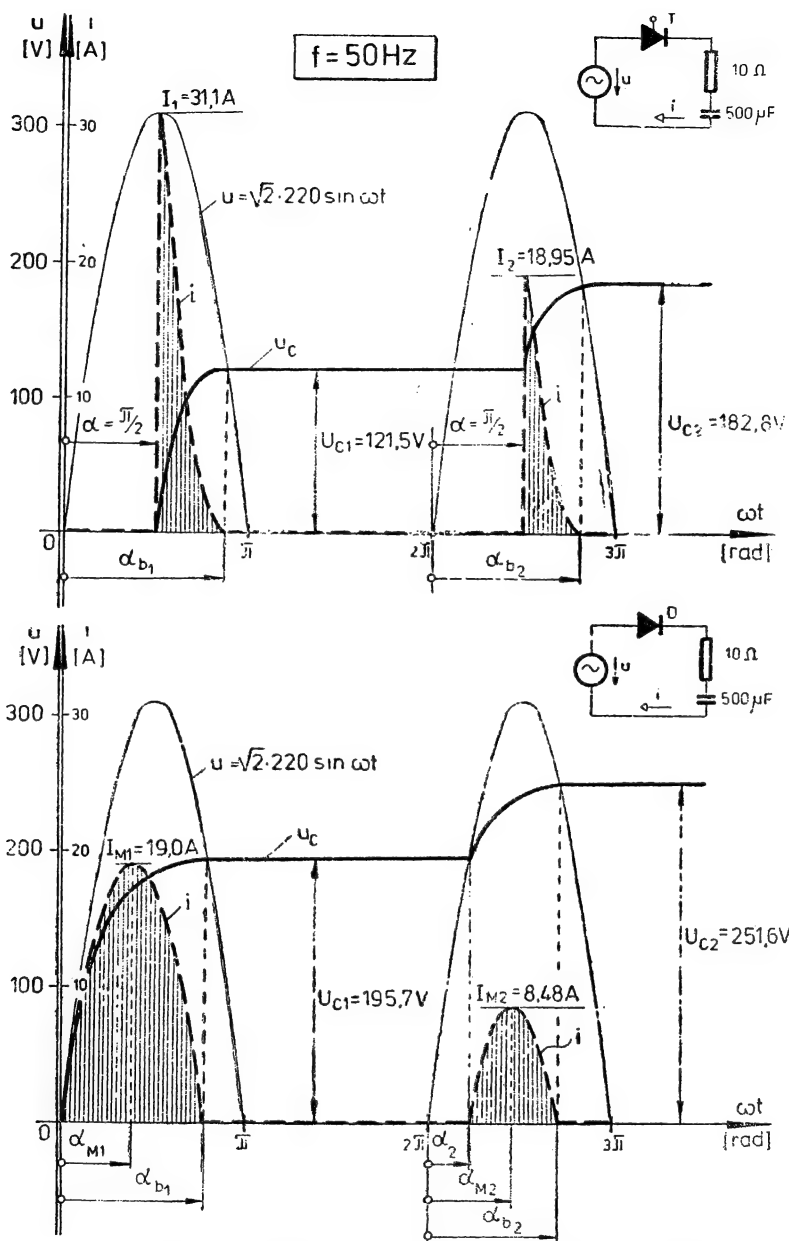


Fig. 1.24. Procesul de încărcare a unui condensator de la o sursă de c.a., în circuit fiind montat un tiristor comandat la  $\alpha = 90^\circ$  (a) respectiv o diodă (b).

de  $(\omega t)$  și anularea acesteia, se obține ecuația din care se poate determina unghiul  $\alpha_M$ , la care se obține curentul maxim :

$$\cos(\alpha_M + \varphi) - \operatorname{tg} \varphi \left[ \frac{\sin \alpha}{\cos \varphi} - \frac{U_{C0}}{U_m \cdot \cos \varphi} - \sin(\varphi + \alpha) \right] e^{-\frac{\alpha_M - \alpha}{\operatorname{ctg} \varphi}} = 0, \quad (1.130.1)$$

(relație valabilă și în cazul circuitului cu tiristor). Întrucît în cazul circuitului cu diodă este valabilă relația (1.129), ecuația de mai sus se simplifică la :

$$\cos(\alpha_M + \varphi) + \operatorname{tg} \varphi \sin(\alpha + \varphi) e^{-\frac{\alpha_M - \alpha}{\operatorname{ctg} \varphi}} = 0. \quad (1.130.2)$$

Pentru prima perioadă  $\alpha = 0$  și se obține :

$$\cos(\alpha_{M1} + 32,5^\circ) + 0,636 \sin 32,5^\circ e^{-0,636\alpha_{M1}} = 0$$

care are soluția :

$$\alpha_{M1} = 67^\circ = 1,17 \text{ rad.}$$

Pentru perioada a doua,  $\alpha = \alpha_0 = 39^\circ = 0,68 \text{ rad}$  și se obține ecuația :

$$\cos(\alpha_{M2} + 32,5^\circ) + 0,636 \sin 71,5^\circ e^{-0,636(\alpha_{M2} - 0,68)} = 0,$$

care are soluția :

$$\alpha_{M2} = 80^\circ = 1,4 \text{ rad.}$$

Valoarea maximă a curentului se obține cu relația obținută din (1.122) și (1.130.1) adică :

$$I_M = \frac{U_m}{Z} [\sin(\alpha_M + \varphi) + \cos(\alpha_M + \varphi) \operatorname{ctg} \varphi]. \quad (1.131)$$

Astfel, rezultă la  $\alpha_M = \alpha_{M1}$

$$I_{M1} = \frac{311}{11,85} [\sin 99,5^\circ + \cos 99,5^\circ \operatorname{ctg} 32,5^\circ] = 19,08 \text{ A}$$

și la  $\alpha_M = \alpha_{M2}$  :

$$I_{M2} = \frac{311}{11,85} [\sin 112,5^\circ + \cos 112,5^\circ \operatorname{ctg} 32,5^\circ] = 8,48 \text{ A.}$$

Variația tensiunii și curentului condensatorului egal cu curentul ventilului este reprezentată în figura 1.24.

**Observație :** dacă unghiul de comandă a tiristorului este mai mic decît  $90^\circ$ , curentul va atinge maximul la un unghi

$$\alpha_M > \alpha.$$

În acest caz, pentru a calcula  $I_M$  se utilizează relațiile (1.130.1) și (1.131). Dacă  $\alpha > 90^\circ$ , atunci valoarea maximă a curentului va fi chiar cea care apare la amorsarea tiristorului.

#### 1.1.6. SARCINĂ CU CONDENSATOR DE FILTRAJ

Pentru reducerea variației prea mari a tensiunii sarcinii, se montează de obicei în paralel cu aceasta un condensator. În figura 1.25 este reprezentat un circuit rezistiv cu condensator de filtraaj. Condensatorul în această schemă reduce factorul de ondulație a tensiunii sarcinii.

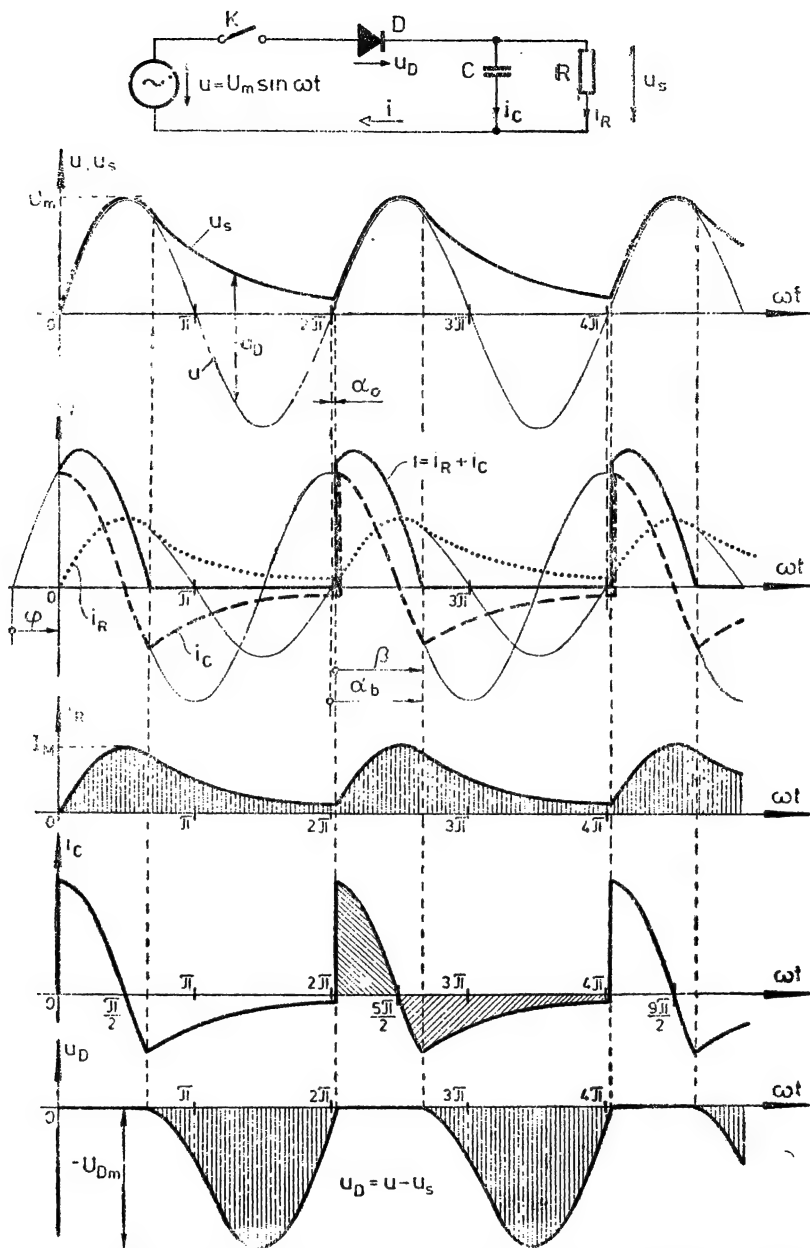


Fig. 1.25. Efectul condensatorului de filtraj asupra tensiunii sarcinii pur rezistive, alimentată de la o sursă de c.a. printr-o diodă.

Se consideră condensatorul neîncărcat, iar întreruptorul  $K$  se va închide în timpul semialternanței negative a tensiunii de alimentare, pentru a proteja circuitul de curentul de șoc care ar apărea prin condensator (și diodă), când se aplică acestuia brusc o tensiune. La apariția primei semialternanțe pozitive a lui  $u$  dioda începe să conducă, iar condensatorul se va încărca.

În timpul conducerii diodei, prin diodă va circula curentul de încărcare al condensatorului, care se determină din relația (1.107):

$$i_C = \frac{U_m}{X_C} \cos \omega t, \quad (1.132)$$

și curentul prin rezistență, proporțional cu tensiunea sursei

$$i_R = \frac{U_m}{R} \sin \omega t, \quad (1.133)$$

Curentul debitat de sursă va fi:

$$\begin{aligned} i &= i_C + i_R = U_m \left( \frac{1}{X_C} \cos \omega t + \frac{1}{R} \sin \omega t \right) = \\ &= U_m \sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{X_C^2}} \sin(\omega t + \varphi) = \frac{U_m}{X_C} \cdot \frac{\sin(\omega t + \varphi)}{\sin \varphi}, \end{aligned} \quad (1.134)$$

unde

$$\sin \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + X_C^2}}, \text{ adică } \operatorname{tg} \varphi = \omega C R. \quad (1.135)$$

De la  $\omega t = \pi/2$  condensatorul începe să se descarce prin rezistență, dar conducția prin diodă este menținută de rezistența  $R$ .

La unghiul  $\alpha_b$  dioda se blochează și condensatorul va continua să se descarce prin rezistență. Când tensiunea sursei devine mai mare decât tensiunea condensatorului (la  $\omega t = 2\pi + \alpha_0$ ), dioda intră iarăși în conducție.

Astfel, unghiul  $\alpha_b$  poate fi determinat din relația (1.134), prin anularea curentului diodei și rezultă:

$$\alpha_b = \pi - \varphi = \pi - \operatorname{arc} \operatorname{tg}(\omega C R). \quad (1.136)$$

Întrucât mărimile  $\omega C$  și  $R$  sînt pozitive:

$$\frac{\pi}{2} < \alpha_b < \pi.$$

La blocarea diodei condensatorul se descarcă după o lege exponențială:

$$u_C = k e^{-\frac{\omega t}{\omega C R}}, \quad (1.137)$$

unde constanta  $k$  se determină din condiția ca la  $\omega t = \alpha_b$ ,  $u_C = u(\alpha_b) = U_m \sin \alpha_b$ . Astfel, rezultă

$$k = U_m \sin \alpha_b e^{\frac{\alpha_b}{\omega C R}}, \quad (1.138)$$

și deci tensiunea pe condensator :

$$u_C = u_R = U_m \sin \alpha_b e^{-\frac{\omega t - \alpha_b}{\omega CR}}, \quad (1.139)$$

iar curentul de descărcare va fi :

$$i_R = -i_C = \frac{u_R}{R} = \frac{U_m}{R} \sin \alpha_b e^{-\frac{\omega t - \alpha_b}{\omega CR}} = \frac{U_m}{R} \sin \varphi e^{-\frac{\omega t - \alpha_b}{\omega CR}}. \quad (1.140)$$

Unghiul  $\alpha_0$  se determină din condiția ca tensiunea condensatorului, conform (1.137), la momentul  $\omega t = 2\pi + \alpha_0$  să fie egală cu tensiunea sursei  $u(2\pi + \alpha_0) = U_m \sin \alpha_0$  și rezultă :

$$\frac{\sin \alpha_0}{\sin \alpha_b} = \frac{\sin \alpha_0}{\sin \varphi} = e^{-\frac{2\pi + \alpha_0 - \alpha_b}{\omega CR}} = e^{-\frac{\pi + \alpha_0 + \varphi}{\omega CR}}. \quad (1.141)$$

sau ținând seama că pentru prima perioadă  $\alpha_b = \pi - \varphi$  rezultă :

$$e^{-\frac{\pi + \alpha_0 + \varphi}{\omega CR}} = \frac{\sin \alpha_0}{\sin \varphi} = 0. \quad (1.141.2)$$

Se poate observa că pentru un circuit cu defazajul  $\varphi$  dat, din ecuația transcendentă (1.141.2) rezultă unghiul  $\alpha_0$ . În figura 1.26 este reprezentată variația lui  $\alpha_0$  și  $\alpha_b$  în funcție de  $\varphi$ . Unghiul de conducție a diodei  $\beta = \alpha_b - \alpha_0$  rezultă direct din diagramă. La un defazaj  $\varphi = 60^\circ$  rezultă un unghi foarte mic ( $\alpha_0 \cong 3^\circ$ ), ceea ce înseamnă, că tensiunea sarcinii scade la aprox. 5% din valoarea maximă  $U_m$ . Fiind vorba de o sarcină rezistivă, curentul  $i_R$  va avea aceeași variație, astfel încît pentru  $\varphi < 60^\circ$ , practic se poate vorbi de o conducție întreruptă în rezistență.

În timpul blocării, dioda preia tensiunea negativă a sursei și tensiunea condensatorului, deci

$$u_D = u - u_C.$$

Valoarea medie a curentului prin rezistență poate fi calculată folosind relațiile (1.133) și (1.140) :

$$I_{R \text{ med}} = \frac{1}{2\pi} \left[ \int_{\alpha_0}^{\alpha_b} \frac{U_m}{R} \sin \omega t \, d(\omega t) + \int_{\alpha_b}^{2\pi + \alpha_0} \frac{U_m}{R} \sin \varphi e^{-\frac{\omega t - \alpha_b}{\omega CR}} \, d(\omega t) \right].$$

Efectuînd integrarea și ținînd seama de relațiile (1.141) se obține :

$$I_{R \text{ med}} = \frac{U_m}{R} \frac{1 + \cos(\alpha_0 + \varphi)}{2\pi \cos \varphi}. \quad (1.142)$$

Asemănător se calculează și valoarea efectivă a curentului prin sarcină și se obține :

$$I_{R \text{ ef}} = \frac{U_m}{\sqrt{2} R} \sqrt{\frac{\pi - \varphi - \alpha_0}{2\pi} + \frac{\sin \varphi + \sin \alpha_0 \cos(\alpha_0 + \varphi)}{2\pi \cos \varphi}}. \quad (1.143)$$



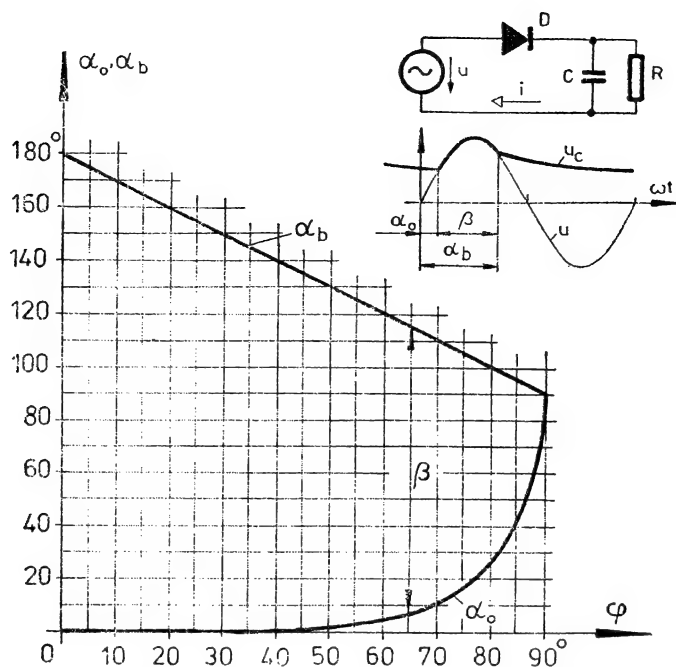


Fig. 1.26. Unghiul de intrare în conducție ( $\alpha_0$ ), de blocare ( $\alpha_b$ ) și de conducție ( $\beta$ ) a diodei în funcție de defazajul ( $\varphi$ ) al sarcinii introdus de condensatorul de filtraj în cazul sarcinii rezistive ( $\varphi = \arctg \omega CR$ ).

Cunoscînd  $I_{Rmed}$  și  $I_{Ref}$  pot fi calculate factorul de formă și factorul ondulație a curentului prin rezistență.

Dacă dioda se înlocuiește cu un tiristor, atunci pentru filtrarea tensiunii sarcinii nu poate fi utilizat un condensator simplu, deoarece dacă unghiul de comandă  $\alpha$  este mai mare decît  $\alpha_0$ , s-ar aplica condensatorului un salt de tensiune, care ar provoca un curent infinit de mare prin C. În serie cu condensatorul de filtraj trebuie să se conecteze o rezistență pentru a reduce curentul la o valoare admisibilă, care să nu pericliteze dispozitivul semiconductor.

**Problema 1.1.6.1.** Se consideră circuitul din figura 1.25, cu datele  $U_m = \sqrt{2} \cdot 220$  V,  $\omega = 100\pi$  rad/s și  $R = 10\Omega$ .

- Să se dimensioneze condensatorul de filtraj C astfel încît variația tensiunii sarcinii să fie 30%.
- Să se determine exact variația tensiunii sarcinii.
- Să se calculeze valoarea medie și efectivă a curentului prin rezistență și factorul de formă și de ondulație pentru curent, și să se compare cu valorile pentru circuitul fără condensator.
- Să se determine valoarea maximă a curentului care apare în circuit.
- Să se reprezinte variația tensiunii sarcinii și curentului condensatorului.

### Rezolvare

a. Se va dimensiona condensatorul pornind de la relația bine cunoscută :

$$i_C = C \frac{du_C}{dt}, \quad (1.144.1)$$

în care, în loc de diferențiale, se consideră diferențe finite pe o durată de o perioadă. Se obține astfel relația de dimensionare :

$$C \cong \frac{I_{med} T}{\Delta U_C}, \quad (1.144.2)$$

unde  $I_{med}$  este valoarea medie a curentului prin condensator care se determină din relația :

$$I_{med} = (1 - \Delta U_s^*) \frac{U_m}{R}, \quad (1.145.1)$$

unde  $\Delta U_s^*$  este variația tensiunii raportată la  $U_m$ . Știind că :

$$\Delta U_s^* = 30\%$$

rezultă imediat :

$$\Delta U_C^* = \Delta U_s^* = 0,3$$

și curentul mediu din (1.145.1) este :

$$I_{med} = 0,7 \frac{311}{10} = 21,77 \text{ A.}$$

Variația tensiunii  $\Delta U_C$  pe condensator se determină din relația :

$$\Delta U_C = \Delta U_C^* U_m, \quad (1.145.2)$$

și se obține :

$$\Delta U_C = 0,3 \cdot 311 = 93,3 \text{ V.}$$

Perioada  $T$  este :

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50} \text{ s} = 20 \text{ ms.}$$

Din relația (1.144.2) se calculează capacitatea condensatorului de filtraj :

$$C \cong \frac{21,77 \cdot 20}{93,3} \text{ mF} = 4,67 \text{ mF.}$$

Se va lua valoarea :

$$C = 5 \text{ mF,}$$

pentru care rezultă

$$\text{tg } \varphi = \omega CR = 100\pi \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 10 = 15,7$$

$$\dot{\varphi} = \text{arc tg } 15,7 = 86,35^\circ = 1,51 \text{ rad.}$$

b. Din relația (1.136) rezultă unghiul de blocare a diodei :

$$\alpha_b = 180^\circ - \varphi = 93,65^\circ = 1,63 \text{ rad.}$$

Unghiul  $\alpha_0$  la care dioda intră în conducție se determină din relația (1.141.2); dacă se ia pentru prima aproximație valoarea din diagramă (fig. 1.26) se obține :

$$\alpha_0 = 45^\circ = \pi/4 \text{ rad} \cong 0,785 \text{ rad.}$$

Apoi se poate determina valoarea minimă a tensiunii la  $\omega t = \alpha_0$  :

$$U_{C \min} = U_{s \min} = U_m \sin \alpha_0 = 311 \cdot \sin 45^\circ = 220 \text{ V.}$$

Valoarea exactă a variației tensiunii sarcinii se calculează din :

$$\Delta U_s = \frac{U_{s \max} - U_{s \min}}{U_{s \max}} = \frac{311 - 220}{311} = 0,29,$$

adică  $\Delta U_s\% = 29\%$ , foarte apropiată de cea propusă.

c. Valoarea medie a curentului se calculează cu relația (1.142)

$$I_{R \text{ med}} = \frac{311}{10} \cdot \frac{1 + \cos (86,35^\circ + 45^\circ)}{2\pi \cdot \cos 86,35^\circ} = 26,38 \text{ A,}$$

valoare mai mare decât 9,9 A obținută la același circuit, însă fără condensator de filtraj (problema 1.1.1.1).

Valoarea efectivă a curentului se calculează din relația (1.143) :

$$I_{R \text{ ef}} = \frac{220}{10} \sqrt{\frac{\pi - 1,51 - 0,785}{2\pi} + \frac{\sin 86,35^\circ + \sin 45^\circ \cdot \cos (45^\circ + 86,35^\circ)}{2\pi \cdot \cos 86,35^\circ}} = 26,59 \text{ A,}$$

mai mare decât 15,6 A, dacă circuitul este fără filtraj.

Rezultă factorul de formă :

$$k_{fi} = \frac{I_{R \text{ ef}}}{I_{R \text{ med}}} = \frac{26,59}{26,38} = 1,007 \approx 1$$

și factorul de ondulație :

$$k_{vi} = \frac{I_{R \text{ med}}}{I_{R \text{ ef}}} = \sqrt{k_{fi}^2 - 1} = 0,063.$$

Amândoi factorii sînt reduși față de cazul cînd nu este condensator de filtraj (cînd  $k_{fi} = 1,57$ , respectiv  $k_{vi} = 1,21$ ).

d. Curentul în condensator este maxim la începutul primei semiperioade pozitive a tensiunii de alimentare, în cazul cînd condensatorul era inițial descărcat. Conform relației (1.132) :

$$I_{C \max} = i_C|_{\omega t=0} = \omega C U_m = 100\pi \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 311 = 488,5 \text{ A.}$$

Acest curent apare doar o singură dată, la cuplarea circuitului. Cele două limite de curent care apar în regim stabilizat în condensator sînt la  $\omega t = \alpha_0$  și  $\omega t = \alpha_b$ , deci :

$$i_C(\alpha_0) = \omega C U_m \cos \alpha_0 = 488,5 \cdot \cos 45^\circ = 345 \text{ A}$$

$$i_C(\alpha_b) = \omega C U_m \cos \alpha_b = 488,5 \cos 93,65^\circ = -31 \text{ A.}$$

Valoarea maximă a curentului prin rezistență este atinsă la  $\omega t = \pi/2$ :

$$I_{R\max} = \frac{U_m}{R} = 31,1 \text{ A.}$$

la Valoarea maximă a curentului prin diodă se obține din relația (1.134),

$$\omega = \pi/2 - \varphi = 3,65^\circ = 0,064 \text{ rad.}$$

și are valoarea:

$$I_{\max} = \omega C U_m \frac{1}{\sin \varphi} = \frac{488,5}{\sin 86,35^\circ} = 489,5 \text{ A.}$$

**Concluzie:** pentru un filtraj destul de bun, este necesar un condensator de capacitate mare, dar curentul absorbit de la rețea ar atinge valori ridicate; pentru a evita aceasta, în practică se recomandă utilizarea redresoarelor de dublă alternanță.

e. Variația tensiunii sarcinii este reprezentată în figura 1.27, a, în două situații: când capacitatea condensatorului este de 5 mF și când capacitatea este de 10 ori mai mică. În figura 1.27, b este reprezentată variația curentului prin condensator, pentru ambele cazuri.

În figură sînt indicate constantele de timp ale circuitului:

$$\tau = CR = 5 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \text{ s} = 50 \text{ ms,}$$

$$\tau' = C'R' = 0,5 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \text{ s} = 5 \text{ ms,}$$

sau în radiani:

$$\omega\tau = \omega CR = 5\pi \text{ rad,}$$

$$\omega\tau' = \omega C'R' = 0,5\pi \text{ rad.}$$

**Problema 1.1.6.2.** Se consideră același circuit ca la problema precedentă (probl. 1.1.6.1).

a. Să se determine valoarea capacității astfel încît curentul maxim în condensator să fie redus de 10 ori.

b. Să se calculeze toate datele care s-au cerut la problema 1.1.6.1 la punctele b), c) și d).

*Rezolvare*

a. Pentru a reduce curentul maxim al condensatorului de 10 ori, din relația

$$I_{C\max} = \omega C U_m$$

se vede imediat că se va reduce capacitatea condensatorului de 10 ori, adică:

$$C = \frac{5\text{mF}}{10} = 500 \text{ }\mu\text{F.}$$

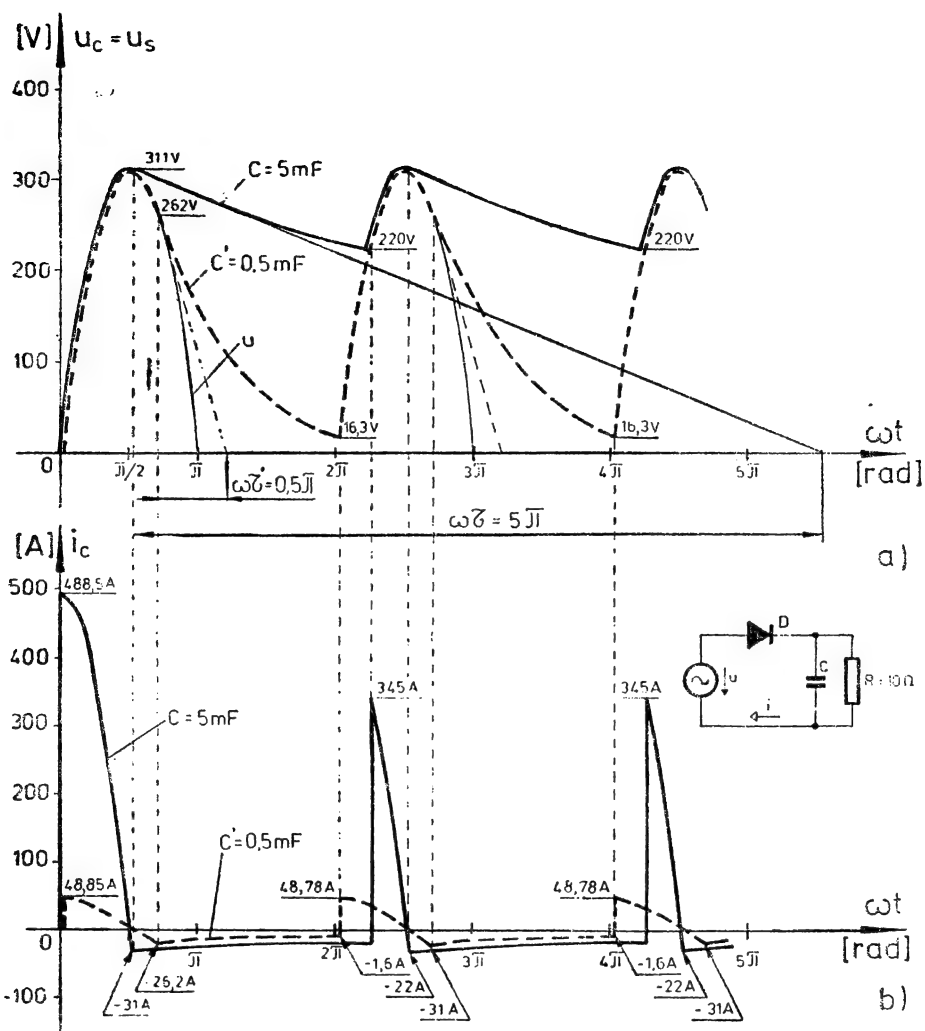


Fig. 1.27. Tensiunea (a) și curentul (b) condensatorului de filtraj, în cazul unei sarcini rezistive pentru două valori ale capacității  $C = 5\text{ mF}$ , respectiv  $C' = 0,5\text{ mF}$ .

b. Se va urmări același procedeu ca la problema precedentă și se obține

$$\operatorname{tg} \varphi 1,57 =$$

$$\varphi = \arctg 1,57 = 57,5^\circ$$

$$\alpha_b = 180^\circ - \varphi = 122,5^\circ = 2,14 \text{ rad.}$$

Rezolvind relația (1.141.2) se obține:

$$\alpha_0 = 3^\circ = 0,052 \text{ rad,}$$

apoi :

$$U_{C \min} = U_m \sin \alpha_0 = 311 \sin 3^\circ = 16,3 \text{ V}$$

$$\Delta U_s = \frac{311 - 16,3}{311} = 0,95,$$

adică  $\Delta U_s\% = 95\%$ .

Valoarea medie a curentului rezultă :

$$I_{R \text{ med}} = \frac{311}{10} \cdot \frac{1 + \cos(3^\circ + 57,5^\circ)}{\cos 57,5^\circ} = 13,76 \text{ A} > 9,9 \text{ A}$$

și valoarea efectivă

$$I_{R \text{ ef}} = \frac{220}{10} \sqrt{\frac{180^\circ - 3^\circ - 57,5^\circ}{360^\circ} + \frac{\sin 57,5^\circ + \sin 3^\circ \cdot \cos 60,5^\circ}{2\pi \cdot \cos 57,5^\circ}} = 16,88 \text{ A} > 15,6 \text{ A}.$$

Factorul de formă este :

$$k_{fi} = \frac{I_{R \text{ ef}}}{I_{R \text{ med}}} = \frac{16,88}{13,76} = 1,23 < 1,57$$

și factorul de ondulație :

$$k_{vi} = \frac{I_{R \sim}}{I_{R \text{ med}}} = \sqrt{1,23^2 - 1} = 0,712 < 1,21.$$

Cele patru mărimi  $I_{R \text{ med}}$ ,  $I_{R \text{ ef}}$ ,  $k_{fi}$  și  $k_{vi}$  sînt comparate cu valorile corespunzătoare circuitului fără condensator de filtraaj.

Se poate vedea că, odată cu reducerea capacității condensatorului variația tensiunii sarcinii s-a mărit foarte mult (la 95%) deoarece constanta de timp a scăzut de la 50 ms la 5 ms. Totuși, față de circuitul fără condensator, curentul mediu a crescut cu aprox. 38% și curentul efectiv cu aprox. 8%.

În figura 1.27, curbele cu linie întreruptă reprezintă de fapt variația tensiunii sarcinii și a curentului condensatorului pentru cazul de față.

Limitele între care variază curentul condensatorului sînt

$$i_C(\alpha_0) = 48,85 \cdot \cos 3^\circ = 48,78 \text{ A}$$

$$i_C(\alpha_b) = 48,85 \cdot \cos 122,5^\circ = 26,25 \text{ A},$$

unde

$$I_{C \max} = 48,85 \text{ A}.$$

### 1.1.7. SARCINĂ REZISTIVĂ CU TENSIUNE ELECTROMOTOARE

În cazul unei instalații pentru încărcarea bateriilor de acumulateoare la puteri mai mici se poate neglija inductivitatea circuitului și sarcina se poate considera rezistivă cu t.e.m. Datorită prezenței t.e.m. în circuit

fenomenele diferă față de cazul cînd acesta lipsește (v. paragraful 1.1.1).

**Circuit cu diodă.** Se consideră circuitul din figura 1.28. Dacă întreruptorul  $K$  este închis, dioda va putea să intre în conducție cînd va fi polarizată direct, adică din momentul  $\omega t = \alpha_0$ , cînd tensiunea sursei atinge valoarea tensiunii electromotoare, adică

$$u(\alpha_0) = U_m \sin \alpha_0 = E. \quad (1.146.1)$$

Din (1.146.1) rezultă:

$$\sin \alpha_0 = \frac{E}{U_m} = \varepsilon. \quad (1.146.2)$$

Dacă  $E > U_m$  în circuit nu poate apare curent. Circuitul poate fi privit ca o sarcină rezistivă, căreia i se aplică tensiunea:

$$\begin{aligned} u_R &= u - E = \\ &= U_m \sin \omega t - E, \end{aligned} \quad (1.147)$$

cînd  $\alpha_0 < \omega t < \alpha_b$ .

Curentul în circuit va fi:

$$\begin{aligned} i &= \frac{u_R}{R} = \\ &= \frac{U_m}{R} (\sin \omega t - \sin \alpha_0) = \\ &= \frac{U_m}{R} (\sin \omega t - \varepsilon). \end{aligned} \quad (1.148)$$

Se vede că  $i$  se anulează la

$$\alpha_b = \pi - \alpha_0 \quad (1.149)$$

iar dioda se blochează, fiind polarizată invers. Dioda

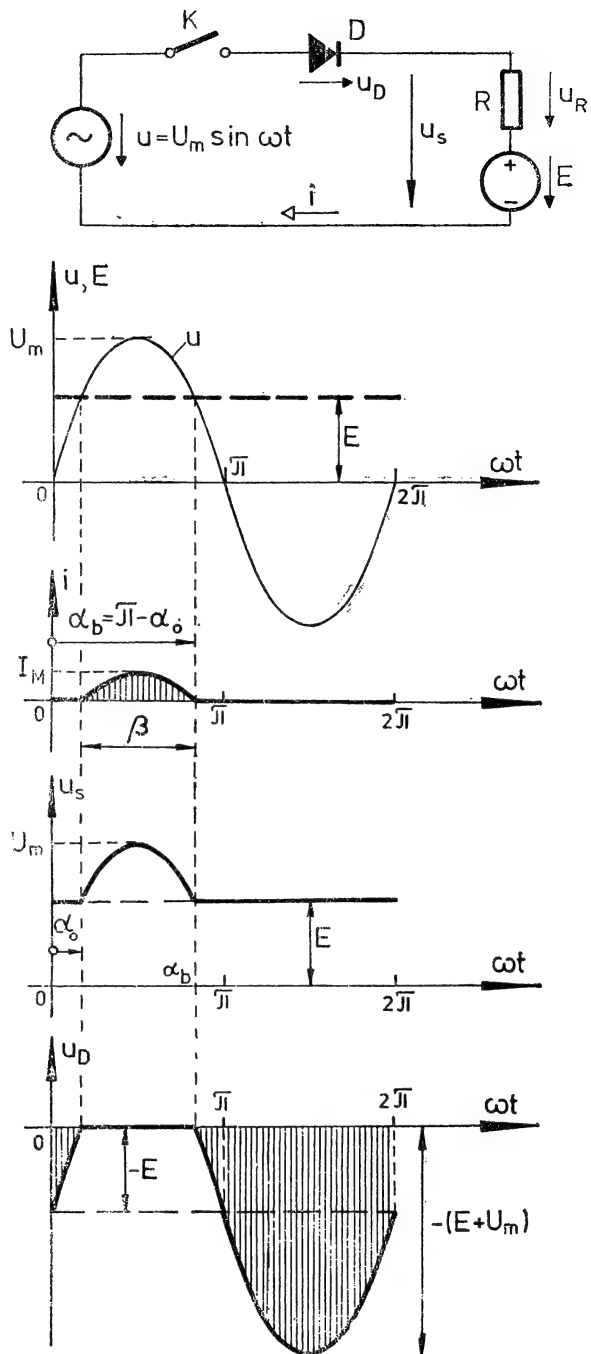


Fig. 1.28. Sarcină rezistivă cu tensiune electromotoare alimentată de la o sursă de c.a. prin intermediul unei diode în serie.

blocată preia atît tensiunea sursei, cît și tensiunea electromotoare a sarcinii :

$$u_D = u - E = U_m \sin \omega t - E, \quad (1.150)$$

cînd  $0 < \omega t < \alpha_0$  și  $\alpha_b < \omega t < 2\pi$ .

Unghiul de conducție a diodei este :

$$\beta = \alpha_b - \alpha_0 = \pi - 2\alpha_0 = \pi - 2 \arcsin \varepsilon \quad (1.151)$$

și s-a reprezentat în figura 1.30 prin curba trasată cu linie întreruptă.

Valoarea medie a curentului se calculează cu relația (A.1.9) din anexa 1 :

$$\begin{aligned} I_{med} &= \frac{1}{2\pi} \int_{\alpha_0}^{\pi-\alpha_0} \frac{U_m}{R} (\sin \omega t - \varepsilon) d(\omega t) = \\ &= \frac{U_m}{R} \left[ \frac{1}{\pi} (\cos \alpha_0 + \varepsilon \cdot \alpha_0) - \frac{\varepsilon}{2} \right], \end{aligned} \quad (1.152.1)$$

sau numai în funcție de  $\varepsilon$  rezultă :

$$I_{med} = \frac{U_m}{R} \left[ \frac{1}{\pi} (\sqrt{1-\varepsilon^2} + \varepsilon \arcsin \varepsilon) - \frac{\varepsilon}{2} \right]. \quad (1.152.2)$$

Tensiunea medie a sarcinii este :

$$U_{s, med} = RI_{med} + E = U_m \left[ \frac{1}{\pi} (\cos \alpha_0 + \varepsilon \alpha_0) + \frac{\varepsilon}{2} \right] \quad (1.153.1)$$

sau în funcție de  $\varepsilon$  va fi :

$$U_{s, med} = U_m \left[ \frac{1}{\pi} (\sqrt{1-\varepsilon^2} + \varepsilon \arcsin \varepsilon) + \frac{\varepsilon}{2} \right]. \quad (1.153.2)$$

Tensiunea sarcinii este :

$$u_r = E \text{ pentru } \begin{cases} 0 < \omega t < \alpha_0; \\ \pi - \alpha_0 < \omega t < 2\pi + \alpha_0; \end{cases} \quad (1.154.1)$$

și

$$u_s = U_m \sin \omega t \text{ pentru } \alpha_0 < \omega t < \pi - \alpha_0. \quad (1.154.2)$$



Prin urmare, valoarea efectivă a tensiunii sarcinii rezultă :

$$U_{ef} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{\alpha_0}^{\pi-\alpha_0} (U_m \sin \omega t)^2 d(\omega t) + \frac{1}{2\pi} \int_{\pi-\alpha_0}^{2\pi+\alpha_0} E^2 d(\omega t)}. \quad (1.155.1)$$

$U_{ef}$  în funcție de  $\alpha_0$  va fi :

$$U_{ef} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\pi + 2\alpha_0}{\pi} \sin^2 \alpha_0 + \frac{\pi - 2\alpha_0}{2\pi} + \frac{\sin 2\alpha_0}{2\pi}}, \quad (1.155.2)$$

sau în funcție de  $\varepsilon$  este :

$$U_{ef} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{1}{2} + \varepsilon^2 + \frac{\varepsilon \sqrt{1-\varepsilon^2}}{2\pi} + (2\varepsilon^2 - 1) \frac{\arcsin \varepsilon}{\pi}}. \quad (1.155.3)$$

Valoarea efectivă a curentului se calculează din (1.148) :

$$I_{ef} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{\alpha_0}^{\pi-\alpha_0} \left[ \frac{U_m}{R} (\sin \omega t - \sin \alpha_0) \right]^2 d(\omega t)} \quad (1.156.1)$$

și rezultă :

$$I_{ef} = \frac{U_m}{\sqrt{2}R} \sqrt{\left( \frac{1}{2} + \sin^2 \alpha_0 \right) \left( 1 - \frac{2\alpha_0}{\pi} \right) - 3 \frac{\sin 2\alpha_0}{2\pi}}, \quad (1.156.2)$$

respectiv în funcție de  $\varepsilon$  va fi :

$$I_{ef} = \frac{U_m}{\sqrt{2}R} \sqrt{\left( \frac{1}{2} + \varepsilon^2 \right) \left( 1 - \frac{2}{\pi} \arcsin \varepsilon \right) - \frac{3}{\pi} \varepsilon \sqrt{1-\varepsilon^2}}. \quad (1.156.3)$$

Cunoscînd atît valorile medii, cît și cele efective ale tensiunii și curentului, pot fi calculați factorii de ondulație și de formă cu relațiile (A.1.12) și (A.1.15).

Valorile raportate ale curenților sînt :

$$I_{med}^* = I_{med} \frac{R}{U_m} \text{ și } I_{ef}^* = I_{ef} \frac{R}{U_m}. \quad (1.157)$$

**Circuit cu tiristor.** Dacă dioda se înlocuiește cu un tiristor (fig. 1.29), pentru exprimarea curentului rămîne valabilă relația (1.148) sub forma :

$$i = \frac{U_m}{R} (\sin \omega t - \varepsilon), \quad (1.158)$$

unde

$$\varepsilon = \frac{E}{U_m} = \sin \alpha_0. \quad (1.159)$$

Unghiul de comandă  $\alpha$  a tiristorului variază între limitele :

$$\alpha_0 < \alpha < \pi - \alpha_0. \quad (1.160)$$

Unghiul de blocare a tiristorului este :

$$\alpha_b = \pi - \alpha_0 = \pi - \arcsin \varepsilon, \quad (1.161)$$

cînd curentul se anulează. Unghiul de conducție rezultă :

$$\begin{aligned} \beta &= \alpha_b - \alpha = \pi - \alpha_0 - \alpha = \\ &= \pi - \alpha - \arcsin \varepsilon. \end{aligned} \quad (1.162)$$

În figura 1.30 sînt trasate curbele  $\beta$  în funcție de tensiunea electromotoare raportată  $\varepsilon$ , avînd ca parametru unghiul de comandă  $\alpha$ , conform relației (1.162).

Curba trasată cu linie întreruptă corespunde de fapt circuitului cu diodă din figura 1.28. Se poate observa că la  $\varepsilon < 0$ , unghiul de comandă poate fi negativ, ceea ce înseamnă că tiristorul poate fi aprins deja în semi-alternanța negativă a tensiunii de alimentare, deoarece t.e.m. a sarcinii asigură polarizarea directă a tiristorului. Datorită faptului că sarcina este pur rezistivă, verticala trasată cu punct-linie la  $\varepsilon = -1$  reprezintă limita dintre funcționarea controlată cu curent întrerupt și funcționarea necontrolată, cînd curentul persistă tot timpul în circuit.

Din relațiile (1.158) și (1.161) se poate calcula valoarea medie a curentului :

$$\begin{aligned} I_{med} &= \frac{1}{2\pi} \int_{\alpha}^{\pi - \alpha_0} \frac{U_m}{R} (\sin \omega t - \varepsilon) d(\omega t) = \\ &= \frac{U_m}{R} \frac{\cos \alpha + \cos \alpha_0 - \varepsilon(\pi - \alpha_0 - \alpha)}{2\pi} = \\ &= \frac{U_m}{R} \frac{\cos \alpha + \sqrt{1 - \varepsilon^2} - \varepsilon(\pi - \alpha - \arcsin \varepsilon)}{2\pi}. \end{aligned} \quad (1.163)$$

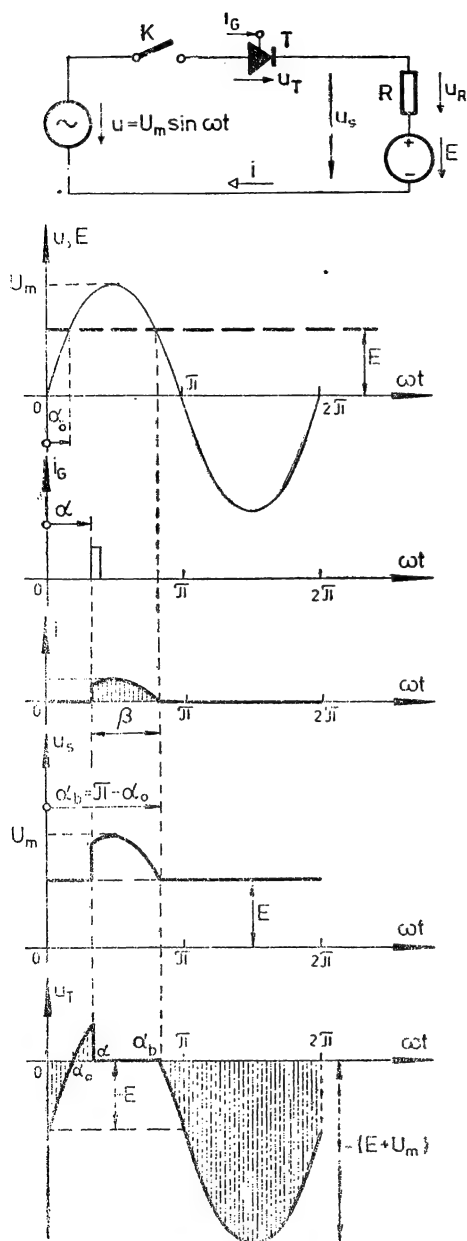


Fig. 1.29. Sarcină rezistivă cu tensiune electromotoare, alimentată de la o sursă de c.a. prin intermediul unui tiristor în serie.

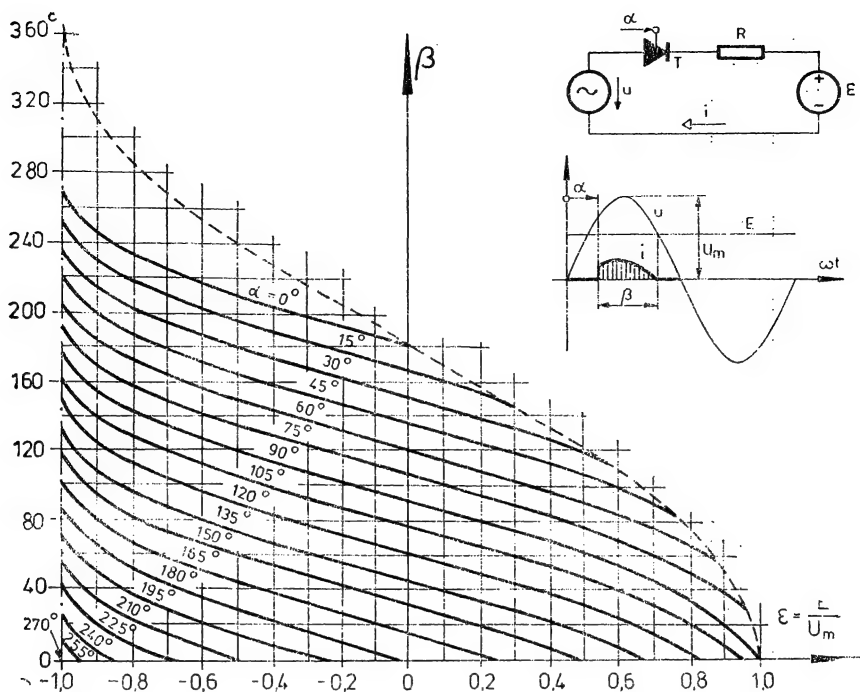


Fig. 1.30. Unghiul de conducție  $\beta$  a tiristorului în funcție de valoarea raportată a tensiunii electromotoare  $\varepsilon$ , pentru diferite unghiuri de comandă  $\alpha$ ; linia întreruptă este valabilă pentru circuitul cu diodă.

Valoarea efectivă a curentului se calculează din relația

$$I_{ef} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{\alpha}^{\pi-\alpha_0} \left( \frac{U_m}{R} (\sin \omega t - \varepsilon) \right)^2 d(\omega t)} =$$

$$= \frac{U_m}{\sqrt{2}R} \sqrt{\frac{1}{\pi} \left[ \left( \frac{1}{2} + \varepsilon^2 \right) (\pi - \alpha - \alpha_0) + \frac{\sin 2\alpha_0 + \sin 2\alpha}{4} - 2\varepsilon (\cos \alpha_0 + \cos \alpha) \right]}. \quad (1.164)$$

În figura 1.31 și 1.32 sînt trasate curbele  $I_{med}^*$  și  $I_{ef}^*$  definite de relațiile (1.157), în funcție de  $\varepsilon = E/U_m$ , avînd ca parametru unghiul de comandă  $\alpha$  a tiristorului. Liniile întrerupte din aceste figuri sînt valabile pentru circuitul cu diodă. Punctul de funcționare a circuitului trebuie să se afle la stînga acestei limite, pentru ca să fie îndeplinite condițiile de intrare în conducție a tiristorului ( $u_T > 0$ ). De asemenea, sînt indicate limitele de funcționare necontrolată (verticala trasată cu punct linie).

**Problema 1.1.7.1.** O baterie de acumuloare este încărcată de la sursa de tensiune alternativă

$$u = \sqrt{2} \cdot 220 \sin 100 \pi t$$

prin intermediul unei diode (fig. 1.28).

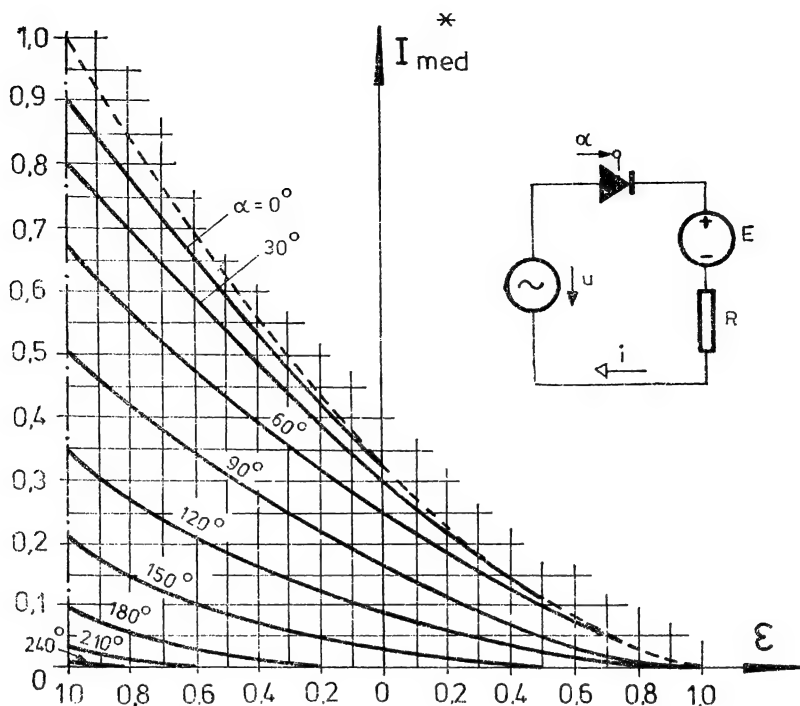


Fig. 1.31. Valoarea medie a curentului prin circuit raportată la  $U_m/R$  în funcție de  $\epsilon = E/U_m$ , pentru diferite unghiuri de comandă  $\alpha$  a tiristorului (linia întreruptă este valabilă pentru circuitul cu diodă).

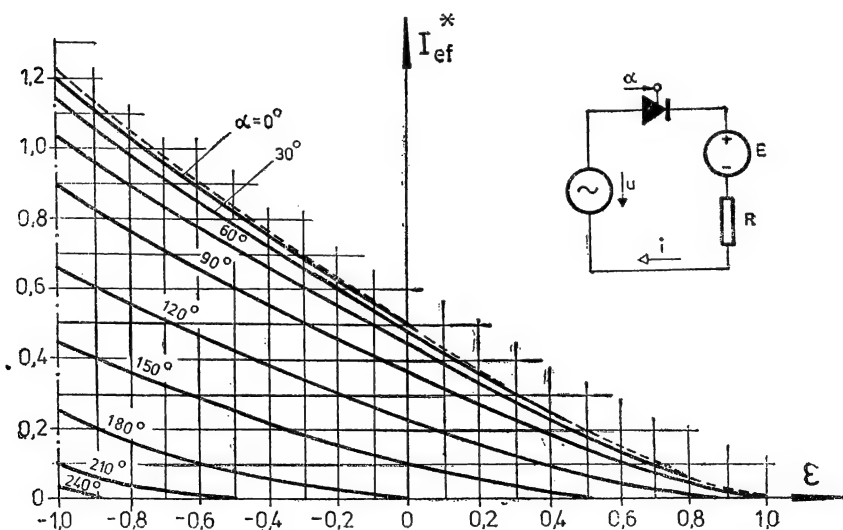


Fig. 1.32. Valoarea efectivă a curentului prin circuit raportată la  $U_m/R$  în funcție de  $\epsilon = E/U_m$ , pentru diferite unghiuri de comandă  $\alpha$  a tiristorului (linia întreruptă este valabilă pentru circuitul cu diodă).

Se presupune, că întreruptorul  $K$  este închis în timpul semialternanței negative a tensiunii de alimentare, înainte ca aceasta să atingă valoarea maximă. Tensiunea la bornele acumulatorului variază de la 146 V la 200 V. Rezistența în circuit este  $R = 2,5 \Omega$ .

Se consideră trei cazuri :

- A. La începutul procesului de încărcare, când  $E = 146 \text{ V}$ ;
- B. La sfârșitul procesului de încărcare, când  $E = 200 \text{ V}$ ;
- C. În cazul când din greșeală bateria de acumulare este conectată cu polaritate inversă celei corespunzătoare încărcării.

Să se determine :

- a. unghiul de amorsare a diodei ;
- b. durata de conducție a diodei ;
- c. valoarea medie și efectivă a curentului prin circuit ;
- d. valoarea medie și efectivă a tensiunii sarcinii ;
- e. factorii de formă și de ondulație, atât pentru curentul cât și pentru tensiunea sarcinii ;
- f. puterea absorbită de la sursă ;
- g. factorul de putere de comandă.

*Rezolvare*

- A. a. La începutul procesului de încărcare, t.e.m. a sarcinii este :  

$$E = 146 \text{ V}.$$

Raportînd-o la valoarea maximă a tensiunii de alimentare, rezultă :

$$\varepsilon = \frac{E}{U_m} = \frac{146}{\sqrt{2} \cdot 220} = 0,469.$$

Din relația (1.146.2) se poate calcula unghiul de amorsare a diodei :

$$\alpha_0 = \arcsin \varepsilon = \arcsin 0,469 = 28^\circ = 0,49 \text{ rad}.$$

Unghiul de blocare, conform relației (1.149), este

$$\alpha_b = 180^\circ - 28^\circ = 152^\circ = 2,65 \text{ rad}.$$

- b. Durata de conducție a diodei este :

$$\beta = \alpha_b - \alpha_0 = 152^\circ - 28^\circ = 124^\circ = 2,16 \text{ rad}.$$

- c. Valoarea medie a curentului se calculează din relația (1.152.1) :

$$I_{med} = \frac{\sqrt{2} \cdot 220}{2,5} \left[ \frac{1}{\pi} (\cos 28^\circ + 0,469 \times 0,49) - \frac{0,469}{2} \right] = 14,86 \text{ A}.$$

Valoarea efectivă a curentului se determină cu ajutorul relației (1.156.2) :

$$I_{ef} = \frac{220}{2,5} \sqrt{\left( \frac{1}{2} + \sin^2 28^\circ \right) \left( 1 - \frac{2 \times \sin 28^\circ}{180^\circ} \right) - 3 \frac{\sin 56^\circ}{2\pi}} = 27,88 \text{ A}.$$

d. Valoarea medie a tensiunii sarcinii se calculează cu relația (1.153.1) :

$$U_{s\ med} = RI_{med} + E = 2,5 \times 14,86 + 146 = 183,15\ V,$$

iar valoarea efectivă din (1.155.2) :

$$U_{s\ ef} = 220 \sqrt{\frac{\pi + 2 \times 0,49}{\pi} \sin^2 28^\circ + \frac{\pi - 2 \times 0,49}{2\pi} + \frac{\sin 56^\circ}{2\pi}} = 192,4\ V.$$

e. Factorul de formă a curentului este

$$k_{fi} = \frac{I_{ef}}{I_{med}} = \frac{27,88}{14,86} = 1,87$$

și factorul de ondulație :

$$k_{vi} = \frac{I_{\sim}}{I_{med}} = \sqrt{(k_{fi})^2 - 1} = \sqrt{1,87^2 - 1} = 1,58.$$

Factorul de formă a tensiunii sarcinii :

$$k_{fu} = \frac{U_{s\ ef}}{U_{s\ med}} = \frac{192,4}{183,15} = 1,05$$

și factorul de ondulație :

$$k_{vu} = \frac{U_{s\ \sim}}{U_{s\ med}} = \sqrt{(k_{fu})^2 - 1} = \sqrt{1,05^2 - 1} = 0,32.$$

Factorul de formă a tensiunii sarcinii este foarte apropiat de 1, iar cel de ondulație este redus datorită faptului că, în timpul blocării diodei ( $360^\circ - \beta = 236^\circ$ , adică 65,5% din perioadă), tensiunea sarcinii este constantă și egală cu  $E$ .

f. Puterea absorbită de la sursă se va calcula din puterea instantanee la un moment dat :

$$p = (u_R + E)i = Ri^2 + Ei, \quad (1.165)$$

din care rezultă :

$$P = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (Ri^2 + Ei) d(\omega t)_s = RI_{ef}^2 + EI_{med}. \quad (1.166.1)$$

Înlocuind valorile în relația de mai sus se obține puterea la care lucrează circuitul :

$$P = 2,5(27,88)^2 + 146 \times 14,86 = 1\ 940 + 2\ 170 = 4\ 110\ W.$$

Se poate vedea că puterea la care are loc încărcarea propriu-zisă este :

$$P_E = EI_{med}, \quad (1.166.2)$$

adică

$$P_E = 2\ 170\ W = 2,17\ kW,$$

iar pierderile prin efect Joule-Lenz sînt :

$$P_{JL} = RI_{ef}^2, \quad (1.166.3)$$

adică

$$P_{JL} = 1\,940 \text{ W} = 1,94 \text{ kW}.$$

**g.** Factorul de putere de comandă este :

$$\cos \varphi_c = \frac{P}{U_{ef} \cdot I_{ef}}, \quad (1.167.1)$$

unde puterea aparentă este :

$$S = U_{ef} I_{ef} \quad (1.167.2)$$

Valoric rezultă :

$$\cos \varphi_c = \frac{4\,113}{220 \cdot 27,88} = 0,67.$$

**B.** În acest caz se va urmări calculul de la punctul A), cu un  $\varepsilon$  corespunzător :

$$\varepsilon = \frac{E}{U_m} = \frac{200}{\sqrt{2} \cdot 220} = 0,643.$$

Datele obținute sînt trecute în tabelul 1.3.

*Tabelul 1.3*

	Bateria :	descărcată	încărcată	cuplată invers
	UM	A	B	C
$E$	V	146	200	— 146
$\varepsilon$	—	0,469	0,643	— 0,469
$\alpha_0$	grad	28°	40°	— 28°
$\alpha_b$	grad	152°	140°	208°
$\beta$	grad	124°	100°	236°
$I_{med}$	A	14,86	8,1	73,21
$I_{ef}$	A	27,88	16,97	101,88
$k_{fi}$	—	1,87	2,1	1,39
$k_{vi}$	—	1,58	1,84	0,96
$U_{s\ med}$	V	183,15	220,25	37
$U_{s\ ef}$	V	192,4	226,9	180,8
$k_{fu}$	—	1,05	1,03	4,88
$k_{vu}$	—	0,32	0,247	4,78
$P$	kW	4,113	2,34	15,25
$P_E$	kW	2,17	1,62	— 10,69
$P_{JL}$	kW	1,94	0,72	25,94
$S$	kVA	6,15	3,73	22,41
$\cos \varphi_c$	—	0,67	0,63	0,68
$I_{max}$	A	66	44,4	182,8
$\eta$	%	52,8	69,2	—

C. Dacă bateria de acumulare este conectată cu polaritate inversă față de cazul A), conform figurii 1.28 t.e.m. va avea valoarea

$$E = -146 \text{ V},$$

adică

$$\varepsilon = -\frac{146}{\sqrt{2} \cdot 220} = -0,469.$$

În acest caz dioda se va amorsa la un unghi:

$$\alpha_0 = -28^\circ = -0,49 \text{ rad},$$

în semialternanța negativă a tensiunii de alimentare și se va bloca la:

$$\alpha_b = 180^\circ + 28^\circ = 208^\circ = 1,15\pi \text{ rad},$$

adică în semialternanța negativă următoare (v. fig. 1.33). Timpul de conducție a diodei s-a prelungit la:

$$\beta = \alpha_b - \alpha_0 = 208^\circ + 28^\circ = 236^\circ = 1,31\pi \text{ rad}.$$

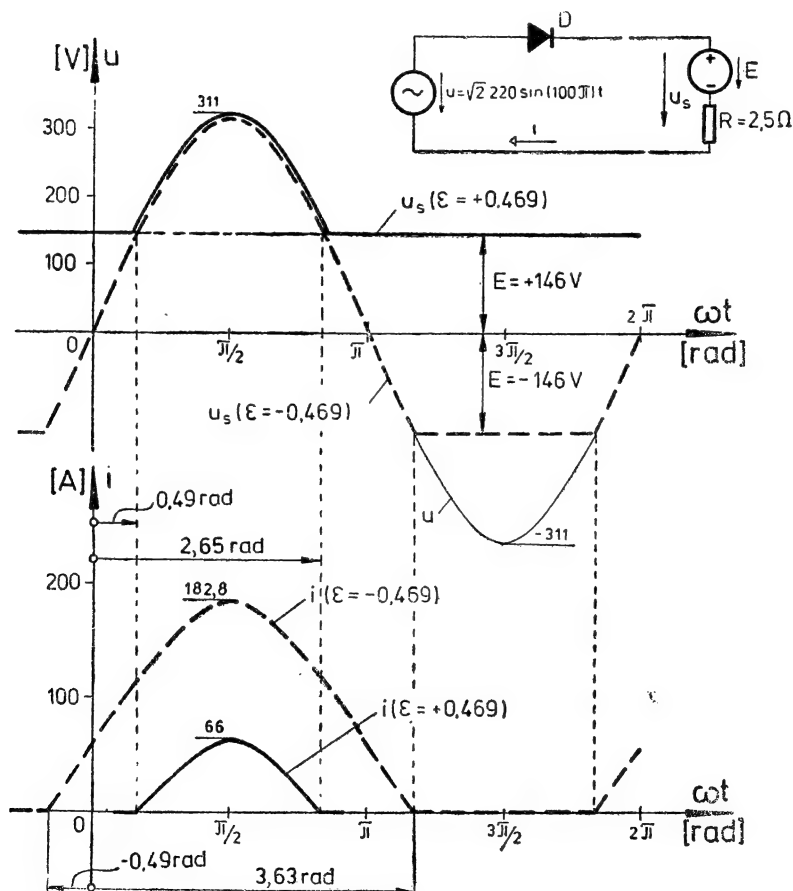


Fig. 1.33. Variația tensiunii și curentului sarcinii la încărcarea unei baterii de acumulare, dacă aceasta este conectată cu polaritate corespunzătoare (linia continuă), respectiv cu polaritate inversă (linia întreruptă) la sursa de alimentare.



Apoi calculele se efectuează la fel ca la punctul A), iar rezultatele obținute sînt trecute în tabelul 1.3.

Randamentul instalației s-a calculat cu formula :

$$\eta = \frac{P_E}{P} . \quad (1.168)$$

În figura 1.33 s-a reprezentat variația tensiunii sarcinii și curentului pentru cazurile A) și C). Valoarea maximă a curentului se obține din relația (1.148) pentru  $\omega t = 90^\circ$ .

Pentru cazul A) :

$$I_{max} = \frac{\sqrt{2} \cdot 220}{2,5} (1 - 0,469) = 66 \text{ A}$$

și pentru cazul C) :

$$I_{max} = \frac{\sqrt{2} \cdot 220}{2,5} (1 + 0,469) = 182,8 \text{ A}.$$

Urmărind datele din tabel se poate vedea că, odată cu încărcarea bateriei de acumulate curentul și puterea absorbită de la rețea scad, factorul de formă a curentului se înrăutățește (crește) în timp ce factorul de formă a tensiunii sarcinii scade spre 1, deoarece  $U_s = E$  pe o durată mai lungă într-o perioadă.

La conectarea bateriei de acumulate cu polaritate inversă, durata de conducție a diodei se prelungește ; curentul crește foarte mult în circuit, deoarece atît sursa, cît și bateria de acumulate, debitează energie la o putere de 15,25 kW, respectiv 10,69 kW, care se consumă în rezistența  $R$  prin efect Joule-Lenz. În acest caz nu poate avea loc procesul de încărcare și datorită pierderilor și curenților foarte mari poate să se distrugă instalația.

**Problema 1.1.7.2.** O baterie de acumulate este încărcată de la tensiunea de 45 V, la tensiunea nominală de 110 V. Circuitul de încărcare conține un tiristor și este alimentat de la o sursă de tensiune alternativă cu  $U_{ef} = 220 \text{ V}$  și 50 Hz. Rezistența în circuit este  $R = 1,6 \Omega$  (fig. 1.29).

Să se determine :

- unghiul de comandă  $\alpha_1$  a tiristorului la începutul procesului de încărcare, astfel ca în circuit curentul mediu să nu depășească 25 A ;
- unghiul de comandă  $\alpha_2$ , astfel ca la sfîrșitul procesului de încărcare curentul mediu să fie sub 10 A ;
- factorul de formă și de ondulație a curentului ;
- puterea absorbită de la sursă în ambele cazuri ;
- factorul de putere de comandă.

*Rezolvare*

- La începutul procesului de încărcare, t.e.m. în circuit este :

$$E_1 = 45 \text{ V},$$

pentru care rezultă :

$$\varepsilon_1 = \frac{E_1}{\sqrt{2} \cdot U_{ef}} = \frac{45}{\sqrt{2} \cdot 220} = 0,145.$$

Din relația (1.157) se calculează :

$$I_{med1}^* = I_{med1}^* \frac{R}{\sqrt{2} \cdot U_{ef}} = 25 \frac{1,6}{\sqrt{2} \cdot 220} = 0,128,$$

apoi din diagrama 1.31 la  $\varepsilon_1 = 0,145$  rezultă :

$$\alpha_1 = 90^\circ = \pi/2 \text{ rad.}$$

Unghiul de blocare a tiristorului este :

$$\alpha_{b_1} = 180^\circ - \arcsin \varepsilon_1 = 180^\circ - 8,32^\circ = 171,68^\circ \cong 2,99 \text{ rad.}$$

și unghiul de conducție rezultă :

$$\beta = \alpha_{b_1} - \alpha_1 = 171,68^\circ - 90^\circ = 81,68^\circ \cong 1,43 \text{ rad.}$$

**b.** La sfîrșitul procesului de încărcare t.e.m. în circuit va fi :

$$E_2 = 110 \text{ V}$$

adică

$$\varepsilon_2 = \frac{E_2}{\sqrt{2} \cdot U_{ef}} = \frac{110}{\sqrt{2} \cdot 220} = 0,353$$

și curentul mediu raportat :

$$I_{med2}^* = I_{med2}^* \frac{R}{\sqrt{2} U_{ef}} = 10 \frac{1,6}{\sqrt{2} \cdot 220} = 0,051$$

și din aceeași diagramă rezultă

$$\alpha_2 = 110^\circ \cong 1,92 \text{ rad.}$$

Se calculează

$$\alpha_{b_2} = 180^\circ - \arcsin \varepsilon_2 = 180^\circ - 20,7^\circ \cong 2,78 \text{ rad.}$$

și

$$\beta_2 = \alpha_{b_2} - \alpha_2 = 159,3^\circ - 110^\circ = 49,3^\circ \cong 0,86 \text{ rad.}$$

**c.** Pentru a putea calcula puterea debitată de sursă, se determină valoarea exactă a curentului mediu folosind relația (1.163), apoi valoarea efectivă din relația (1.164) (sau din fig. 1.32, cînd nu este nevoie de precizie mare). Rezultă :

$$I_{med1} = 24,2 \text{ A ;}$$

$$I_{med2} = 8,9 \text{ A ;}$$

$$I_{ef1} = 54,4 \text{ A ;}$$

$$I_{ef2} = 27,2 \text{ A.}$$

Cu aceste valori se calculează factorul de formă :

$$k_{fi1} = 2,25 ;$$

$$k_{fi2} = 3,06$$

și factorul de ondulație :

$$k_{vi1} = 2,01 ;$$

$$k_{vi2} = 2,89.$$

Se poate observa, că odată cu creșterea unghiului de comandă, componența în armonici a curentului a crescut.

d. Puterea absorbită de la sursă se calculează cu formula (1.166.1) și se obține :

$$P_1 = R(I_{ef1})^2 + E_1 I_{med1} = 4\,735 + 1\,089 = 5\,824 \text{ W}$$

și

$$P_2 = R(I_{ef2})^2 + E_2 I_{med2} = 1\,185 + 979 = 2\,164 \text{ W.}$$

e. Factorul de putere de comandă se calculează din relația (1.167.1) :

$$\cos \varphi_{c1} = \frac{P_1}{U_{ef} \cdot I_{ef1}} = \frac{5\,824}{220 \cdot 54,4} = 0,49$$

și

$$\begin{aligned} \cos \varphi_{c2} &= \frac{P_2}{U_{ef} \cdot I_{ef2}} = \\ &= \frac{2\,164}{220 \cdot 27,2} = 0,36. \end{aligned}$$

Randamentul instalației de încărcare în aceste două cazuri, conform relației (1.168) rezultă :

$$\eta_1 = \frac{1\,089}{5\,824} = 0,19 = 19\%$$

și

$$\eta_2 = \frac{979}{2\,164} = 0,45 = 45\%.$$

Randamentul redus se datorește pierderilor mari în rezistența circuitului. Îmbunătățirea randamentului se poate face prin conectarea în circuitul de încărcare a unei bobine, care reduce componența în armonici a curentului, prelungind durata acestuia într-o perioadă.

Variația tensiunii sarcinii și a curentului este reprezentată în figura 1.34.

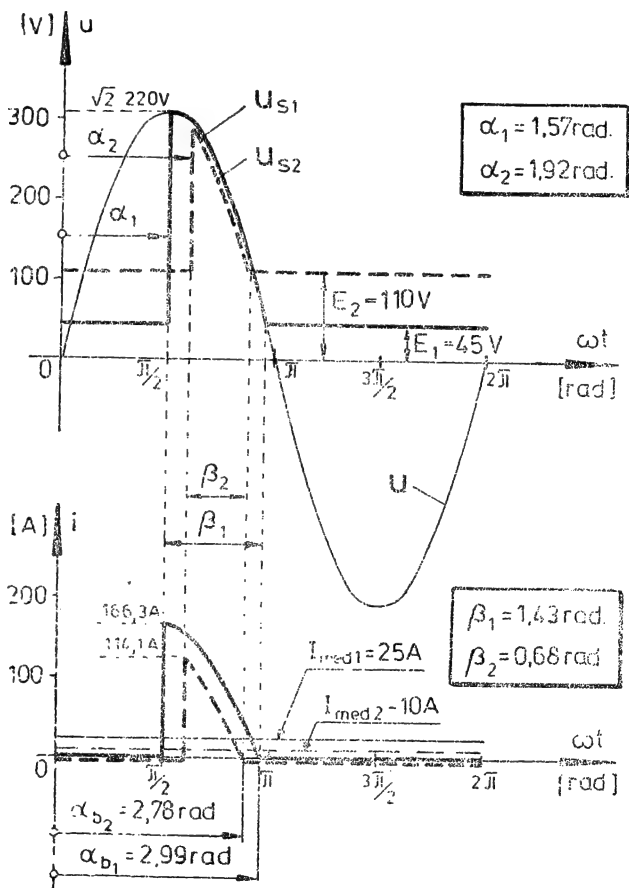


Fig. 1.34. Variația tensiunii și curentului sarcinii la încărcarea unei baterii de acumulatori de la o sursă de c.a. cu un tiristor în serie la începutul (linia continuă), respectiv la sfârșitul procesului de încărcare (linia întreruptă).

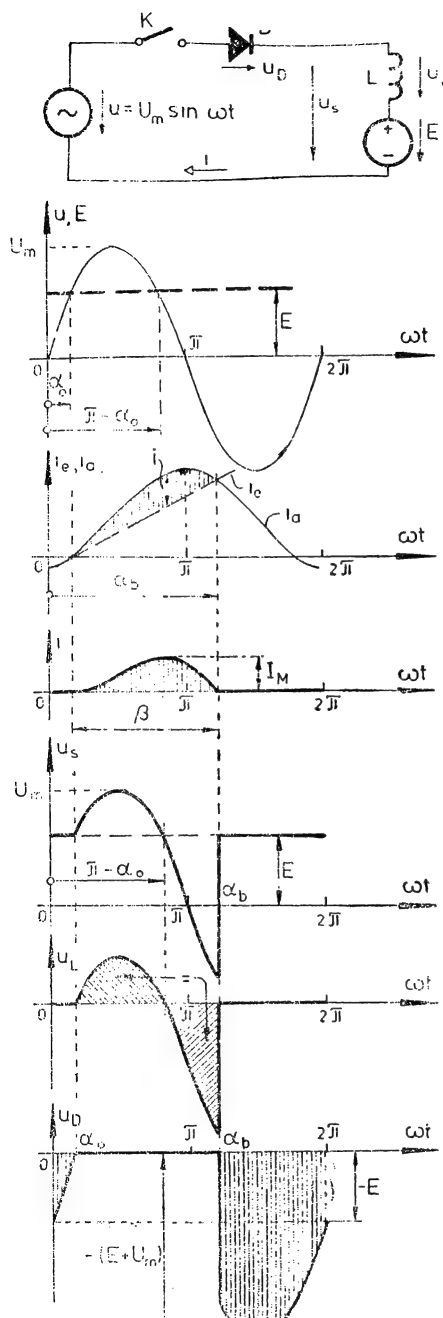


Fig. 1.35. Sarcină inductivă cu tensiune electromotoare, alimentată de la o sursă de c.a., prin intermediul unei diode în serie.

Valoarea maximă a curentului în ambele cazuri apare în momentul intrării în conducție a tiristorului; conform relației (1.158) rezultă:

$$I_{max1} = \frac{\sqrt{2} \cdot 220}{1,6} (\sin 90^\circ - 0,145) = 166,3 \text{ A}$$

$$I_{max2} = \frac{\sqrt{2} \cdot 220}{1,6} (\sin 110^\circ - 0,353) = 114,1 \text{ A,}$$

valori indicate în figură.

#### 1.1.8. SARCINĂ INDUCTIVĂ CU TENSIUNE ELECTROMOTOARE

Neglijarea rezistenței circuitului de sarcină prezintă o importanță practică la proiectarea sistemelor de electronică de putere. De exemplu, în cazul instalațiilor de încărcare de puteri mai mari, utilizând o bobină de inductivitate considerabilă, se poate neglija rezistența circuitului, de asemenea în cazul alimentării motoarelor de curent continuu de putere mai mare sau dacă în serie cu motorul este montată o bobină pentru netezirea curentului.

**Circuit cu diodă.** În figura 1.35 curentul va apare în circuit la unghiul  $\alpha_0$ , când dioda este polarizată direct. Unghiul  $\alpha_0$  depinde de nivelul t.e.m. din circuit față de valoarea maximă a tensiunii de alimentare:

$$\sin \alpha_0 = \frac{E}{U_m} = \varepsilon. \quad (1.169)$$

Curentul va fi compus din două componente, una  $i_a$ , datorită sursei

alternative și alta  $i_e$ , datorită t.e.m.  $E$  din circuit. Pentru prima componentă se poate scrie ecuația diferențială :

$$u = U_m \sin \omega t = L \frac{di_a}{dt} = \omega L \frac{di_a}{d(\omega t)}, \quad (1.170.1)$$

din care rezultă :

$$i_a = \frac{U_m}{\omega L} \int_{\alpha_0}^{\omega t} \sin \omega t \, d(\omega t) = \frac{U_m}{\omega L} (\cos \alpha_0 - \cos \omega t), \quad (1.170.2)$$

iar pentru a doua componentă este valabilă relația :

$$E = L \frac{di_e}{dt} = \omega L \frac{di_e}{d(\omega t)}, \quad (1.171.1)$$

din care rezultă :

$$i_e = \frac{E}{\omega L} \int_{\alpha_0}^{\omega t} d(\omega t) = \frac{E}{\omega L} (\omega t - \alpha_0). \quad (1.171.2)$$

Curentul total produs de ambele surse va fi :

$$i = i_a - i_e = \frac{U_m}{\omega L} [\cos \alpha_0 - \cos \omega t - \varepsilon(\omega t - \alpha_0)]. \quad (1.172)$$

Pentru  $\omega t = \alpha_0$  din (1.170.1) și (1.171.1) rezultă :

$$\frac{di_a}{dt} = \frac{U_m}{L} \sin \alpha_0 = \frac{E}{L} \quad (1.173.1)$$

și

$$\frac{di_e}{dt} = \frac{E}{L}. \quad (1.173.2)$$

Aceasta înseamnă că cele două curbe sînt tangente în punctul  $\omega t = \alpha_0$ . Diferența dintre cele două curbe dă curentul din circuit. Curentul  $i$  atinge valoarea maximă cînd :

$$\frac{di}{dt} = 0, \text{ adică } u_L = L \frac{di}{dt} = 0, \quad (1.174.1)$$

deci cînd

$$u = u_L + E = E \text{ la } \omega t = \pi - \alpha_0 \quad (1.174.2)$$

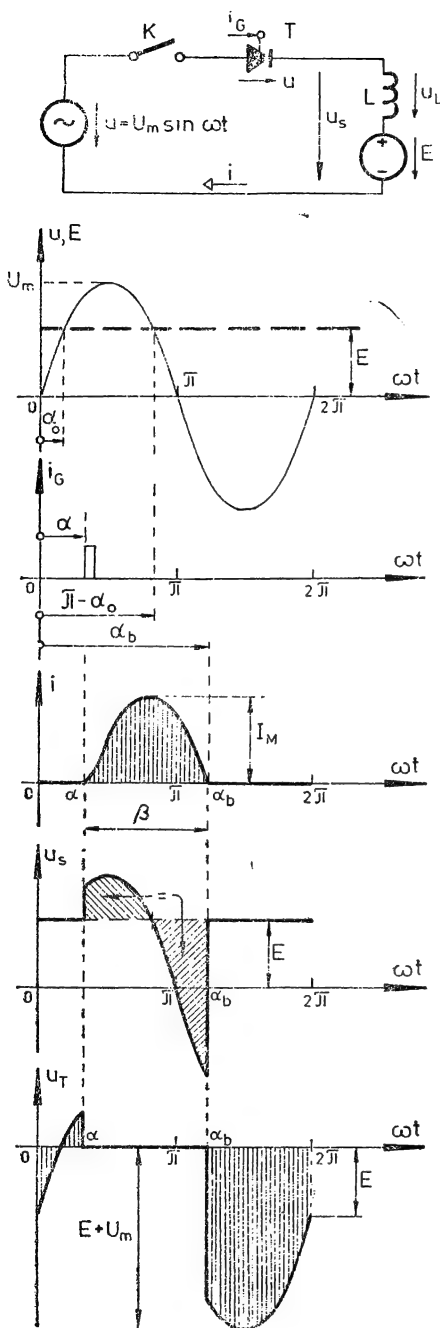


Fig. 1.36. Sarcină inductivă cu tensiune electromotoare, alimentată de la o sursă de c., prin intermediul unui tiristor în serie.

și din relația (1.172) rezultă :

$$I_M = \frac{U_m}{\omega L} [2 \cos \alpha_0 - \varepsilon(\pi - 2\alpha_0)] =$$

$$= \frac{U_m}{\omega L} [2\sqrt{1-\varepsilon^2} - \varepsilon(\pi - 2\arcsin \varepsilon)]. \quad (1.175)$$

Curentul se anulează la  $\omega t = \alpha_b$ , unghi care rezultă din (1.172) :

$$\cos \alpha_b + \varepsilon \alpha_b = \cos \alpha_0 + \varepsilon \alpha_0 \quad (1.176.1)$$

sau

$$\cos \alpha_b + \varepsilon \alpha_b =$$

$$= \sqrt{1-\varepsilon^2} + \varepsilon \arcsin \varepsilon \quad (1.176.2)$$

ecuație transcendentă în care

$$\alpha_b > \pi - \alpha_0. \quad (1.177)$$

Se poate calcula direct și unghiul de conducție

$$\beta = \alpha_b - \alpha_0. \quad (1.178)$$

Din condiția  $i = 0$ , mai rezultă :

$$\cos \alpha_0 - \cos (\alpha_0 + \beta) = \varepsilon \beta. \quad (1.179)$$

Deoarece valoarea medie a tensiunii pe inductanță este zero, adică

$$U_{L \text{ med}} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u_L d(\omega t) = 0, \quad (1.180)$$

rezultă că cele două suprafețe hașurate pe diagrama lui  $u_L$  trebuie să fie egale (v. fig. 1.36).

Tensiunea pe diodă, când aceasta este blocată, se obține din relația :

$$u_D = u - E. \quad (1.181)$$

Valoarea medie a curentului se determină din relația :

$$I_{med} = \frac{1}{2\pi} \int_{\alpha_0}^{\alpha_0+\beta} \frac{U_m}{\omega L} [\cos \alpha_0 - \cos \omega t - \varepsilon(\omega t - \alpha_0)] d\omega t =$$

$$= \frac{U_m}{\omega L} \frac{\varepsilon(2 - 2 \cos \beta - \beta^2) + 2(\beta - \sin \beta) \cos \alpha_0}{4\pi}, \quad (1.182)$$

unde  $\beta$  și  $\alpha_0$  sînt funcție de  $\varepsilon$ .

Valoarea efectivă a curentului se calculează cu relația :

$$I_{ef} = \frac{U_m}{\omega L} \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{\alpha_0}^{\alpha_0+\beta} [\cos \alpha_0 - \cos \omega t - \varepsilon(\omega t - \alpha_0)]^2 d(\omega t)}$$

și se obține

$$I_{s\ ef} = \frac{U_m}{\omega L} \sqrt{\frac{\beta}{2\pi} \left[ \frac{3}{2} - 3\varepsilon^2 + \varepsilon\beta \left( \frac{\varepsilon\beta}{3} - \cos \alpha_0 \right) \right] - \frac{3}{2\pi} \sin(2\alpha_0 + 2\beta)}. \quad (1.183)$$

Valorile raportate sînt :

$$I_{med}^* = I_{med} \frac{\omega L}{U_m} \quad \text{și} \quad I_{ef}^* = I_{ef} \frac{\omega L}{U_m}. \quad (1.184)$$

Deoarece valoarea medie a tensiunii pe inductanță, conform relației (1.180) este zero, rezultă :

$$U_{s\ med} = E, \quad (1.185)$$

iar valoarea efectivă se calculează din relația :

$$U_{s\ ef} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{\alpha_0}^{\alpha_0+\beta} (U_m \sin \omega t)^2 d\omega t + \frac{1}{2\pi} \int_{\alpha_0+\beta}^{2\pi+\alpha_0} E^2 d(\omega t)}$$

și se obține :

$$U_{s\ ef} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\beta}{2\pi} + 2\varepsilon^2 \left( 1 - \frac{\beta}{2\pi} \right) + \frac{1}{\pi} \left[ \varepsilon \cos \varepsilon_0 \sin \beta + \left( \varepsilon^2 - \frac{1}{2} \right) \cos \beta \right] \sin \beta}. \quad (1.186)$$

Cunoscînd aceste valori, pot fi calculați coeficienții de formă și de ondulație, atît pentru tensiunea, cît și pentru curentul sarcinii.

**Circuit cu tiristor.** Dacă în loc de diodă este conectat un tiristor, ca în figura 1.36, expresia curentului se determină asemănător ca în cazul precedent, cu deosebirea că, în loc de  $\alpha_0$ , va apare unghiul de comandă  $\alpha$  :

$$i = \frac{U_m}{\omega L} [\cos \alpha - \cos \omega t - \varepsilon(\omega t - \alpha)], \quad (1.187)$$

unde  $\varepsilon$  este conform (1.169) și  $\alpha_0 \leq \alpha < \omega t < \alpha_\beta$ .

Unghiul de blocare  $\alpha_b$  rezultă din anularea relației (1.187) :

$$\cos \alpha + \varepsilon \alpha = \cos \alpha_b + \varepsilon \alpha_b ; \quad (1.188)$$

Unghiul de conducție  $\beta = \alpha_b - \alpha$  rezultă din relația :

$$\cos \alpha - \cos (\alpha + \beta) = \varepsilon \beta. \quad (1.189)$$

Ambele ecuații sînt transcendente și pot fi rezolvate numeric. În figura 1.37 sînt trasate curbele  $\beta$  în funcție de  $\varepsilon$ , pentru diferite unghiuri de comandă  $\alpha$ ; limita cu linie întreruptă din primul cadran la  $\varepsilon > 0$  corespunde curbei  $\varphi = 90^\circ$  din figura 1.42, iar limita cu punct linie la  $\varepsilon < 0$  este definită de relația (1.215) și este tratată la sarcină  $R-L$ , valabilă și pentru sarcină pur inductivă cu t.e.m. Peste această limită se pierde controlul circuitului și curentul va crește pînă la o valoare limitată de saturația bobinei.

Valoarea medie a curentului rezultă utilizînd expresia (1.187) :

$$\begin{aligned} I_{med} &= \frac{1}{2\pi} \int_{\alpha}^{\alpha+\beta} \frac{U_m}{\omega L} [\cos \alpha - \cos \omega t - \varepsilon(\omega t - \alpha)] d(\omega t) = \\ &= \frac{U_m}{\omega L} \frac{2(1 - \cos \beta) \sin \alpha + 2(\beta - \sin \beta) \cos \alpha - \varepsilon \beta^2}{4\pi} \end{aligned} \quad (1.190)$$

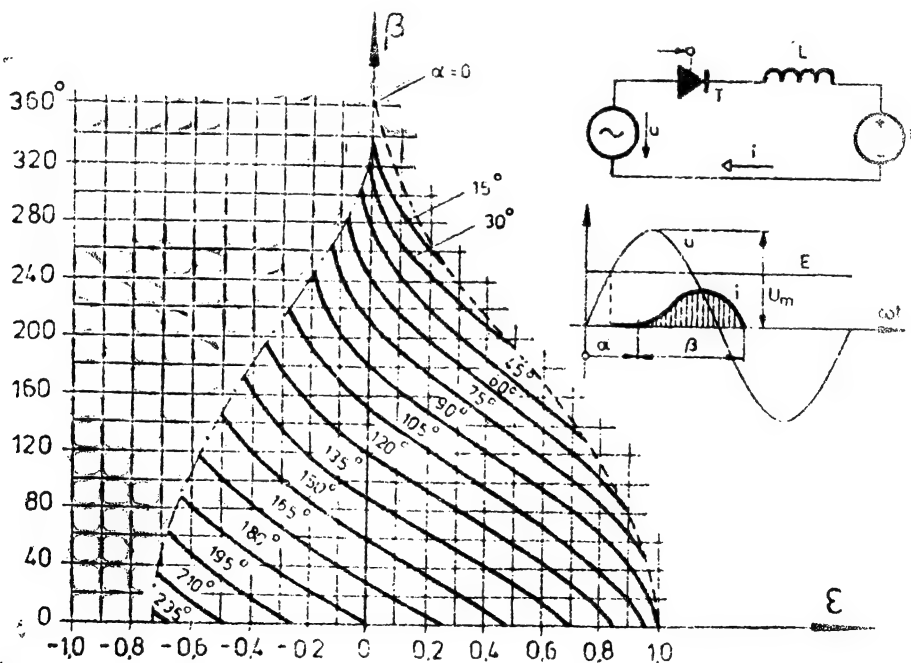


Fig. 1.37. Unghiul de conducție  $\beta$  a tiristorului în funcție de t.e.m. raportată  $\varepsilon = E/U_m$ , pentru diferite unghiuri de comandă  $\alpha$  a tiristorului (linia întreruptă este valabilă pentru circuitul cu diodă).



iar valoarea efectivă se calculează cu formula :

$$I_{ef} = \frac{U_m}{\omega L} \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{\alpha}^{\alpha+\beta} [\cos \alpha - \cos \omega t - \varepsilon(\omega t - \alpha)]^2 d(\omega t)}$$

obținînd relația :

$$I_{ef} = \frac{U_m}{\omega L} \sqrt{\frac{\beta}{2\pi} \left[ \cos^2 \alpha + \frac{1}{2} - 2\varepsilon^2 + \varepsilon\beta \left( \frac{\varepsilon\beta}{3} - \cos \alpha \right) \right] - \frac{3}{2\pi} \sin 2(\alpha + \beta)}. \quad (1.191)$$

În figurile 1.38 și 1.39 sînt reprezentate în funcție de  $\varepsilon = E/U_m$  valoarea medie  $I_{med}^*$  respectiv efectivă  $I_{ef}^*$  a curentului, raportate la  $U_m/\omega L$  conform relațiilor (1.184).

Linia întreruptă din primul cadran la  $\varepsilon > 0$  este valabilă pentru circuitul cu diodă.

**Problema 1.1.8.1.** Să se recalculeze problema 1.1.7.1. punctele A) și B), în următoarele condiții : — rezistența în circuit este  $R = 0,8 \, \Omega$  ;  
— inductivitatea circuitului se va determina astfel încît valoarea medie a curentului la începutul procesului de încărcare să fie aceeași (14,86 A).

*Rezolvare*

Se consideră că rezistența în circuit este neglijabilă față de reactanța  $\omega L$ . Din figura 1.43, la  $\varphi = 90^\circ$  rezultă :

$$I_{med}^* = 0,23 \text{ pentru } \varepsilon = 0,469,$$

și din relația (1. 184) exprimînd  $\omega L$ , se obține :

$$\omega L = \frac{I_{med}^*}{I_{med}} U_m = \frac{0,23}{14,86} 311 = 4,81 \, \Omega$$

sau inductivitatea este :

$$L = \frac{(\omega L)}{\omega} = \frac{4,81}{314} \text{ H} = 15,3 \text{ mH}.$$

Calculînd pentru sarcină :

$$\varphi = \arctg \frac{\omega L}{R} = 81^\circ$$

din figura 1.43 se poate vedea că la  $\varepsilon = 0,469$ , respectiv  $\varepsilon = 0,643$  valorile  $I_{med}^*$  pentru  $\varphi = 81^\circ$  sînt foarte apropiate de curba  $\varphi = 90^\circ$ . Deci, într-adevăr în calcule rezistența circuitului poate fi neglijată.

Din figura 1.42 se alege  $\beta \approx 200^\circ$ , apoi se verifică cu relația (1.179) și se obține valoarea mai exactă :

$$\beta = 196^\circ.$$

Din figura 1.44 se obține  $I_{ef}^* = 0,35$  și cu relația (1.184) se calculează

$$I_{ef} = I_{ef}^* \frac{U_m}{\omega L} = 0,35 \frac{311}{4,81} = 25,86 \text{ A}.$$

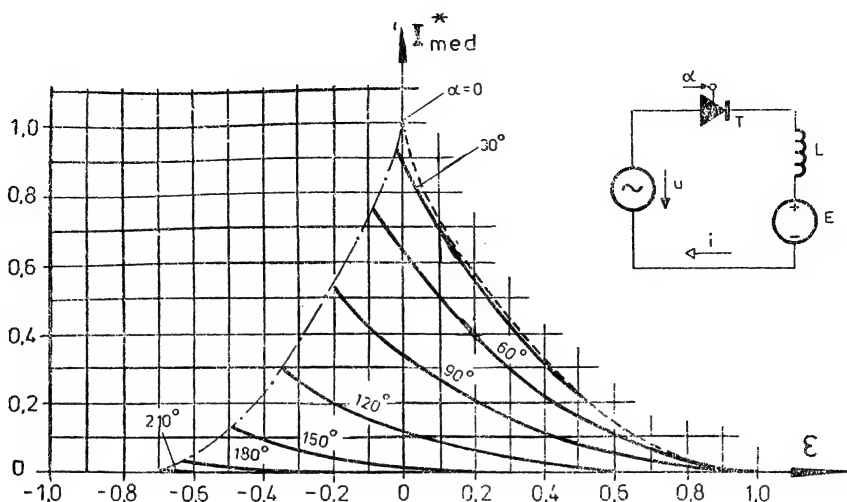


Fig. 1.38. Valoarea medie a curentului prin circuit raportată la  $U_m/\omega L$  în funcție de  $\epsilon = E/U_m$ , pentru diferite unghiuri de comandă  $\alpha$  a tiristorului (linia întreruptă este valabilă pentru circuitul cu diodă).

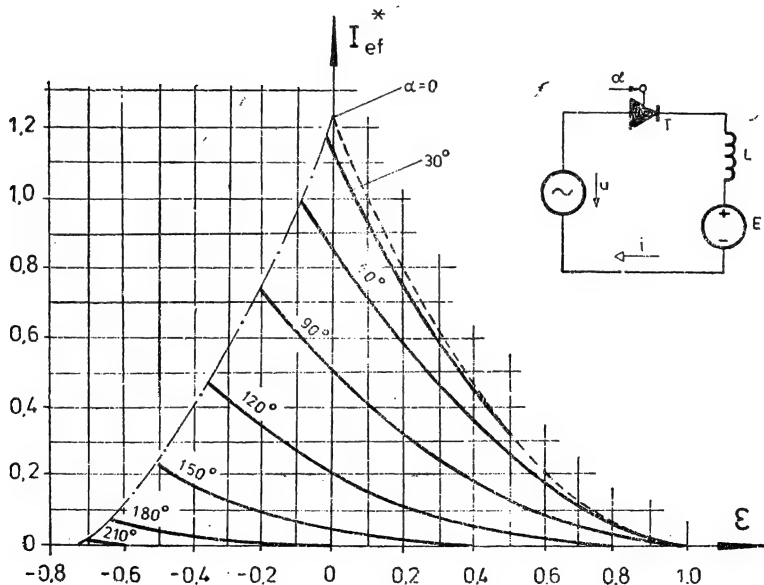


Fig. 1.39. Valoarea efectivă a curentului prin circuit raportată la  $U_m/\omega L$  în funcție de  $\epsilon = E/U_m$ , pentru diferite unghiuri de comandă  $\alpha$  a tiristorului (linia întreruptă este valabilă pentru circuitul cu diodă).

Puterea la care se face încărcarea la începutul procesului de încărcare este aceeași ca la problema 1.1.7.1, punctul A) [v. relația (1.166.2)], iar puterea absorbită de la sursă este conform (1.166.2).

$$P = RI_{ef}^2 + EI_{med} = 0,8 \times 25,86^2 + 146 \times 14,86 = 530 + 2170 = 2700 \text{ W}$$

și rezultă randamentul :

$$\eta = \frac{P_E}{P} = \frac{2170}{2700} = 0,802 = 80,2\%.$$

Factorul de putere de comandă se calculează cu relația (1.167) :

$$\cos \varphi_c = \frac{P}{U_{ef} I_{ef}} = \frac{2700}{220 \times 25,86} = 0,48.$$

Valoarea maximă a curentului este atinsă la unghiul :

$$\alpha_M = 180^\circ - \alpha_0 = 180^\circ - 28^\circ = 152^\circ$$

și se calculează din relația (1.175) :

$$I_M = \frac{U_m}{\omega L} [2 \cos \alpha_0 - \varepsilon(\pi - 2\alpha_0)] =$$

$$= \frac{311}{4,81} [2 \cos 28^\circ - 0,469(\pi - 2 \times 0,49)] = 47,34 \text{ A.}$$

Pentru sfîrșitul procesului de încărcare, cînd  $E = 200 \text{ V}$  și  $\varepsilon = 0,643$  se procedează asemănător. Datele obținute sînt trecute în tabelul 1.4.

Tabelul 1.4

	UM	Începutul	Sfîrșitul
		procesului de încărcare	
$E$	V	146	200
$\varepsilon$	—	0,469	0,643
$\alpha_0$	grad	$28^\circ$	$40^\circ$
$\beta$	grad	$196^\circ$	$154,5^\circ$
$\alpha_b$	grad	$224^\circ$	$194,5^\circ$
$I_{med}$	A	14,87	6,46
$I_{ef}$	A	25,86	11
$k_{fi}$	—	1,52	1,7
$k_{vi}$	—	1,14	1,37
$P$	kW	2,70	1,39
$P_E$	kW	2,17	1,29
$P_{JL}$	kW	0,53	0,10
$S$	kVA	5,69	2,42
$\cos \varphi_c$	—	0,48	0,57
$I_M$	A	47,34	26,34
$\eta$	%	80,2	93

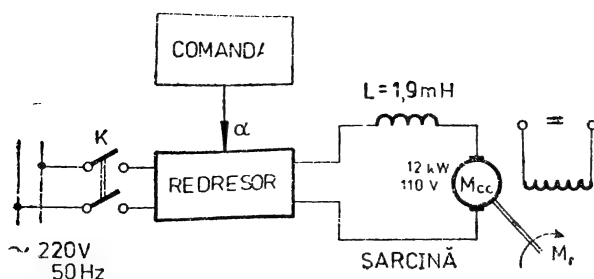


Fig. 1.40. Schema-bloc a unei acționări cu motor de curent continuu cu excitație separată, alimentată de la sursa de c.a. printr-un redresor comandat.

Comparînd rezultatele din acest tabel cu cele din tabelul 1.3, se observă că factorul de formă s-a îmbunătățit (mai apropiat de 1) și factorul de ondulație s-a redus. Randamentul procesului de încărcare este mai ridicat, însă factorul de putere are valoarea mai redusă, datorită prezenței inductanței în circuit.

**Problema 1.1.8.2.** Un motor de curent continuu tip Ce 82, cu excitație separată, este alimentat de la rețeaua de 220 V, 50 Hz prin intermediul unui redresor monofazat monoalternanță (fig. 1.40). În serie cu motorul este conectată o bobină de inductivitate  $L = 1,9 \text{ mH}$ .

Datele motorului sînt :

$P_N = 12,5 \text{ kW}$  ;  $U_N = 110 \text{ V}$  ;  $I_N = 134 \text{ A}$  ;  $n_N = 1\,050 \text{ rot/min}$  ; rezistența indusului și a polilor auxiliari  $R = 0,055 \, \Omega$ .

a. Să se determine turația motorului încărcat la cuplul nominal, dacă redresorul este necomandat (cu diodă).

b. Să se determine unghiul de comandă  $\alpha_1$  a tiristorului, pentru a obține turația nominală la cuplul nominal pe arbore.

c. Să se determine unghiul de comandă  $\alpha_2$  pentru a obține o reducere de turație 1:3 la cuplul nominal.

d. Să se determine unghiul de comandă  $\alpha_3$  pentru a obține turația nominală la 50% din cuplul nominal.

e. Să se determine factorul de putere de comandă pentru cazul b).

*Rezolvare*

Se calculează reactanța bobinei :

$$X_L = \omega L = 100 \pi \cdot 1,9 \cdot 10^{-3} \Omega = 0,6 \, \Omega.$$

Unghiul  $\varphi$  al sarcinii este :

$$\varphi = \arctg \frac{\omega L}{R} = \arctg \frac{0,6}{0,055} = 85^\circ.$$

Se poate observa că  $\varphi$  are o valoare foarte apropiată de  $90^\circ$ , astfel că rezistența motorului poate fi neglijată. Se va neglija de asemenea căderea de turație a motorului.

a. Dacă motorul este încărcat la cuplul nominal, înseamnă că valoarea medie a curentului prin circuit este :

$$I_{med} = I_N = 134 \text{ A}.$$

Se calculează valoarea raportată cu relația (1.184):

$$I_{med}^* = I_{med} \frac{\omega L}{U_m} = 134 \frac{0,6}{311} = 0,26.$$

Din figura 1.43 la  $I_{med}^* = 0,26$  și  $\varphi = 90^\circ$  rezultă:

$$\varepsilon = 0,43,$$

cu ajutorul căruia, din relația (1.169), se poate calcula:

$$E = \varepsilon U_m = 0,43 \times 311 = 134 \text{ V.}$$

Turația motorului fiind proporțională cu tensiunea de alimentare și știind că

$$E = U_{s \text{ med}}$$

rezultă

$$n = n_N \frac{E}{U_N} = 1050 \frac{134}{110} = 1280 \text{ rot/min.}$$

b. Dacă turația este cea nominală, înseamnă că:

$$E = U_N = 110 \text{ V}$$

pentru care rezultă

$$\varepsilon = \frac{E}{U_m} = \frac{110}{311} = 0,36.$$

Din figura 1.38, pentru acest  $\varepsilon$  și  $I_{med}^* = 0,26$  rezultă:

$$\alpha_1 = 60^\circ.$$

c. Pentru a reduce turația la 1:3, trebuie redusă tensiunea la:

$$U_{s \text{ med}} = E = \frac{U_N}{3} = \frac{110}{3} = 36,7 \text{ V,}$$

deci

$$\varepsilon = \frac{36,7}{311} = 0,12$$

Pentru acest  $\varepsilon$ , din figura 1.38 la același  $I_{med}^* = 0,26$ , rezultă:

$$\alpha_2 = 90^\circ.$$

d. Dacă cuplul este 50% din cel nominal, înseamnă că motorul absoarbe un curent de:

$$I_{med} = 0,5 I_N = 67 \text{ A,}$$

căruia îi corespunde

$$I_{med}^* = 0,13.$$

Cunoscând  $\varepsilon = 0,35$ , la turație nominală din figura 1.38 rezultă  $\alpha_3 = 95^\circ$ .

e. Pentru a putea calcula factorul de putere de comandă se determină puterea absorbită de la rețea cu formula:

$$P = EI_{med} = 110 \times 134 \text{ W} = 14,74 \text{ kW}.$$

Din figura 1.39 se determină:

$$I_{ef}^* = 0,4 \text{ la } \varepsilon = 0,36 \text{ și } \alpha = 60^\circ,$$

apoi se calculează:

$$I_{ef} = I_{ef}^* \frac{U_m}{\omega L} = 0,4 \frac{311}{0,6} = 207 \text{ A},$$

și factorul de putere de comandă va fi:

$$\cos \varphi_c = \frac{P}{U_{ef} I_{ef}} = \frac{14\,720}{220 \times 207} = 0,32.$$

Se vede că factorul de putere este foarte redus, ceea ce se datorește dispozitivului semiconductor comandat.

Pentru calcule mai precise se ia în considerație rezistența în circuit și în loc de diagrame se folosesc relațiile corespunzătoare, care vor fi prezentate în paragraful 1.1.9.

#### 1.1.9. SARCINĂ REZISTIV-INDUCTIVĂ CU TENSIUNE ELECTROMOTOARE

Sînt cazuri cînd la o sarcină cu t.e.m. (un motor de curent continuu sau o baterie de acumulatori) nu se poate neglija nici rezistența, nici inductivitatea circuitului. Desigur că în astfel de cazuri calculele sînt mai complicate față de paragrafele 1.1.7 și 1.1.8, dar cum s-a văzut și la problema 1.1.8.2, utilizînd diagramele corespunzătoare, calculele sînt simplificate esențial.

**Circuit cu diodă.** Schema circuitului este prezentată în figura 1.41, în care întreruptorul  $K$  este închis în timpul semialternanței negative a tensiunii de alimentare  $u$ . Dioda va începe să conducă numai la  $\omega t = \alpha_0$ , cînd este polarizată direct și este valabilă relația (1.146.2). Curentul care apare se compune din două componente forțate:

— componenta produsă de sursa alternativă:

$$i_a = \frac{U_m}{Z} \sin(\omega t - \varphi), \quad (1.192)$$

unde

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \text{ și } \operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L}{R}; \quad (1.193)$$

— componenta produsă de t.e.m.:

$$i_e = \frac{E}{R}. \quad (1.194)$$

**Componenta liberă poate fi scrisă sub forma :**

$$i_l = ke^{-\frac{R}{\omega L} \omega t}. \quad (1.195)$$

Astfel, curentul total din circuit este :

$$\begin{aligned} i &= i_a - i_e + i_l = \\ &= \frac{U_m}{Z} \sin(\omega t - \varphi) - \frac{E}{R} + k e^{-\frac{R}{\omega L} \omega t}, \end{aligned} \quad (1.196)$$

pentru intervalul  $\alpha_0 < \omega t < \alpha_b$ , unde  $\alpha_b$  este unghiul pentru care curentul se anulează (dioda se blochează). De asemenea, pentru  $\omega t = \alpha_0$ , conform teoremelor de comutație, curentul este nul. Din condiția  $i(\alpha_0) = 0$ , rezultă constanta  $k$ :

$$k = \left[ \frac{E}{R} - \frac{U_m}{Z} \sin(\alpha_0 - \varphi) \right] e^{-\frac{R}{\omega L} \alpha_0} \quad (1.197)$$

și ținînd seama de

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} \quad (1.198)$$

și de relația (1.196) rezultă :

$$i = \frac{U_m}{Z} \left\{ \sin(\omega t - \varphi) - \frac{\varepsilon}{\cos \varphi} + \right. \\ \left. + \left[ \frac{\varepsilon}{\cos \varphi} - \sin(\alpha_0 - \varphi) \right] e^{-\frac{R}{\omega L}(\omega t - \alpha_0)} \right\}; \quad (1.199.1)$$

$$i = \frac{U_m}{Z} \left[ \sin(\omega t - \varphi) - \frac{\varepsilon}{\cos \varphi} \right] + I_0 e^{-\frac{R}{\omega L}(\omega t - \alpha_0)}, \quad (1.199.2)$$

unde

$$I_0 = \frac{U_m}{Z} \left[ \frac{\varepsilon}{\cos \varphi} - \sin(\alpha_0 - \varphi) \right]. \quad (1.200)$$

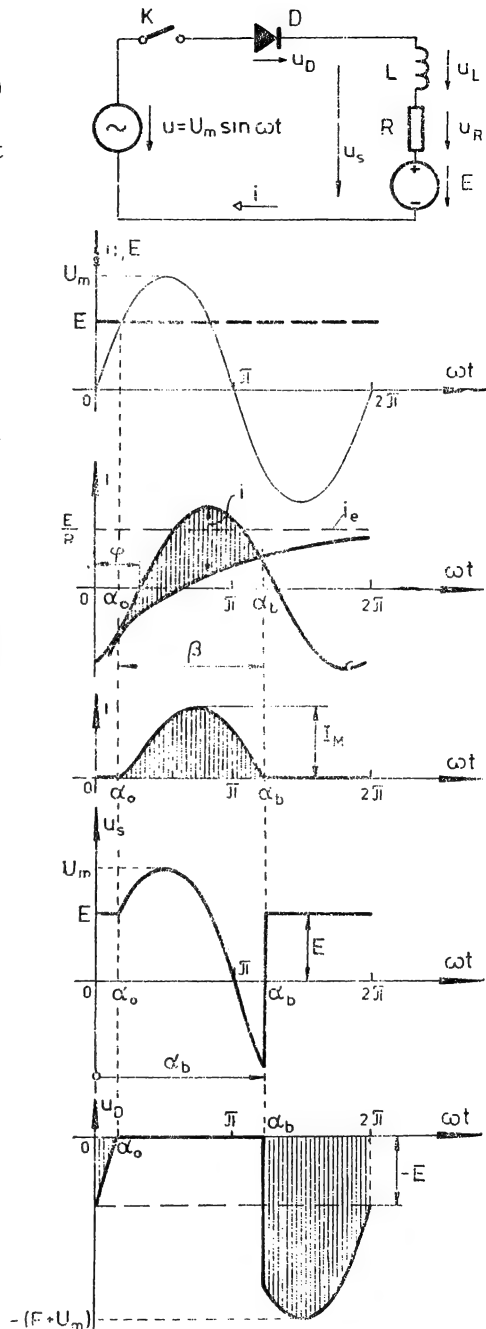


Fig. 1.41. Sarcină  $R-L$  cu t.e.m. alimentată de la o sursă de c.a. prin intermediul unei diode.

Dacă se notează timpul de conducție cu

$$\beta = \alpha_0 - \alpha_0, \quad (1.201)$$

condiția  $i(\alpha_0) = 0$  conduce la o ecuație transcendentă:

$$e^{-\frac{\beta}{\tan \varphi}} = \frac{\varepsilon - \cos \varphi \cdot \sin(\alpha_0 + \beta - \varphi)}{\varepsilon - \cos \varphi \sin(\alpha_0 - \varphi)}, \quad (1.202)$$

care poate fi rezolvată numeric, obținându-se curbele din figura 1.42.

Se poate vedea că la un anumit  $\varepsilon < 0$ , unghiul de conducție ajunge la  $360^\circ$ , ceea ce înseamnă că în circuit conducția este permanentă. Pentru un  $\varepsilon$  mai mare decât valoarea de pe curba trasată cu punct-linie, corespunzătoare unghiului  $\varphi$  al sarcinii, curentul va crește de la o perioadă la alta, fiind limitat doar de rezistența în circuit.

*Observație:* din ecuația (1.202) nu se poate determina curba  $\beta = f(\varepsilon)$  pentru cazul particular  $\varphi = 90^\circ$ , de aceea se va folosi relația (1.179). Pentru cazul particular  $\varphi = 0^\circ$ , relația (1.202) se va reduce la relația (1.151).

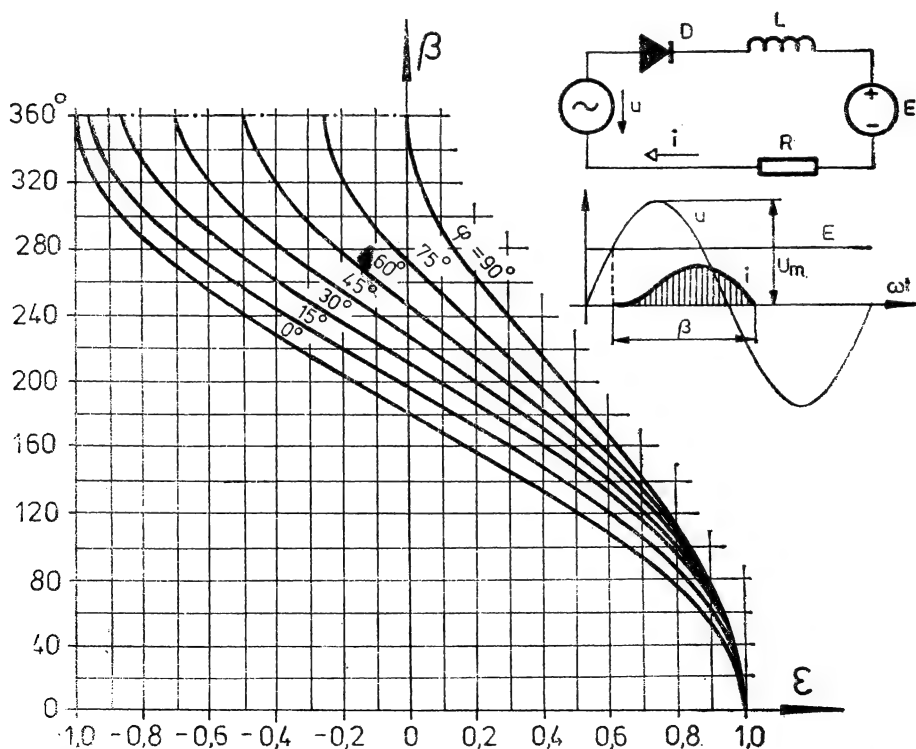


Fig. 1.42. Unghiul de conducție  $\beta$  a diodei în funcție de t.e.m. raportată la valoarea maximă a tensiunii de alimentare ( $\varepsilon = E/U_m$ ), pentru diferite defazaje  $\varphi = \arctg \omega L/R$  ale sarcinii.



Știind că valoarea medie a tensiunii pe bobină este zero :

$$\overline{U_{L\ med}} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u_L d(\omega t) = 0, \quad (1.203)$$

$U_{R\ med}$  poate fi calculată din relația :

$$\begin{aligned} U_{R\ med} &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (u_s - E) d(\omega t) = \frac{1}{2\pi} \int_{\alpha_0}^{\alpha_0 + \beta} (U_m \sin \omega t - E) d(\omega t) = \\ &= \frac{U_m}{2\pi} [\sqrt{1 - \varepsilon^2} (1 - \cos \beta) - \varepsilon(\beta - \sin \beta)]. \end{aligned} \quad (1.204)$$

Valoarea medie a curentului se calculează din relația :

$$I_{med} = \frac{U_{R\ med}}{R} = \frac{U_{R\ med}}{Z \cos \varphi} = \frac{U_m}{Z} \left[ \frac{\sqrt{1 - \varepsilon^2} (1 - \cos \beta) - \varepsilon(\beta - \sin \beta)}{2\pi \cos \varphi} \right]. \quad (1.205)$$

Valoarea medie a tensiunii sarcinii este

$$U_{s\ med} = R I_{med} + E. \quad (1.206)$$

Cunoscînd unghiul de conducție  $\beta$ , poate fi determinată valoarea efectivă a tensiunii :

$$U_{s\ ef} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{\alpha_0}^{\alpha_0 + \beta} (U_m \sin \omega t)^2 d(\omega t)} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{2\beta + \sin 2(\alpha_0 + \beta) - \sin 2\alpha_0}{4\pi}}, \quad (1.207)$$

și a curentului :

$$I_{ef} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{\alpha_0}^{\alpha_0 + \beta} [i(\omega t)]^2 d(\omega t)}, \quad (1.208)$$

unde  $i(\omega t)$  este conform relației (1.199.1).

Apoi se pot calcula factorii de ondulație, cu relația (A.1.15), atît pentru curentul, cît și pentru tensiunea sarcinii, de asemenea factorul de formă, cu relația (A.1.13).

În figurile 1.43 și 1.44 sînt reprezentate valorile raportate  $I_{med}^*$  și  $I_{ef}^*$  ale curentului mediu și efectiv, în funcție de  $\varepsilon = E/U_m$  unde :

$$I_{med}^* = \frac{Z}{U_m} I_{med} \quad \text{și} \quad I_{ef}^* = \frac{Z}{U_m} I_{ef}. \quad (1.209)$$

În aceste figuri liniile trasate cu punct-linie reprezintă limitele la care unghiul de conducție atinge  $360^\circ$  și curentul va crește foarte mult în circuit. Acest fenomen poate fi înțeles foarte ușor dacă se consideră  $\varepsilon = -1$  și circuitul prezintă caracter inductiv oricît de nesemnificativ. În aceste

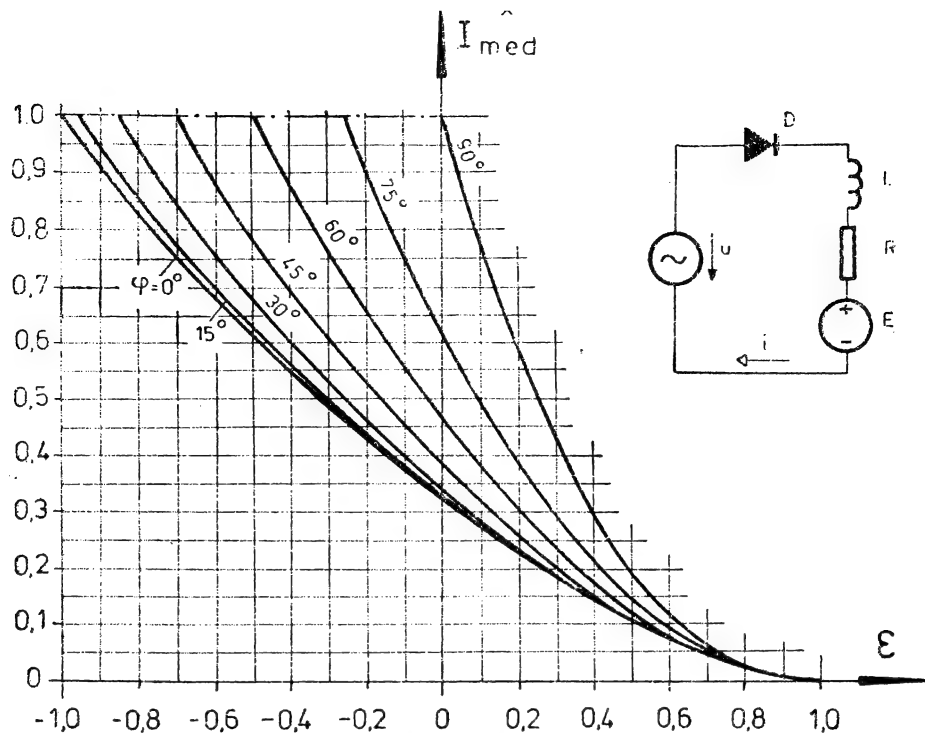


Fig. 1.43. Valoarea medie a curentului prin diodă, raportată la  $U_m/Z$  în funcție de  $\varepsilon = E/U_m$ , pentru diferite defazaje  $\varphi$  ale sarcinii.

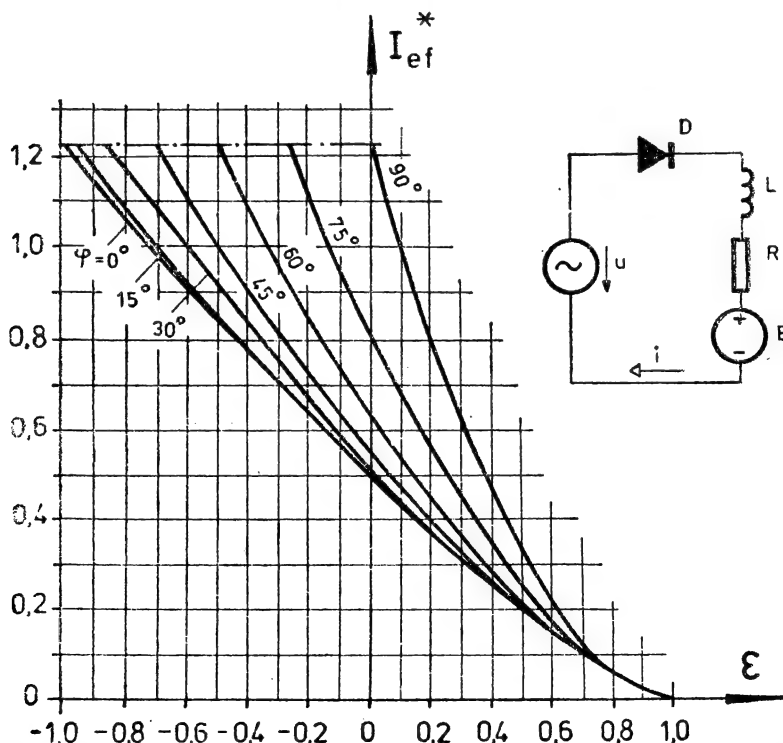


Fig. 1.44. Valoarea efectivă a curentului prin diodă raportată la  $U_m/Z$  în funcție de  $\varepsilon = E/U_m$ , pentru diferite defazaje  $\varphi$  ale sarcinii.

condiții, tensiunea  $u_L$  va fi tot timpul pozitivă, cu excepția cazului  $u = -U_m$  când va fi zero. Astfel, pentru întreaga perioadă

$$L \frac{di}{dt} = u_L \geq 0, \quad (1.210)$$

deci curentul crește continuu.

În cazul particular, când  $\varphi = 0^\circ$  (circuit pur rezistiv), curenții  $I_{med}$  și  $I_{ef}$  pot fi calculați din relațiile (1.152.2, respectiv 1.156.2). Atunci când  $\varphi = 90^\circ$  (circuit pur inductiv), se pot utiliza relațiile (1.182) și (1.183).

**Circuit cu tiristor.** Dacă dioda se înlocuiește cu un tiristor (fig. 1.45), se poate comanda momentul de apariție a curentului în circuit între limitele:

$$\alpha_0 \leq \omega t < \pi - \alpha_0, \quad (1.211)$$

domeniu în care dispozitivul semiconductor este direct polarizat. Pentru  $\alpha_0$  este valabilă relația (1.146.2).

Curentul va varia după o relație asemănătoare cu (1.199), în care  $\alpha_0$  se înlocuiește cu  $\alpha$  și se obține:

$$i = \frac{U_m}{Z} \left\{ \sin(\omega t - \varphi) - \frac{\varepsilon}{\cos \varphi} + \left[ \frac{\varepsilon}{\cos \varphi} - \sin(\alpha - \varphi) \right] e^{-\frac{R}{L\omega}(\omega t - \alpha)} \right\}, \quad (1.212.1)$$

sau

$$i = \frac{U_m}{Z} \left[ \sin(\omega t - \varphi) - \frac{\varepsilon}{\cos \varphi} \right] + I_0 e^{-\frac{R}{\omega L}(\omega t - \alpha)}, \quad (1.212.2)$$

unde

$$I_0 = \frac{U_m}{Z} \left[ \frac{\varepsilon}{\cos \varphi} - \sin(\alpha - \varphi) \right]. \quad (1.213)$$

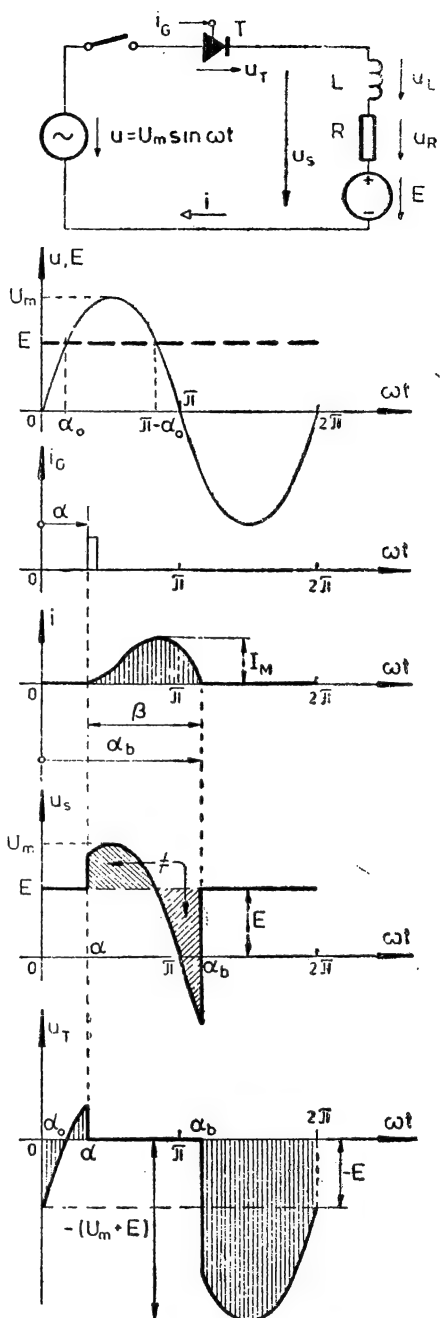


Fig. 1.45. Sarcină  $R-L$  cu t.e.m. alimentată de la o sursă de c.a. prin intermediul unui tiristor.

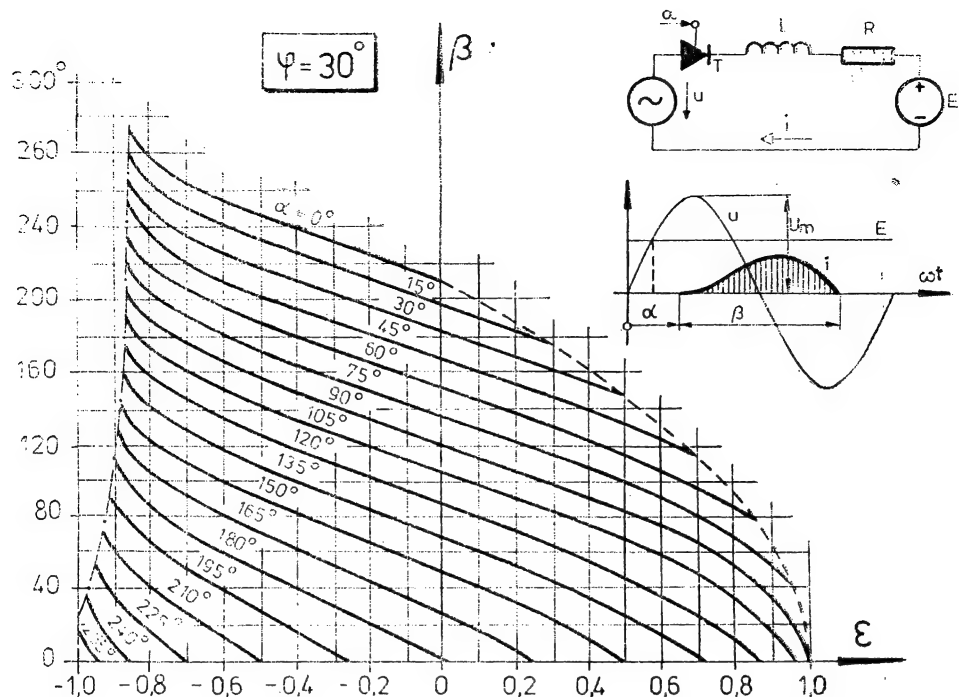


Fig. 1.46. Unghiul de conducție  $\beta$  al tiristorului în funcție de t.e.m. raportată la valoarea maximă a tensiunii de alimentare ( $\varepsilon = E/U_m$ ), pentru diferite unghiuri de comandă  $\alpha$  în cazul unei sarcini cu defazajul  $\varphi = 30^\circ$  (linia întreruptă este valabilă pentru circuitul cu diodă).

În mod similar se poate ajunge la ecuația transcendentă:

$$e^{-\frac{\beta}{\tan \varphi}} = \frac{\varepsilon - \cos \varphi \sin(\alpha + \beta - \varphi)}{\varepsilon - \cos \varphi \sin(\alpha - \varphi)}, \quad (1.214)$$

din care rezultă unghiul de conducție  $\beta$  și prin urmare unghiul de blocare  $\alpha_b = \alpha + \beta$  al dispozitivului.

Pentru un circuit dat,  $\varphi$  are o anumită valoare și din (1.214) rezultă o familie de curbe  $\beta = f(\varepsilon)$ , cu parametru  $\alpha$ . În figura 1.46 sînt trasate aceste curbe pentru  $\varphi = 30^\circ$ .

Linia întreruptă din cadranul I, care delimitează curbele la  $\varepsilon > 0$  este identică cu curba din figura 1.42 la  $\varphi = 30^\circ$ , valabilă pentru circuitul cu diodă. La dreapta liniei întrerupte,  $\alpha < \alpha_0$  și nu este posibilă conducția tiristorului ( $u_T < 0$ ). Curba punct-linie din cadranul II (la  $\varepsilon < 0$ ) indică limita teoretică de funcționare, peste care se pierde controlul sistemului și curentul poate crește pînă la valori foarte ridicate. Interpretarea fizică a acestui fenomen poate fi făcută pe baza figurii 1.47, unde s-a reprezentat o t.e.m. negativă. Dacă inductivitatea circuitului are o astfel de valoare, încît curentul nu poate scădea la zero înainte de  $\alpha_{b \max}$ , unde

$$\alpha_{b \max} = 2\pi - \arcsin \varepsilon = 2\pi - \arcsin \frac{E}{U_m}, \quad (1.215)$$

tiristorul nu se va bloca, deoarece t.e.m. îl polarizează direct din nou. În practică, curentul trebuie să se anuleze înaintea unghiului  $\alpha_{b \max}$ , astfel încât să fie asigurată o durată mai mare de polarizare inversă, decât cea de revenire a tiristorului.

Valoarea medie a curentului se calculează cu relația

$$I_{med} = \frac{1}{2\pi} \int_{\alpha}^{\alpha+\beta} i(\omega t) d(\omega t),$$

și se obține:

$$I_{med} = \frac{U_m}{Z} \frac{\cos \alpha - \cos(\alpha + \beta) - \varepsilon \beta}{2\pi \cos \varphi} \quad (1.216)$$

iar cea efectivă din:

$$I_{ef} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{\alpha}^{\alpha+\beta} [i(\omega t)]^2 d(\omega t)}, \quad (1.217)$$

unde  $i(\omega t)$  este conform relației (1.212.1). Valorile raportate  $I_{med}^*$  și  $I_{ef}^*$ , pentru o sarcină  $\varphi = 30^\circ$ , sînt reprezentate în funcție de  $\varepsilon$  în figurile 1.48 și 1.49. În aceste figuri linia întreruptă este identică cu curba din figura 1.43, respectiv 1.44 la  $\varphi = 30^\circ$  și sînt valabile pentru circuitul cu diodă. Curba trasată cu punctelinie este limita definită în figura 1.46 la aceleași valori ale lui  $\varepsilon$ . Punctul de funcționare a circuitului trebuie să se afle între aceste limite indicate în figură.

**Problema 1.2.3.1.** Un motor de curent continuu tip Ce 42, cu excitație separată, este alimentat de la un redresor monofazat-monoalternanță conectat la rețeaua de 220 V, 50 Hz. În serie cu motorul este conectată o bobină de inductivitate  $L = 2,1$  mH.

Datele motorului sînt:  $P_N = 2,66$  kW;  $U_N = 220$  V;  $I_N = 15$  A;  $n_N = 2\,300$  rot/min.;  $R = 1,15$   $\Omega$ .

**A.** Să se determine turația motorului, dacă la arborele motorului este un cuplu rezistent  $M_r = 10$  N·m și se știe că redresorul nu este comandabil.

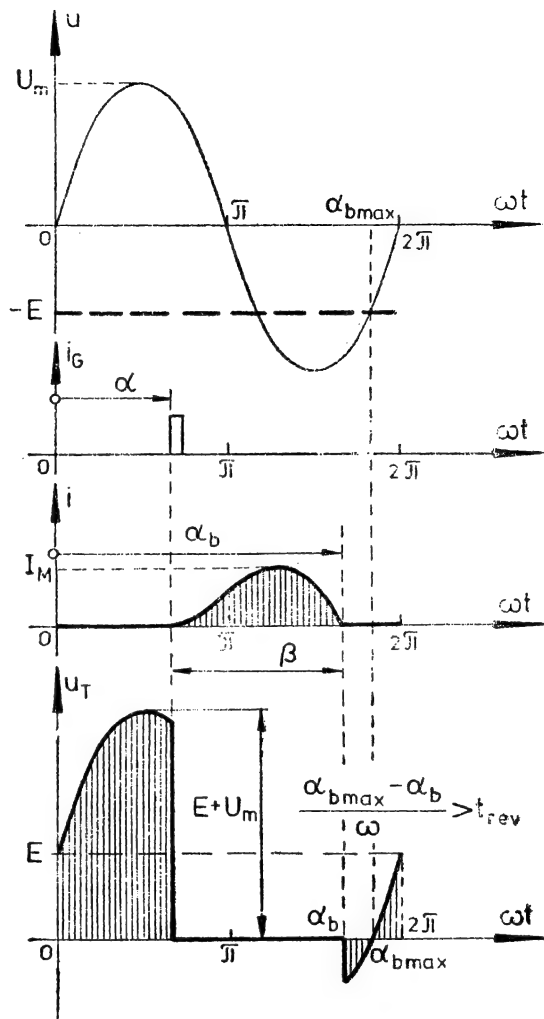


Fig. 1.47. Diagramă pentru stabilirea unghiului maxim de blocare al tiristorului, la care încă nu se pierde controlul sistemului.

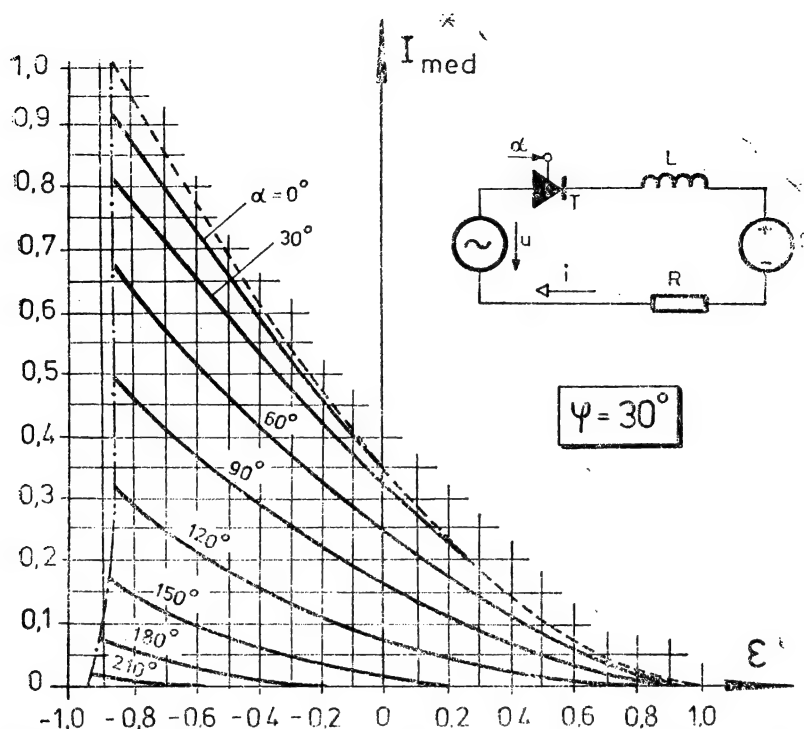


Fig. 1.48. Valoarea medie a curentului prin circuit raportată la  $U_m/Z$  în funcție de  $\epsilon = E/U_m$ , pentru diferite unghiuri de comandă  $\alpha$  a tiristorului, în cazul unei sarcini cu defazajul  $\varphi = 30^\circ$  (linia întreruptă este valabilă pentru circuitul cu diodă).

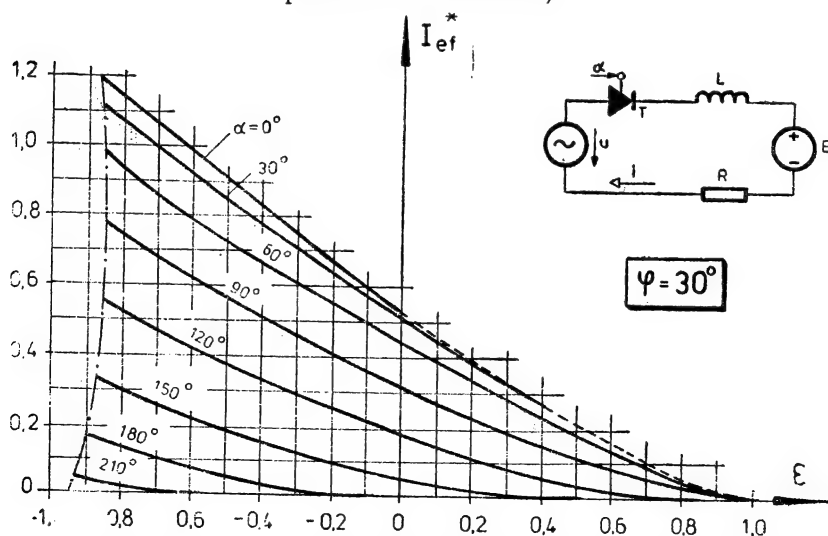


Fig. 1.49. Valoarea efectivă a curentului prin circuit raportată la  $U_m/Z$  în funcție de  $\epsilon = E/U_m$ , pentru diferite unghiuri de comandă  $\alpha$  a tiristorului, în cazul unei sarcini cu defazajul  $\varphi = 30^\circ$  (linia întreruptă este valabilă pentru circuitul cu diodă).

**B.** Cum se poate realiza turația de 1 000 rot/min pentru același cuplu pe arbore?

**C.** Să se determine unghiul de comandă al tiristorului astfel ca în motor curentul mediu să nu depășească valoarea de 12 A, dacă motorul este rotit în sens invers la turația de 1 000 rot/min;

**D.** Să se determine cuplul de antrenare a rotorului în regim de generator, dacă  $\alpha = 165^\circ$ , la o turație de 1 000 rot/min.

Se vor determina pentru fiecare caz următoarele:

- a. unghiul de conducție și de blocare a dispozitivului semiconductor;
- b. pierderile și randamentul sistemului;
- c. bilanțul puterilor;
- d. puterea reactivă și factorul de putere de comandă;
- e. Caracteristica mecanică artificială a mașinii de c.c. pe care se află punctul de funcționare;
- f. variația în timp a tensiunii la bornele motorului și a curentului în circuit.

*Rezolvare*

Se calculează constantele motorului [8]:

$$C_e = \frac{U_N - RI_N}{n_N} = \frac{220 - 1,15 \times 15}{2300} = 0,088 \frac{\text{V}}{\text{rot/min}}$$

$$C = \frac{(U_N - RI_N)30}{\pi n_N} = 0,088 \frac{30}{\pi} = 0,84 \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{A}}$$

Reactanța bobinei este:

$$X_L = \omega L = 100\pi \times 2,1 \times 10^{-3} = 0,66 \Omega.$$

Impedanța sarcinii:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{1,15^2 + 0,66^2} = 1,33\Omega$$

și unghiul de defazaj:

$$\varphi = \arctg \frac{\omega L}{R} = \arctg \frac{0,66}{1,15} \cong 30^\circ.$$

**A.** În acest caz este valabilă schema din figura 1.41. Se calculează curentul absorbit de motor la cuplul dat (se consideră cuplul de mers în gol inclus în  $M_r$ ):

$$I_{med} = \frac{M_r}{C} = \frac{10}{0,84} = 12 \text{ A},$$

care are valoarea raportată:

$$I_{med}^* = I_{med} \frac{Z}{U_m} = 12 \frac{1,33}{311} = 0,05.$$

Din figura 1.48 se obține pe linia întreruptă:

$$\varepsilon = 0,68,$$

adică o t.e.m.:

$$E = U_m \cdot \varepsilon = 311 \times 0,68 = 211,5 \text{ V}.$$

Turația motorului va fi :

$$n = \frac{E}{C_e} = \frac{211,5}{0,088} = 2\,403 \text{ rot/min.}$$

Dioda va intra în conducție la un unghi :

$$\alpha_0 = \arcsin \epsilon = 43^\circ.$$

a. Unghiul de conducție a diodei se determină din figura 1.46, la  $\epsilon = 0,68$  (pe linia întreruptă valabilă pentru circuitul cu diodă) :

$$\beta = 115^\circ,$$

deci unghiul de blocare rezultă :

$$\alpha_b = \alpha_0 + \beta = 158^\circ.$$

Se determină valoarea efectivă a curentului din figura 1.49 (de asemenea pe linia întreruptă) și rezultă în unități raportate :

$$I_{ef}^* = 0,11,$$

deci

$$I_{ef} = I_{ef}^* \frac{U_m}{Z} = 0,11 \frac{311}{1,33} = 25,7 \text{ A.}$$

b. Pierderile în rezistențe sînt :

$$P_{JL} = R I_{ef}^2 = 1,15 \times 25,7^2 = 760 \text{ W.}$$

Pierderile prin armonici sînt :

$$P_A = R(I_{ef}^2 - I_{med}^2), \quad (1.218)$$

adică :

$$P_A = 1,15(25,7^2 - 12^2) = 594 \text{ W} \cong 0,6 \text{ kW.}$$

c. Puterea electromagnetică este :

$$P_E = E I_{med} = 211,5 \times 12 = 2\,540 \text{ W.}$$

Puterea totală absorbită de la rețea :

$$P = P_E + P_{JL} = 3\,300 \text{ W} = 3,3 \text{ kW.}$$

Randamentul electric rezultă :

$$\eta = \frac{P_E}{P} = \frac{2\,540}{3\,300} = 0,77 = 77\%.$$

d. Puterea aparentă este :

$$S = U_{ef} I_{ef} = 220 \times 25,7 \text{ W} = 5,65 \text{ kW.}$$

Factorul de putere se calculează cu relația (1.169.1) :

$$\cos \varphi_c = \frac{P}{U_{ef} \cdot I_{ef}} = \frac{3298}{220 \times 25,7} = 0,58$$



comparativ cu factorul de putere în c.a. al sarcinii:

$$\cos \varphi = \cos 30^\circ = 0,87,$$

este mai redus, datorită prezenței diodei în urma căruia apar armonicile de ordin superior.

e. Tensiunea medie a sarcinii este:

$$U_{s\ med} = E + RI_{med} = 211,5 + 1,15 \times 12 = 225\text{ V.}$$

Caracteristica mecanică corespunzătoare acestei tensiuni este trasată cu linie întreruptă în figura 1.50. Ea trece prin punctul de funcționare A și taie axa turației în punctul:

$$n_0 = \frac{U_{s\ med}}{C_e} = \frac{225}{0,088} = 2560\text{ rot/min.}$$

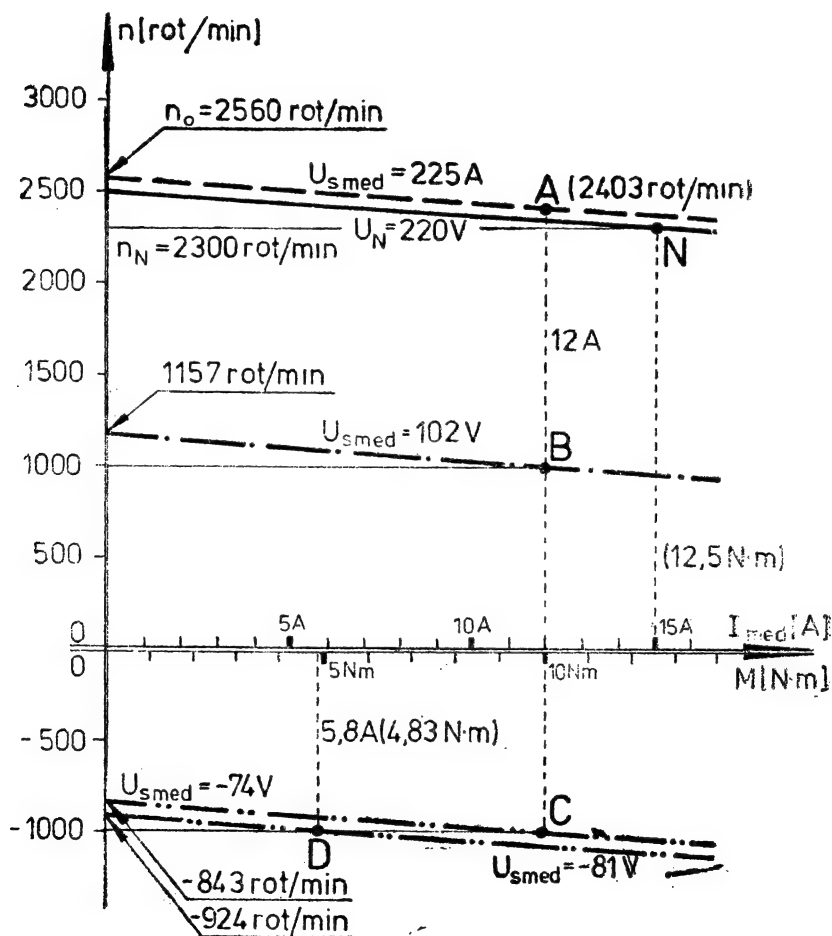


Fig. 1.50. Caracteristicile mecanice ale motorului de c.c. cu excitație separată corespunzătoare diferitelor puncte de funcționare calculate în problema 1.1.9.1.

*Observație:* tensiunea medie la bornele motorului este egală cu cea a sarcinii, deoarece tensiunea medie pe bobină este nulă.

f. Pentru a putea reprezenta variația curentului în circuit, se determină valoarea maximă a curentului și unghiul la care apare aceasta. În figura 1.51 se poate urmări variația în timp a tensiunii și curentului sarcinii (diagrama A).

B. Turația de 1 000 rot/min poate fi realizată numai dacă redresorul este comandat (schema din fig. 1.45). Se determină t.e.m.

$$E = C_e n = 0,088 \times 1\,000 = 88 \text{ V},$$

deci

$$\varepsilon = \frac{E}{U_m} = \frac{88}{311} = 0,28.$$

Știind că  $M_r$  este același, deci  $I_{med}^* = 0,05$ , din figura 1.48 rezultă unghiul de comandă a tiristorului

$$\alpha = 110^\circ.$$

Restul mărimilor se calculează asemănător ca la punctul A, cu relațiile corespunzătoare circuitului cu tiristor. Rezultatele sînt trecute în tabelul 1.5.

Tabelul 1.5

	UM	Regim de motor		Regim de generator	
		A	B	C	D
$n$	rot/min	2 403	1 000	— 1 000	— 1 000
$M_r$	N·m	10	10	10	4,9
$I_{med}$	A	12	12	12	5,8
$I_{ef}$	A	25,7	28,1	30,3	16,4
$E$	V	211,5	88	— 88	— 88
$\varepsilon$	—	0,68	0,28	— 0,28	— 0,28
$\alpha$	grad	43°	110°	148°	165°
$\beta$	grad	117°	78°	74°	50°
$\alpha_b$	grad	160°	188°	222°	215°
$P_E$	kW	2,54	1,056	— 1,056	— 1,056
$P_{JL}$	kW	0,76	0,914	1,056	1,056
$P_A$	kW	0,6	0,74	0,9	—
$P$	kW	3,3	1,97	0	— 0,2
$\eta$	%	77	53	0	39
$S$	kV·A	5,65	6,18	6,66	3,61
$Q$	kV·Ar	4,6	5,86	6,66	3,6
$\cos \varphi$	—	0,58	0,31	0	0,055
$U_{s\ med}$	V	225	102	— 74	— 81
$n_0$	rot/min	2560	1157	— 843	— 924
$I_M$	A	64	83	85	42
$\alpha_M$	grad	114°	143°	178°	189°

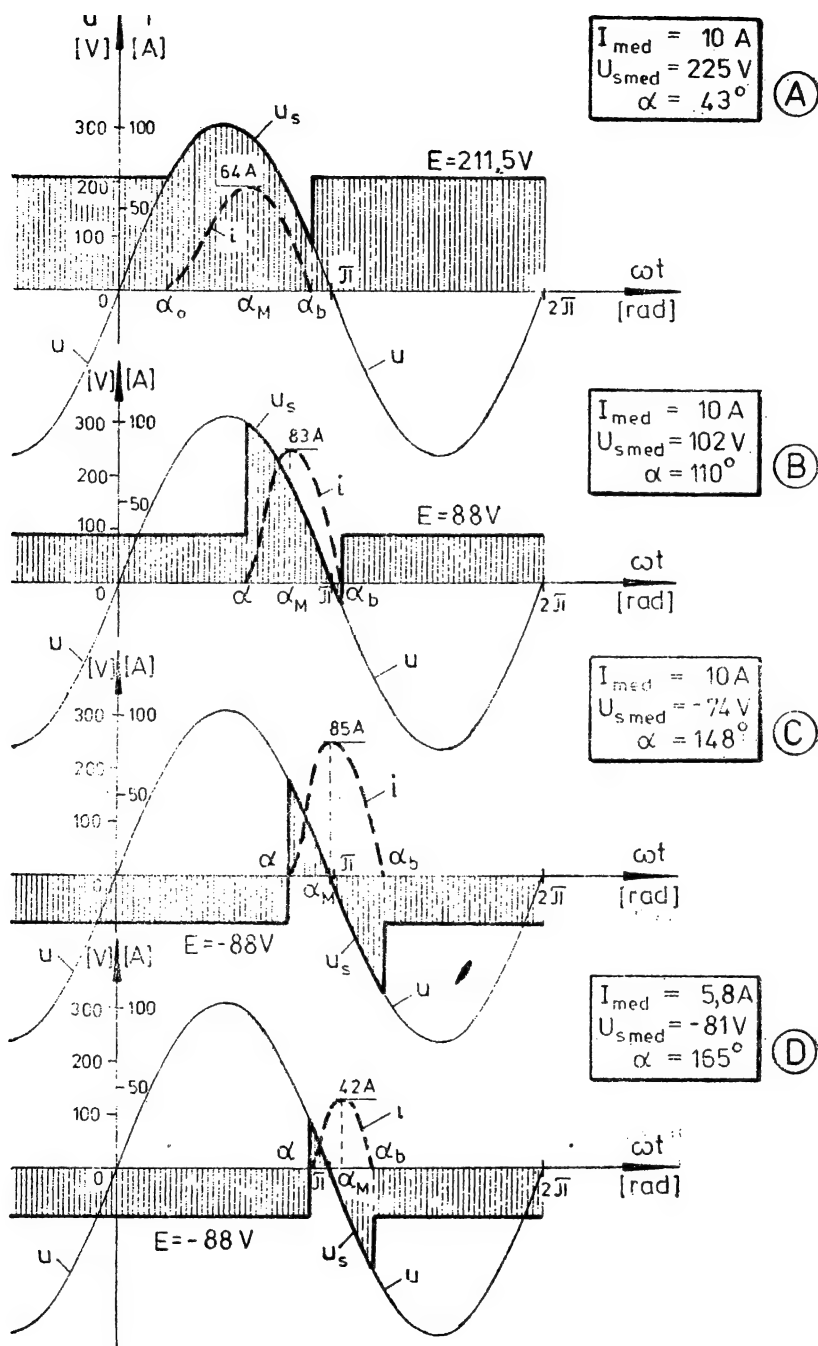


Fig. 1.51. Variația în timp a tensiunii și curentului sarcinii corespunzătoare celor patru puncte de funcționare din problema 1.1.9.1. (v. și figura 1.50):  
 A — motorul alimentat de la redresor necomandat; B — motorul funcționând la turația 1 000 rot/min; C și D — regim de generator pentru diferite unghiuri de comandă  $\alpha$  a redresorului.

Punctul de funcționare în acest caz este reprezentat prin punctul B în figura 1.50.

Se poate vedea că, odată cu creșterea unghiului de comandă, randamentul și factorul de putere s-au redus datorită creșterii componentei în armonici a curentului.

C. Dacă rotorul motorului este rotit în sens invers, înseamnă că s-a inversat polaritatea tensiunii electromotoare. Deci turația fiind:

$$n = -1\,000 \text{ rot/min},$$

rezultă:

$$E = C_e n = 0,088(-1\,000) = -88 \text{ V}.$$

Curentul își păstrează sensul (datorită tiristorului din circuit), deci mașina funcționează în regim de generator și debitează energie. Pentru ca în circuit curentul să fie limitat la 12 A, din diagrama 1.48 pentru

$$I_{med}^* = I_{med} \frac{Z}{U_m} = 12 \frac{1,33}{311} = 0,05$$

și

$$\varepsilon = \frac{E}{U_m} = \frac{-88}{311} = -0,28$$

rezultă:

$$\alpha = 148^\circ.$$

În coloana C) a tabelului 1.5 sînt trecute datele care caracterizează acest regim de funcționare.

Se poate calcula puterea la care mașina de c.c. debitează energie:

$$P_E = EI_{med} = -88 \times 12 \text{ W} = -1,06 \text{ kW}.$$

(Mașina de c.c. fiind considerată consumator, semnul minus indică faptul că aceasta nu absoarbe, ci debitează energie).

Pierderile prin efect Joule-Lenz sînt:

$$P_{JL} = RI_{ef}^2 = 1,15 \times 30,4^2 \text{ W} = 1,06 \text{ kW}.$$

Puterea debitată de sursă:

$$P = P_E + P_{JL} = (-1,06 + 1,06) \text{ kW} = 0.$$

Energia furnizată de mașină se consumă prin efect Joule-Lenz în rezistența motorului.

Sursa de c.a. nu furnizează decît putere reactivă:

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} = S = U_{ef} I_{ef} = 220 \times 30,3 \text{ V} \cdot \text{Ar} = 6,66 \text{ kV} \cdot \text{Ar},$$

aceasta avînd o valoare ridicată, datorită unghiului mare de comandă a tiristorului.

Randamentul în acest regim se calculează din relația:

$$\eta = \frac{P}{P_E} \quad (1.219)$$

deoarece s-a inversat sensul fluxului de energie.

**D.** Dacă unghiul de comandă este

$$\alpha = 165^\circ,$$

știind că  $z = -0,28$ , din fig. 1.48 și 1.49 rezultă :

$$I_{med}^* = 0,025 \text{ și } I_{ef}^* = 0,07$$

deci :

$$I_{med} = 0,025 \frac{311}{1,33} = 5,8 \text{ A}$$

$$I_{ef} = 0,07 \frac{311}{1,33} = 16,4 \text{ A.}$$

Cuplul la care trebuie antrenat rotorul este :

$$M_r = CI_{med} = 0,84 \times 5,8 = 4,9 \text{ N} \cdot \text{m.}$$

Puterea la care debitează mașina de c.c.

$$P_E = EI_{med} = -88 \times 5,8 \text{ W} = -0,51 \text{ kW.}$$

Pierderile în rezistență sînt :

$$P_{JL} = RI_{ef}^2 = 1,15 \times 16,4^2 \text{ W} = 0,31 \text{ kW.}$$

Puterea debitată spre sursa de c.a. este :

$$P = P_E + P_{JL} = -0,51 + 0,31 = -0,2 \text{ kW.}$$

Sursa de c.a. furnizează energie reactivă spre circuit

$$Q = \sqrt{(U_{ef} I_{ef})^2 - P^2} = 3,6 \text{ kV} \cdot \text{Ar,}$$

unde

$$S = U_{ef} I_{ef} = 220 \times 16,4 \text{ V} \cdot \text{A} = 3,61 \text{ kV} \cdot \text{A.}$$

Randamentul este

$$\eta = \frac{P}{P_E} = \frac{0,2}{0,51} = 0,39 = 39\%$$

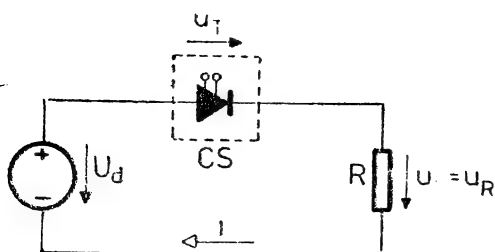
și factorul de putere de comandă :

$$\cos \varphi_c = \frac{P}{S} = \frac{0,2}{3,61} = 0,055.$$

**Concluzie:** mașina electrică poate să treacă din regim de motor în regim de generator, antrenînd arborele în sens invers. Se va inversa polaritatea tensiunii sarcinii, curentul avînd aceeași direcție determinată de sensul de conducție a dispozitivului. Astfel, acționarea este de două cadrane.

## 1.2. CIRCUITE CU ELEMENTE SEMICONDUCTOARE CU COMUTAȚIE FORȚATĂ

Se vor calcula circuite mai simple alimentate în curent continuu care conțin dispozitive semiconductoare. Tensiunea de alimentare va fi conectată sarcinii prin intermediul unui comutator static (CS). Tiristorul principal din CS are și posibilitate de blocare, realizată de exemplu prin construcția dispozitivului sau printr-un circuit de blocare. Se va utiliza



simbolul din [8], fig. 6.5, c, adică un dispozitiv unidirecțional cu doi electrozi de comandă, cu posibilitate de comandă la amorsare și blocare.

### 1.2.1. SARCINĂ REZISTIVĂ

În momentul  $t = t_0$  comutatorul static CS din figura 1.52 este conectat și curentul va crește instantaneu la valoarea:

$$i = \frac{U_d}{R}. \quad (1.220)$$

Dacă în momentul  $t = t_1$  se deconectează CS și acesta întrerupe circuitul, curentul scade brusc la zero. Tensiunea pe comutatorul deconectat va fi  $u_T = U_d$ .

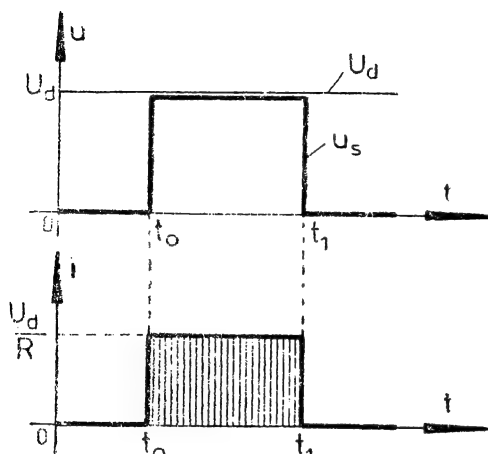


Fig. 1.52. Sarcină pur rezistivă alimentată de la o sursă de c.c. prin intermediul unui comutator static.

**Problema 1.2.1.1.** Circuitul din figura 1.52 funcționează cu o perioadă de  $T = 2,5$  ms și este conectat cu  $T_i = 1,25$  ms de întârziere față de începutul

fiecărei semiperioade. Sursa are tensiunea  $U_d = 110$  V, iar sarcina rezistența  $R = 5 \Omega$ .

Să se determine:

- valoarea medie a curentului prin sarcină;
- pierderile prin efect Joule-Lenz în rezistență;
- armonicile de curent care apar.

*Rezolvare*

Curentul în circuit va varia conform figurii 1.53 și va avea amplitudinea:

$$I = \frac{U_d}{R} = \frac{110}{5} = 22 \text{ A.}$$

a. Valoarea medie se calculează din relația:

$$I_{med} = \frac{1}{T} \int_0^T i dt = \frac{1}{T} \int_{T_i}^T I dt = I \frac{T - T_i}{T} \quad (1.221)$$

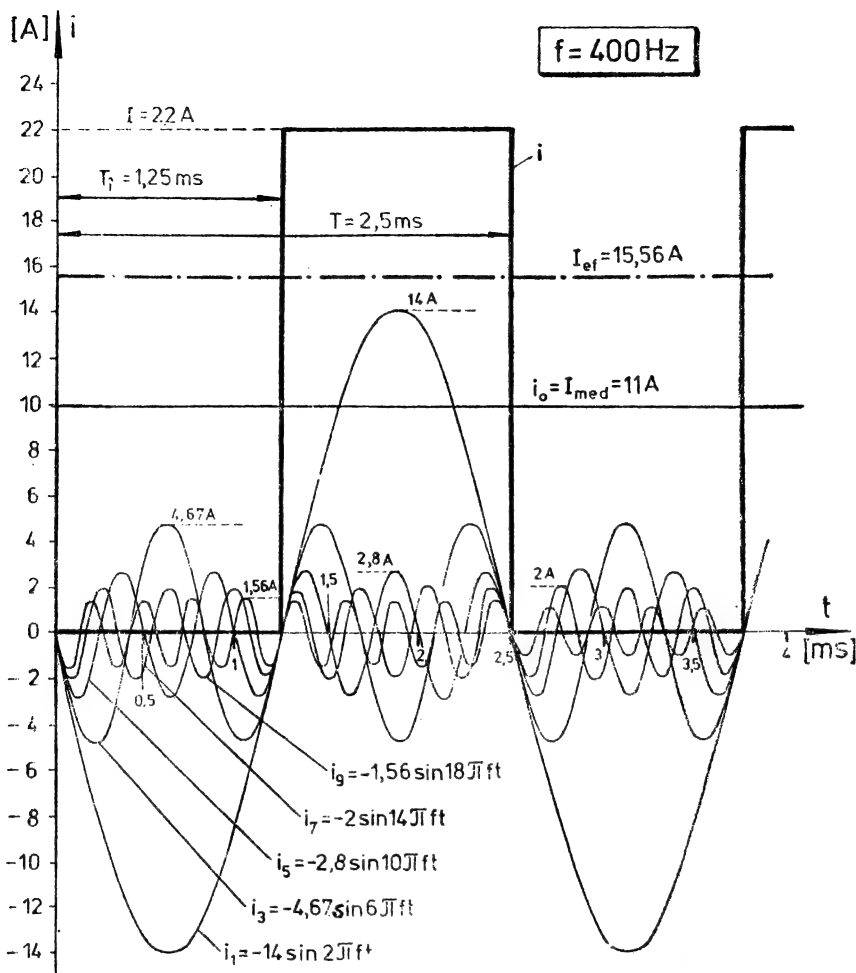


Fig. 1.53. Forma de undă a curentului  $i$  prin circuit dacă o rezistență este conectată și deconectată periodic de la sursa de c.c. și armonicile de curent de diferite ordine care apar.

și rezultă

$$I_{med} = 22 \frac{2,5 - 1,25}{2,5} = 22 \times 0,5 = 11 \text{ A.}$$

b. Pierderile prin efect Joule-Lenz se calculează din valoarea efectivă a curentului care este:

$$I_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{T_i}^T I^2 dt} = I \sqrt{\frac{T - T_i}{T}}, \quad (1.222)$$

deci

$$I_{ef} = 22 \sqrt{\frac{2,5 - 1,25}{2,5}} = 22 \sqrt{0,5} = 15,56 \text{ A.}$$

Pierderile sînt:

$$P_{JL} = RI_{ef}^2 = 5 \times 22^2 \times 0,5 = 1\,210 \text{ W} = 1,21 \text{ kW.}$$

Puterea maximă la sarcină poate fi obținută dacă  $T_i = 0$ , deci  $i(t) = I = 22 \text{ A}$  pe întreaga durată de  $T$ . Astfel:

$$I_{med}^M = 22 \text{ A}, \quad I_{ef}^M = 22 \text{ A}, \quad P_{JL}^M = 2,42 \text{ kW.}$$

Raportînd valorile obținute la punctul a) și b) la aceste valori, se ajunge la:

$$I_{med}^* = 0,5; \quad I_{ef}^* = \sqrt{0,5} = 0,707; \quad P_{JL}^* = 0,5.$$

e. Din cauza armonicilor de curent  $I_{med} \neq I_{ef}$  cînd  $T_i \neq 0$ . Armonicile pot fi calculate cu formulele din anexa A.1. Conform relațiilor (A.1.3), (A.1.4) și (A.1.10) se obține pentru armonica de ordinul  $n$ :

$$I_{efn} = \frac{U_d}{\pi n R} \sqrt{1 - \cos\left(2\pi n \frac{T_i}{T}\right)}. \quad (1.223)$$

Dacă  $T_i/T = 0,5$  nu vor exista armonici de ordin impar:

$$I_{ef1} = \frac{\sqrt{2} U_d}{\pi R} = \frac{\sqrt{2} \cdot 10}{\pi 5} = 9,9 \text{ A}; \quad I_{ef3} = \frac{\sqrt{2} U_d}{3\pi R} = \frac{I_{ef1}}{3} = 3,3 \text{ A};$$

$$I_{ef5} = \frac{I_{ef1}}{5} = 1,98 \text{ A}; \quad I_{ef7} = \frac{I_{ef1}}{7} = 1,41 \text{ A};$$

$$I_{ef9} = 1,1 \text{ A}, \quad I_{ef11} = 0,9, \quad I_{ef13} = 0,76 \text{ A} \dots$$

Din relația (A.1.3) rezultă  $A_n = 0$  pentru  $T_i/T = 0,5$ .

**Concluzie:** dacă se poate asigura un curent permanent de 11 A prin rezistență, atunci pierderile prin efect Joule-Lenz ar fi:

$$P'_{JL} = RI_{med}^2 = 5 \cdot 11^2 = 605 \text{ W}$$

mult mai reduse decît în problemă.

### 1.2.2. SARCINĂ CAPACITIVĂ

Într-un circuit capacitiv, la aplicarea unei trepte de tensiune, curentul trebuie limitat printr-o rezistență în serie cu condensatorul. Dacă CS este închis în momentul  $t = t_0$ , în circuitul din figura 1.54 este valabilă ecuația diferențială:

$$U_d = u_C + u_R = \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i \, dt + u_C(t_0) + Ri, \quad (1.224)$$



din care prin derivare se obține:

$$\frac{di}{dt} + \frac{1}{RC} i = 0 \quad (1.225)$$

Ecuația (1.225) are soluția:

$$i = k e^{-\frac{t}{RC}}, \quad (1.226)$$

unde  $k$  este o constantă de integrare.

Dacă înainte de conectarea lui CS condensatorul era descărcat, imediat după conectare — conform teoremelor de comutație — tensiunea  $u_c(t_0) = 0$ . Din ecuația (1.224) rezultă, pentru  $t = t_0$

$$i(t_0) = \frac{U_d}{R}. \quad (1.227)$$

Utilizînd condiția inițială (1.227), din expresia (1.226) rezultă:

$$k = \frac{U_d}{R} e^{-\frac{t_0}{RC}}, \quad (1.228)$$

deci expresia curentului este:

$$i = \frac{U_d}{R} e^{-\frac{t-t_0}{RC}}. \quad (1.229)$$

Tensiunea pe rezistență rezultă:

$$u_R = Ri = U_d e^{-\frac{t-t_0}{RC}}, \quad (1.230)$$

iar pe plăcile condensatorului va fi:

$$u_c = \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i dt + u_c(t_0) = U_d \left( 1 - e^{-\frac{t-t_0}{RC}} \right). \quad (1.231)$$

Variația curentului și tensiunilor din circuit sînt reprezentate în figura 1.54.

Dacă CS se deschide în momentul  $t_1$ , înainte de-a se încărca condensatorul  $C$ , atunci tensiunea  $u_T$  pe comutatorul static va fi:

$$u_T = U_d - u_c(t_1). \quad (1.232)$$

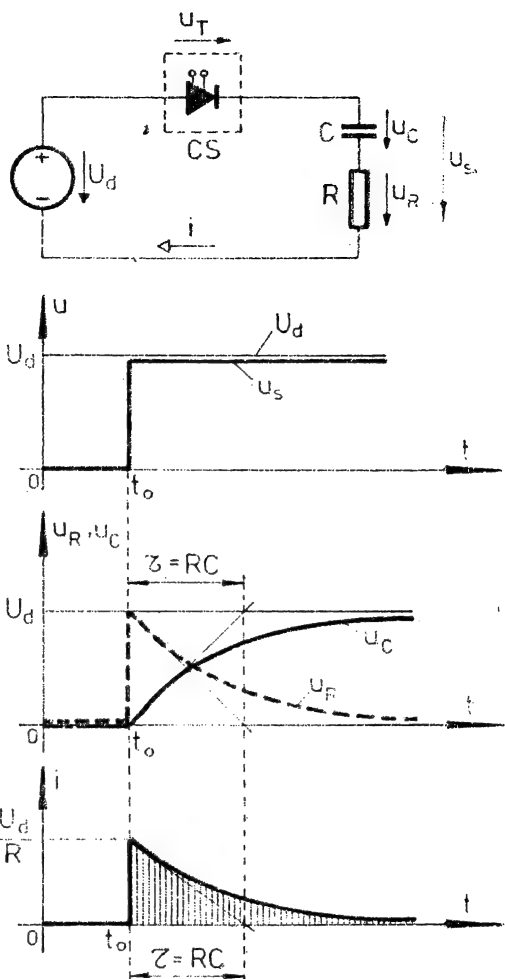


Fig. 1.54. Conectarea unei sarcini  $R-C$  la sursa de c.c. cu ajutorul unui comutator static.

Din relația (1.229) se poate observa că dacă rezistența în circuit este redusă, atunci șocul de curent la conectare poate produce distrugerea tiristorului principal din CS.

**Problema 1.2.2.1.** Un condensator de capacitate  $C = 50 \mu\text{F}$  se încarcă de la o sursă de curent continuu cu  $U_d = 220 \text{ V}$  comandată de un comutator static CS.

Se presupune că:

**A.** Condensatorul este inițial descărcat;

**B.** Condensatorul este încărcat la tensiunea  $-U_d$ .

Să se determine:

**a.** valoarea rezistenței  $R$ , astfel încît curentul prin CS să nu depășească  $125 \text{ A}$ ;

**b.** constanta de timp a circuitului;

**c.** timpul  $\Delta t$  în care tensiunea condensatorului diferă de  $U_d$  în proporție de 5%;

**d.** frecvența maximă de lucru a lui CS, astfel încît timpul  $\Delta t$  calculat la punctul precedent să nu depășească 4% din perioada de lucru.

*Rezolvare*

Circuitul este cel din figura 1.54.

**A.** Dacă inițial condensatorul este descărcat, conform relației (1.229), valoarea maximă a curentului este atinsă în momentul conectării sursei, adică

$$I_{C \max} = \frac{U_d}{R} \quad (1.233)$$

din care rezultă:

$$R \geq \frac{U_d}{I_{C \max}} = \frac{220}{125} = 1,76 \Omega.$$

Constanta de timp a circuitului este:

$$\tau = RC \quad (1.234)$$

și rezultă

$$\tau = 1,76 \times 50 \times 10^{-6} \text{ s} = 88 \mu\text{s}.$$

Variația tensiunii condensatorului are loc ca în figura 1.54, conform relației (1.231), de unde se obține:

$$\Delta t = t - t_0 = -RC \ln \left( 1 - \frac{u_C}{U_d} \right). \quad (1.235)$$

În cazul de față, cum

$$u_C = 0,95 U_d \text{ și } RC = \tau = 88 \mu\text{s}$$

rezultă că:

$$\Delta t = -88 \ln(1 - 0,95) = 264 \mu\text{s}.$$

Aceasta înseamnă că după  $264 \mu\text{s}$  de la conectarea circuitului, tensiunea condensatorului atinge valoarea de:

$$u_C = 0,95 \times 220 = 209 \text{ V}.$$

Dacă  $\Delta t$  poate fi numai 4% din perioada de lucru, atunci :

$$T = \frac{\Delta t}{0,04} = \frac{264}{0,04} \mu s = 6,6 \text{ ms}$$

și frecvența de lucru poate fi cel mult :

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1000}{6,6} \text{ Hz} = 151 \text{ Hz.}$$

**B.** Dacă condensatorul este încărcat la  $-U_d$ , atunci

$$u_C(t_0) = -220 \text{ V.}$$

Este valabilă ecuația diferențială (1.225), care are soluția conform relației (1.226). Constanta de integrare  $k$  se determină luând în considerare teorema comutației: tensiunea pe plăcile condensatorului nu poate varia brusc. Astfel, scriind relația (1.224) pentru  $t = t_0$ , se obține :

$$U_d = u_C(t_0) + u_R(t_0) = -U_d + Ri(t_0) \quad (1.236)$$

din care rezultă :

$$i(t_0) = \frac{U_d - u_C(t_0)}{R} = \frac{2U_d}{R}. \quad (1.237)$$

Din (1.228) se determină  $k$  :

$$k = \frac{2U_d}{R} e^{\frac{t_0}{RC}},$$

deci

$$i = \frac{2U_d}{R} e^{-\frac{t-t_0}{RC}}. \quad (1.238)$$

Valoarea maximă a curentului este atinsă când  $t = t_0$  și este :

$$I_{C \text{ max}} = \frac{2U_d}{R}. \quad (1.239)$$

Se vede imediat că în acest caz valoarea rezistenței va fi dublă față de cazul precedent

$$R = 3,52 \Omega.$$

Constanta de timp va fi de asemenea dublă

$$\tau = 176 \mu s.$$

Variația tensiunii condensatorului se calculează prin integrare :

$$u_C = \frac{1}{C} \int_{t_0}^t \frac{2U_d}{R} e^{-\frac{t-t_0}{RC}} dt + u_C(t_0) = U_d \left( 1 - 2e^{-\frac{t-t_0}{RC}} \right). \quad (1.240)$$

Variația curentului și tensiunilor în circuit pentru acest caz este reprezentată în figura 1.55. Notățiile sînt conform figurii 1.54. S-a considerat  $t_0 = 0$ .

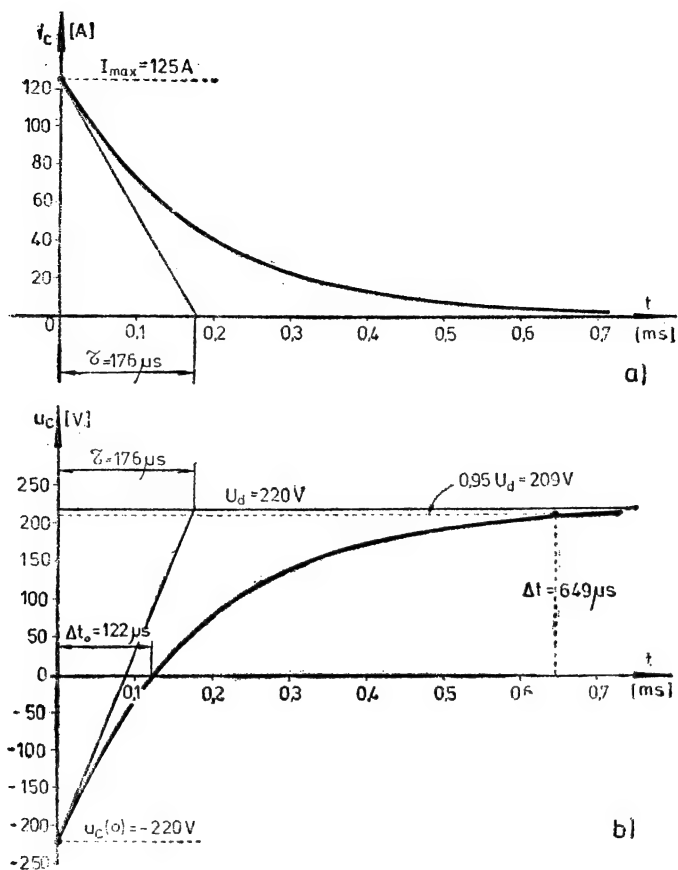


Fig. 1.55. Reîncărcarea condensatorului de capacitate  $C = 50 \mu\text{F}$  de la tensiunea de  $-220 \text{ V}$  la  $+220 \text{ V}$  conectînd în serie o rezistență  $R = 3,52 \Omega$ .

Din relația (1.240) se exprimă  $(t - t_0)$ :

$$\Delta t = t - t_0 = -RC \ln \left( 0,5 - \frac{u_c}{2U_d} \right). \quad (1.241)$$

Tensiunea condensatorului  $u_c$  devine zero după un timp de:

$$\Delta t_0 = -176 \ln(0,5) = 122 \mu\text{s},$$

și atinge tensiunea de  $209 \text{ V}$  după timpul

$$\Delta t = -176 \ln \left( 0,5 - \frac{209}{2 \times 220} \right) = 649 \mu\text{s}$$

pentru care rezultă o frecvență maximă de

$$f > \frac{0,04}{\Delta t} = \frac{0,04}{649} \cdot 10^6 = 61,6 \text{ Hz}.$$

### 1.2.3. SARCINĂ INDUCTIVĂ

La închiderea lui CS, pentru circuitul din figura 1.56, se poate scrie ecuația diferențială:

$$\dot{U}_d = u_L + u_R = L \frac{di}{dt} + Ri, \quad (1.242)$$

care va avea soluția compusă dintr-o componentă forțată:

$$i_f = \frac{U_d}{R}, \quad (1.243)$$

care este curentul stabilizat în circuit și o componentă liberă (soluția ecuației diferențiale omogene):

$$i_l = k e^{-\frac{R}{L}t}, \quad (1.244)$$

care este curentul tranzitoriu în circuit.

Rezultă curentul din circuit

$$i = i_f + i_l = \frac{U_d}{R} + k e^{-\frac{R}{L}t}. \quad (1.245)$$

Constanta de integrare  $k$  se determină din condiția inițială  $i(t_0) = 0$ . Rezultă:

$$k = -\frac{U_d}{R} e^{\frac{R}{L}t_0} \quad (1.246)$$

deci:

$$i = \frac{U_d}{R} \left[ 1 - e^{-\frac{R}{L}(t-t_0)} \right]. \quad (1.247)$$

Tensiunea pe rezistență este:

$$u_R = Ri = U_d \left[ 1 - e^{-\frac{R}{L}(t-t_0)} \right], \quad (1.248)$$

iar pe bobină:

$$u_L = L \frac{di}{dt} = U_d e^{-\frac{R}{L}(t-t_0)}. \quad (1.249)$$

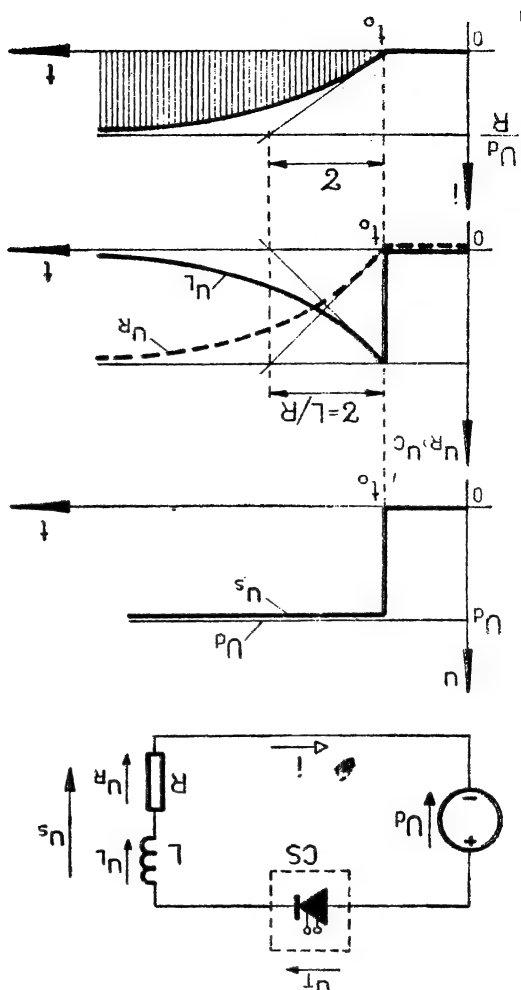


Fig. 1.56. Conectarea unei sarcini  $R-L$  la o sursă de c.c. cu ajutorul unui comutator static.

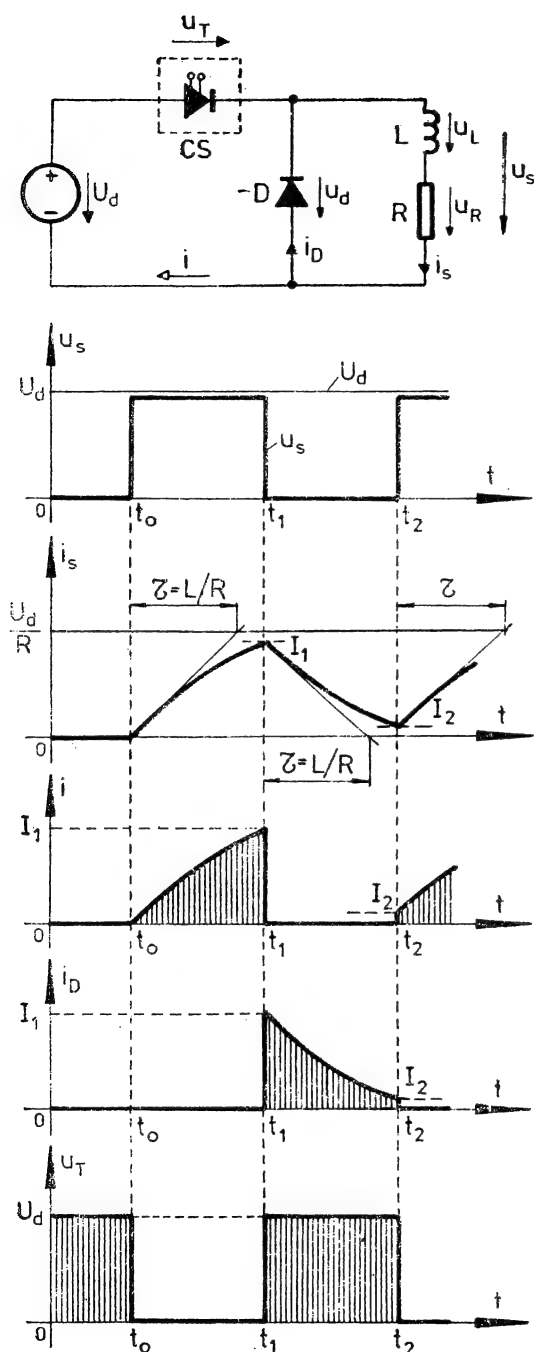


Fig. 1.57. Deconectarea și reconectarea sarcinii  $R-L$  la sursa de c.c. circuitul avînd diodă de fugă.

Dacă se întrerupe circuitul, energia acumulată în bobină tinde să mențină curentul prin circuit. Deoarece prin întreruperea curentului, acesta va scăde instantaneu la zero,  $di/dt$  va tinde către o valoare negativă foarte mare (teoretic infinită).

Tensiunea bobinei, fiind proporțională cu panta curentului, va atinge valori foarte mari, care pot distruge dispozitivul semiconductor funcționînd în astfel de condiții.

Problema decuplării comutatorului static fără supratensiune pe contacte poate fi rezolvată prin conectarea unei diode în paralel cu bobina, în figura 1.57. Dioda de fugă permite continuitatea curentului din circuit, cînd CS este deconectat.

Funcționarea circuitului pe intervalul  $t_0 \dots t_1$  este identică ca în cazul precedent, rămînînd valabilă relația (1.247). Variația curentului pe intervalul  $t_1 \dots t_2$  este conform relației (1.244), punînd condiția inițială  $i_D(t_1) = I_1$  deci :

$$i_D = I_1 e^{-\frac{R}{L}(t-t_1)} \quad (1.250)$$

Dacă reconectarea circuitului are loc înainte ca acest curent să scadă la zero (în momentul  $t = t_2$ ), atunci variația curentului pe intervalul  $t > t_2$  va fi conform relației (1.245), punînd condiția inițială  $i(t_2) = I_2$  și se obține :

$$i = \frac{U_D}{R} \left[ 1 - e^{-\frac{R}{L}(t-t_2)} \right] + I_2 e^{-\frac{R}{L}(t-t_2)} \quad (1.251)$$

**Problema 2.1.2.1.** O sarcină rezistivă  $R = 2,5 \, \Omega$  este alimentată de la sursa de tensiune continuă  $U_d = 110 \, \text{V}$ , prin intermediul unui comutator static CS avînd tiristorul principal tip T52 (de fabricație IPRS Băneasa).

Să se determine:

- a. inductivitatea necesară în circuit pentru a limita panta de creștere a curentului sub valoarea admisibilă;
- b. constanta de timp a circuitului;
- c. timpul după care este atins curentul stabilizat în circuit, cu o eroare de 5%.

*Rezolvare*

a. La conectarea unui circuit rezistiv-inductiv (fig. 1.56) panta de creștere a curentului se poate determina din relația (1.247) prin derivare:

$$\frac{di}{dt} = \frac{U_d}{L} e^{-\frac{R}{L}(t-t_0)}. \quad (1.252)$$

Se vede că panta este maximă în momentul  $t = t_0$  de conectare:

$$\left( \frac{di}{dt} \right)_{\max} = \frac{U_d}{L}. \quad (1.253)$$

Din catalog se obține pentru tiristorul tip T52:

$$\left( \frac{di}{dt} \right)_{adm}^{\max} = 50 \, \text{A}/\mu\text{s}.$$

Astfel, din relația (1.253) se obține:

$$L \geq U_d : \left( \frac{di}{dt} \right)_{adm}^{\max}, \quad (1.254)$$

deci

$$L \geq \frac{110 \, \text{V}}{50 \, \text{A}/\mu\text{s}} = 2,2 \, \mu\text{H}.$$

Se poate lua  $L = 2,5 \, \mu\text{H}$  cu care rezultă panta curentului:

$$\frac{di}{dt} = \frac{110}{2,5} = 44 \, \text{A}/\mu\text{s}.$$

b. Constanta de timp a circuitului va fi:

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{2,5 \, \mu\text{H}}{2,5 \, \Omega} = 1 \, \mu\text{s}.$$

c. Din relația (1.247) se exprimă  $(t - t_0)$ :

$$\Delta t = t - t_0 = -\tau \ln \left( 1 - \frac{i}{I} \right), \quad (1.255)$$

unde

$$I = \frac{U_d}{R} \quad (1.256)$$

este curentul stabilizat în circuit și are valoarea:

$$I = \frac{110}{2,5} = 44 \text{ A.}$$

Pentru a atinge curentul

$$i = 0,95 I = 0,95 \times 44 = 41,8 \text{ A,}$$

conform relației (1.255) este necesar deci timpul:

$$\Delta t = -\ln\left(1 - \frac{41,8}{44}\right) = 3 \mu\text{s.}$$

Variația curentului și tensiunilor în circuit sînt conforme figurii 1.56. Supratensiunea pe bobină, la conectarea circuitului, este de 110 V.

**Problema 1.2.3.2.** O sarcină inductiv-rezistivă, cu datele din problema 1.1.4.1 punctul f), adică:

$$R = 1 \Omega$$

$$L = \frac{10}{2\pi 50} \text{ H} = 31,83 \text{ mH}$$

este alimentată ca în figura 1.57 de la sursa de tensiune continuă de  $U_d = 220 \text{ V}$ . Comutatorul static CS este conectat și deconectat cu o frecvență  $f = 50 \text{ Hz}$ . Durata de conducție a lui CS și a diodei de defugă sînt egale.

Să se determine:

a. variația curentului în circuitul de sarcină în primele opt perioade de la pornirea schemei;

b. limitele între care variază curentul în regim stabilizat.

Să se compare rezultatele obținute cu cele din curent alternativ calculate la problema 1.1.4.1 punctul f), reprezentate în figura 1.20, b.

*Rezolvare*

Constanta de timp a circuitului sarcinii este

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{31,83 \text{ mH}}{1\Omega} = 31,83 \text{ ms.}$$

Perioada de lucru este

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50} = 0,02 \text{ s} = 20 \text{ ms.}$$

Timpul de conectare a lui CS pe o perioadă este

$$T_c = \frac{T}{2} = 10 \text{ ms.}$$



a. În regim inițial se consideră sarcina lipsită de curent. Variația curentului pe durata de conectare a lui CS este descrisă de relația (1.251), unde  $I_2$  este totdeauna valoarea inițială a curentului prin sarcină în momentul conectării sursei. Curentul la sfârșitul duratei de conectări se obține din (1.251), în care  $t - t_2 = T_c$ . Utilizînd notațiile din figura 1.20,  $b$  se ajunge la relația:

$$I_{2k} = \frac{U_d}{R} \left( 1 - e^{-\frac{T_c}{\tau}} \right) + I_{2k-1} e^{-\frac{T_c}{\tau}}, \quad (1.257)$$

unde  $k = 0, 1, 2 \dots$

Pe intervalul de lucru a diodei de fugă, este valabilă relația (1.250) în care înlocuind  $t - t_1 = T - T_c$  se obține valoarea curentului la sfârșitul unei perioade. Cu notațiile de mai sus se obține

$$I_{2k+1} = I_{2k} e^{-\frac{T-T_c}{\tau}}. \quad (1.258)$$

Deoarece în momentul pornirii prin sarcină nu circulă curent, în relația (1.257)  $I_{2k-1} = 0$  la  $k = 0$ , și rezultă din (1.257) valoarea maximă a curentului în prima perioadă:

$$I_0 = 220 \left( 1 - e^{-\frac{10}{31,83}} \right) = 59,3 \text{ A.}$$

Curentul la sfârșitul primei perioade se calculează din (1.257) pentru  $k = 0$ .

$$I_1 = I_0 e^{-\frac{T-T_c}{\tau}} = 59,3 e^{-\frac{10}{31,83}} = 43,3 \text{ A.}$$

Valoarea maximă a curentului în perioada a doua se calculează tot cu relația (1.257), în care se observă că primul termen de fapt este  $I_0$ , deci

$$I_2 = I_0 + I_1 e^{-\frac{T_c}{\tau}} = 59,3 + 43,3 e^{-\frac{10}{31,83}} = 91 \text{ A.}$$

Acum se poate observa algoritmul de calcul și rezultă:

$$I_3 = I_2 e^{-\frac{T-T_c}{\tau}} = 91 e^{-\frac{10}{31,83}} = 66,5 \text{ A,}$$

$$I_4 = I_0 + I_3 e^{-\frac{T_c}{\tau}} = 59,3 + 66,5 e^{-\frac{10}{31,83}} = 107,8 \text{ A,}$$

$$I_5 = 107,8 e^{-\frac{10}{31,83}} = 78,8 \text{ A,}$$

și așa mai departe. Cu datele obținute se poate întocmi tabelul 1.6.

Perioada nr.		$I_{max}$ [A]	$I_{min}$ [A]
Regimul inițial	1	$I_0 = 59,3$	$I_1 = 43,3$
	2	$I_2 = 91,0$	$I_3 = 66,5$
	3	$I_4 = 107,8$	$I_5 = 78,8$
	4	$I_6 = 116,8$	$I_7 = 85,3$
	5	$I_8 = 121,6$	$I_9 = 88,8$
	6	$I_{10} = 124,2$	$I_{11} = 90,7$
	7	$I_{12} = 125,6$	$I_{13} = 91,7$
	8	$I_{14} = 126,3$	$I_{15} = 92,2$
...		...	...
Regimul stabilizat		$I_{max} = 127,1$	$I_{min} = 92,9$

b. În regim stabilizat, limitele de curent pot fi calculate în felul următor: pe o perioadă se disting două etape. În prima etapă, când este conectată sursa, curentul crește exponențial de la valoarea  $I_{min}$  conform relației (1.251), în care  $t_2 = 0$  și  $I_2 = I_{min}$  (s-a considerat începutul acestei etape la  $t = 0$ ). Rezultă expresia curentului pentru intervalul de timp  $0 < t < T_c$ :

$$i(t) = \frac{U_d}{R} \left[ 1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right] + I_{min} e^{-\frac{R}{L}t}. \quad (1.259)$$

În momentul  $t = T_c$  se atinge valoarea  $I_{max}$ , când comutatorul static separă sarcina de sursă, curentul se va închide prin diodă și se va amortiza exponențial conform relației (1.250). Înlocuind  $I_1 = I_{max}$  și  $t_1 = T_c$ , se obține expresia curentului pentru intervalul de timp  $T_c < t < T$ :

$$i(t) = I_{max} e^{-\frac{R}{L}(t-T_c)}. \quad (1.260)$$

La sfârșitul perioadei curentul atinge valoarea  $I_{min}$  și se reconectează sursa.

Ținând seama de condițiile de sfârșit de etapă, înlocuind în relația (1.259)  $t = T_c$  și în (1.260)  $t = T$  se obține sistemul de ecuații:

$$I_{max} = \frac{U_d}{R} \left[ 1 - e^{-\frac{R}{L}T_c} \right] + I_{min} e^{-\frac{R}{L}T_c};$$

$$I_{min} = I_{max} e^{-\frac{R}{L}(T-T_c)},$$

din care se pot determina limitele între care variază curentul sarcinii. Astfel se obțin relațiile:

$$I_{min} = \frac{U_d}{R} \frac{e^{\frac{T_c}{T}} - 1}{e^{\frac{T}{T}} - 1}; \quad (1.261)$$

$$I_{max} = \frac{U_d}{R} \frac{1 - e^{-\frac{T_c}{T}}}{1 - e^{-\frac{T}{T}}}, \quad (1.262)$$

de unde rezultă:

$$I_{min} = 220 \frac{e^{\frac{10}{31,83}} - 1}{e^{\frac{20}{31,83}} - 1} = 92,9 \text{ A};$$

$$I_{max} = 220 \frac{1 - e^{-\frac{10}{31,83}}}{1 - e^{-\frac{20}{31,83}}} = 127,1 \text{ A}.$$

Cu datele din tabelul 1.6 s-a trasat în figura 1.58 variația curentului pe cele opt perioade la pornire și s-au indicat limitele în regim stabilit între care variază curentul. Comparînd cu figura 1.20, *b*, se poate observa că în c.c. valoarea medie a curentului este mai mare decît în c.a., dar variația curentului raportată la valoarea medie este aceeași și anume:

În curent continuu

$$I_{s \text{ med}}^{cc} = \frac{U_{s \text{ med}}}{R} = \frac{T_c}{T} \frac{U_d}{R} = 0,5 \cdot 220 = 110 \text{ V},$$

$$\Delta I_{cc} = I_{max} - I_{min} = 127,1 - 92,9 = 34,2 \text{ A},$$

$$\Delta I_{cc}^* = \frac{\Delta I_{cc}}{I_{s \text{ med}}^{cc}} = \frac{34,2}{110} = 0,31,$$

iar în curent alternativ din relația (1.94):

$$I_{s \text{ med}}^{ca} = \frac{\sqrt{2} \cdot 220}{\pi} = 99 \text{ A}$$

și

$$\Delta I_{ca}^* = 114,2 - 83,44 = 30,76 \text{ A},$$

deci

$$\Delta I_{ca}^* = \frac{30,76}{99} = 0,31.$$

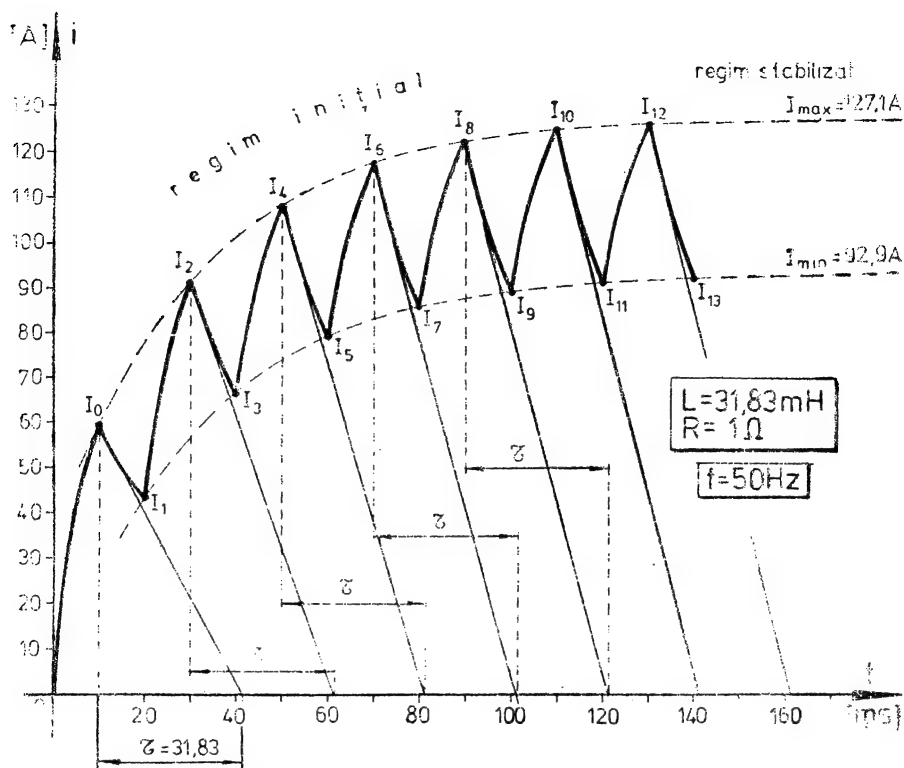


Fig. 1.58. Comportarea circuitului din figura 1.57 în cazul funcționării periodice a comutatorului static la frecvența de 50 Hz, sarcina avînd o constantă de timp  $\tau = L/R = 31,83$  ms.

Totuși  $\Delta I_{ca}^*$  este mai mare decît  $\Delta I_{cc}^*$  dacă se ia în considerare că de fapt valoarea maximă a curentului conform figurii 1.20,  $b$  este atinsă nu la un sfîrșit de semiperioadă, ci înainte și este mai ridicată decît curentul notat cu  $I_{max}$ .

## 2.

## CONVERTOARE CU COMUTAȚIE NATURALĂ (EXTERNĂ)

Funcția de bază a convertoarelor cu comutație naturală este transformarea energiei electrice de diferite forme și parametri pe baza comutației naturale. Această comutație externă poate fi realizată de la rețea sau de la sarcină. Clasificarea se poate face după natura tensiunii de intrare și ieșire:

- convertoare cu comutație de la rețea în regim de redresor și invertor;
- convertoare directe de frecvență cu comutație de la rețea (ciclo-convertoare);
- convertoare cu comutație de la sarcină (regim de invertor).

### 2.1. REDRESOARE ȘI INVERTOARE CU COMUTAȚIE DE LA REȚEA

Redresoarele îndeplinesc funcția de convertire a energiei electrice de curent alternativ în curent continuu. Comutația este efectuată de la rețeaua de alimentare. Aceleași convertoare realizate cu ventile comandate pot funcționa și în regim de invertor cu comutație de la rețea, convertind energia electrică de curent continuu în curent alternativ. Din punctul de vedere al reglării automate, redresorul sau invertorul comandat reprezintă elementul de execuție, adică amplificatorul de putere al semnalelor. Este posibilă funcționarea așanumită de unu, două sau patru cadrane a părții de curent continuu a convertorului [7], [8].

Redresoarele permit transformarea curentului alternativ în curent continuu. Ele au numeroase aplicații, fiind larg utilizate, atât în sistemele electronice de mică putere, cât și în sistemele electroenergetice.

Structura circuitului energetic al redresoarelor depinde de sursa de energie și de natura receptoarelor, utilizându-se, în prezent, numeroase scheme de redresare.

Schemele de redresare pot fi împărțite în două mari clase:

— scheme cu un singur tact, denumite și *scheme monoalternanță* sau *scheme cu conexiune în stea*;

— scheme cu două tacte sau *scheme în punte*.

Schemele cu un singur tact se caracterizează prin aceea că fiecare fază a sursei de energie este parcursă de curent numai o dată, în timpul unei perioade. În cazul schemelor în punte, fiecare fază a sursei de energie este parcursă de curent în ambele alternanțe.

La redresoarele de mare putere, se utilizează grupe de elemente de comutație legate în paralel și în serie. O grupă de elemente legate în paralel și în serie și care îndeplinește rolul unui element se numește *braț de elemente*, iar elementele legate în serie formează o *ramură de elemente*.

Schemele de redresare pot fi fără, sau cu transformator în circuitul energetic.

Redresoarele fără transformator se caracterizează prin: simplitate, gabarit mic și cost redus. Deși prezintă aceste avantaje, redresoarele fără transformator sînt utilizate pe scară redusă. Introducerea transformatorului în circuitul energetic al redresoarelor permite rezolvarea următoarelor probleme: transformarea tensiunii sursei, astfel încît să o pună în concordanță cu tensiunea receptorului; transformarea numărului de faze (mărirea numărului de faze) în scopul „netezirii” tensiunii și a curentului redresat; obținerea punctului de nul pentru schemele în conexiune stea; izolarea rețelei de c.a. de rețeaua de c.c.; îmbunătățirea formei curentului primar; realizarea schemelor de redresare complexe. În cazul schemelor de redresare complexe, înfășurările secundare ale unui sau mai multor transformatoare se împart în cîteva grupe separate, care nu au legături electrice interioare între ele. La fiecare grupă de înfășurări, elementele de comutație se leagă astfel, încît să formeze un redresor simplu de sine stătător și care se numește *secție de redresare*. Aceste secții se leagă între ele în serie sau în paralel și formează o schemă de redresare complexă. Schemele de redresare complexe prezintă următoarele avantaje: micșorează pulsația tensiunii redresate și îmbunătățesc gradul de utilizare a elementelor de comutație.

Pentru rezolvarea problemelor din acest capitol, se vor prezenta, în continuare, relațiile de calcul corespunzătoare schemei de redresare „p” fazate ideale fără transformator, relațiile pentru determinarea influenței inductivităților de dispersie asupra procesului de comutație și relația de calcul a puterii transformatoarelor din structura redresoarelor.

Fie modelul fizic ideal (fig. 2.1) al comutării circuitului  $R, L$ , la fazele unui sistem polifazat. La stabilirea acestui model s-au făcut urmă-

toarele ipoteze : sursa de energie electrică are putere infinită ; elementele de comutație (tiristoare) sînt ideale ; parametrii conductoarelor de legătură sînt nuli.

Tensiunile de fază ale sistemului polifazat sînt date de relațiile :

$$\begin{aligned} u_{10} &= U_m \sin \omega t \\ u_{20} &= U_m \sin \left( \omega t - \frac{2\pi}{p} \right) \\ u_{30} &= U_m \sin \left[ \omega t - (\delta - 1) \frac{2\pi}{p} \right] \\ u_{p0} &= U_m \sin \left[ \omega t - (p - 1) \frac{2\pi}{p} \right] \end{aligned} \quad (2.1)$$

Condiția trecerii în conducție a tiristoarelor este

$$\sin \alpha \geq \frac{E}{U_m} \geq \varepsilon \quad (2.2)$$

dacă la aplicarea impulsului de comandă unui tiristor, de exemplu a tiristorului  $T_\delta$ , tiristorul precedent  $T_{\delta-1}$  se găsește în stare blocată și respectiv

$$\cos \left( \alpha + \frac{\pi}{p} \right) \sin \frac{2\pi}{p} < 0, \quad (2.3)$$

dacă tiristorul  $T_{\delta-1}$  se găsește în stare de conducție.

Din relația (2.3) rezultă valoarea minimă a unghiului de comandă :

$$\alpha_{min} = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{p}. \quad (2.4)$$

Presupunem că tiristorul  $T_\delta$  este trecut în stare de conducție. După trecerea în conducție a tiristorului  $T_\delta$ , ecuația circuitului este :

$$L \frac{di}{dt} + iR = U_{\delta,0} - E = U_m \sin \left[ \omega t - (\delta - 1) \frac{2\pi}{p} + \alpha \right] - E. \quad (2.5)$$

Dacă se deplasează originea sistemului de coordonate din  $O$  în  $O_1$ , atunci ecuația (2.5) poate fi scrisă sub forma :

$$L \frac{di}{dt} + iR = U_m \sin (\omega t + \alpha) - E. \quad (2.6)$$

Considerăm două cazuri :  $i(0) = 0$  și  $i(0) = I_{01}$

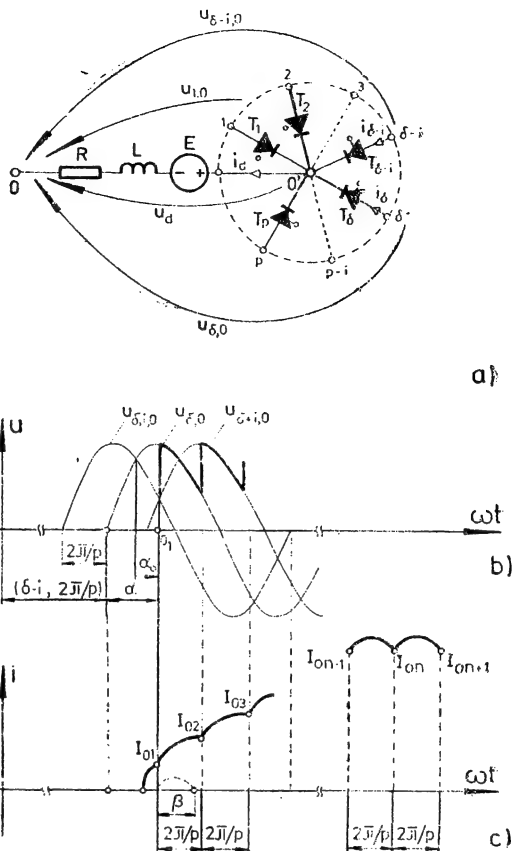


Fig. 2.1. Modelul fizic ideal al comutării circuitului  $R, L$  la fazele unui sistem polifazat.

Pentru  $i(0) = 0$ , soluția ecuației (2.6) este:

$$i = I_m \sin(\omega t + \alpha - \varphi) - \frac{E}{R} - \left[ I_m \sin(\alpha - \varphi) - \frac{E}{R} \right] e^{-\omega t \operatorname{ctg} \varphi}, \quad (2.7)$$

iar pentru  $i(0) = I_{01}$

$$i = I_m \sin(\omega t + \alpha - \varphi) - \frac{E}{R} - I_m \sin(\alpha - \varphi) - \frac{E}{R} e^{-\omega t \operatorname{ctg} \varphi} + I_{01} e^{-\omega t \operatorname{ctg} \varphi}. \quad (2.8)$$

În relațiile (2.7) și (2.8):  $I_m = U_m/Z$ , iar  $\operatorname{tg} \varphi = \omega L/R$ .

În funcție de parametrii circuitului de sarcină și de unghiul de comandă  $\alpha$ , se disting două regimuri de funcționare: *regimul de conducție întreruptă*  $\beta < \frac{2\pi}{p}$  și *regimul de conducție permanentă* ( $\beta = \frac{2\pi}{p}$ ;  $\beta$  — unghiul de conducție). Valoarea limită  $\alpha_1$  a unghiului de comandă pentru care comutarea circuitului  $RL$  la fazele unui sistem polifazat are loc în regim de conducție întreruptă este dată de ecuația:

$$\sin\left(\frac{2\pi}{p} + \alpha_1 - \varphi\right) - \varepsilon - [\sin(\alpha_1 - \varphi) - \varepsilon] e^{-\frac{2\pi}{p} \operatorname{ctg} \varphi} = 0, \quad (2.9)$$

în care:  $\varepsilon = E/RI_m$ .

Ecuația (2.9) rezultă din relația (2.7) pentru  $i = 0$ ;  $\omega t = \frac{2\pi}{p}$ .

În cazul regimului de conducție permanentă ( $\alpha < \alpha_1$ ) are loc un proces tranzitoriu caracterizat prin modificarea formei de undă a curentului de la un interval  $\frac{2\pi}{p}$ , la altul. În regim de conducție permanentă ( $n \rightarrow \infty$ ),  $I_{0n-1} = I_{0n} = I_{0n+1} = I_{0\infty}$ , unde:

$$I_{0,\infty} = I_m \frac{\sin\left(\frac{2\pi}{p} + \alpha - \varphi\right) - \sin(\alpha - \varphi) e^{-\frac{2\pi}{p} \operatorname{ctg} \varphi}}{1 - e^{-\frac{2\pi}{p} \operatorname{ctg} \varphi}} - \frac{E}{R}. \quad (2.10)$$

Pentru curentul de sarcină  $i$ , în regim de conducție permanentă, rezultă expresia:

$$i = I_m \sin(\omega t + \alpha - \varphi) - \frac{E}{R} + I_m \frac{2 \sin \pi/p \cos(\alpha - \varphi + \pi/p)}{1 - e^{-\frac{2\pi}{p} \operatorname{ctg} \varphi}} e^{-\omega t \operatorname{ctg} \varphi} \quad (2.11)$$

În regim de conducție întreruptă, valoarea medie a curentului  $i$

$$I_{i \text{ med}} = \frac{p}{2\pi} \int_0^\beta i_d(\omega t) = \frac{p}{2\pi} I_m [\cos(\alpha - \varphi) - \cos(\beta + \alpha - \varphi)] - \frac{p}{2} \beta \frac{E}{R} + \frac{p}{2\pi} \left[ I_m \sin(\alpha - \varphi) - \frac{E}{R} \right] \frac{e^{-\beta \operatorname{ctg} \varphi} - 1}{\operatorname{ctg} \varphi}, \quad (2.12)$$



iar în regim de conducție permanentă :

$$I_{d\ med} = \frac{p}{2\pi} \int_0^{p/2\pi} i\ d(\omega t) = \frac{p}{2\pi} \frac{I_m}{\cos \varphi} \left[ \cos \alpha - \cos \left( \alpha + \frac{2\pi}{p} \right) \right] - \frac{E}{R} \cdot \quad (2.13)$$

*Valoarea medie a tensiunii* aplicate circuitului de sarcină în regim de conducție întreruptă este :

$$U_{d\ med} = \frac{p}{2\pi} \int_0^{\beta} U_m \sin (\omega t + \alpha) d(\omega t) = \frac{p}{2\pi} U_m [\cos \alpha - \cos (\beta + \alpha)] \quad (2.14)$$

și respectiv

$$U_{d\ med} = \frac{p}{2\pi} \int_0^{2\pi/p} U_m \sin (\omega t + \alpha) d(\omega t) = \frac{p}{2\pi} U_m [\cos \alpha - \cos (2\pi/p + \alpha)] \quad (2.15)$$

pentru regimul de conducție permanentă.

*Valoarea efectivă a tensiunii* aplicate circuitului de sarcină, în regim de conducție întreruptă este :

$$\begin{aligned} U_{d\ ef} &= \sqrt{\frac{p}{2\pi} \int_0^{\beta} U_m^2 \sin^2 (\omega t + \alpha) d(\omega t)} = \\ &= U_m \sqrt{\frac{p}{2\pi} \left\{ \frac{\beta}{2} - \frac{1}{4} [\sin 2(\beta + \alpha) - \sin 2\alpha] \right\}} \end{aligned} \quad (2.16)$$

iar în regimul de conducție permanentă :

$$\begin{aligned} U_{d\ ef} &= U_m \sqrt{\frac{p}{2\pi} \int_0^{2\pi/p} U_m^2 \sin^2 (\omega t + \alpha) d(\omega t)} = \\ &= U_m \sqrt{\frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{\sin 2\pi/p}{2\pi/p} \cos 2(\alpha - \pi/p) \right]}. \end{aligned} \quad (2.17)$$

Dacă se ține seama de relația :

$$\alpha = \alpha_0 + \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{p} \quad (2.18)$$

expresia (2.15) ia forma :

$$U_{d\ amed} = \frac{\sin \pi/p}{\pi/p} U_m \cos \alpha_0 = k_m U_m \cos \alpha_0 = U_{d0med} \cos \alpha_0, \quad (2.15\ a)$$

unde

$$k_m = \frac{\sin \pi/p}{\pi/p} \quad (2.19)$$

se numește *coeficient static de periodicitate*, iar

$$U_{d0med} = k_m U_m$$

este valoarea medie maximă a tensiunii redresate.

Din relațiile (2.17) și (2.18) rezultă pentru *valoarea efectivă a tensiunii redresate*:

$$U_{d0ef} = U_m \sqrt{1/2 \left( 1 + \frac{\sin 2\pi/p}{2\pi/p} \cos 2\alpha_0 \right)}. \quad (2.17 \text{ a})$$

Pentru  $\alpha_0 = 0$ , relația (2.17 a) devine:

$$U_{d0ef} = U \sqrt{1 + \frac{p}{2\pi} \sin 2\pi/p} = k_e U,$$

unde:

$$k_e = \frac{U_{d0ef}}{U} = \sqrt{1 + \frac{p}{2\pi} \sin 2\pi/p} \quad (2.20)$$

Dacă  $p \rightarrow \infty$ , rezultă  $k_e = \sqrt{2}$ .

Modelul fizic ideal, prezentat mai sus (fig. 2.1) permite deducerea expresiilor curentului și tensiunii redresate pentru majoritatea schemelor de redresare utilizate în practică cu condiția  $p > 2$ . Pentru  $p = 1$ , expresia curentului redresat este (2.7), cu valoarea medie:

$$\begin{aligned} I_{dmed} &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{\beta} i_d(\omega t) = \\ &= \frac{I_m}{2\pi} \left[ \cos \frac{\beta}{2} \cos \left( \alpha - \varphi + \frac{\beta}{2} \right) - \beta \frac{E}{RI_m} + \left| \sin(\alpha - \varphi) - \frac{E}{RI_m} \right| \frac{e^{-\beta \operatorname{ctg} \varphi} - 1}{\operatorname{ctg} \varphi} \right]. \end{aligned} \quad (2.21)$$

Dacă se iau în considerare inductivitățile de dispersie (fig. 2.2), atunci la trecerea în conducție a unui tiristor, tiristorul precedent, aflat în conducție nu se va bloca imediat. Va exista un interval de timp, numit *interval de suprapunere anodică*, în care vor conduce ambele tiristoare. Unghiul de suprapunere anodică  $\gamma$ , corespunzător conducției ambelor tiristoare rezultă din ecuația:

$$\cos \alpha_0 - \cos(\alpha_0 + \gamma) = \frac{I_{s0} + I_{sf}}{2 \frac{U_m}{\omega L_\sigma} \sin \frac{\pi}{p}}, \quad (2.22)$$

în care:

- $L_\sigma$  este inductivitatea de dispersie ( $L_{\sigma, s-i} = L_{\sigma, s} = L_\sigma$ );
- $I_{s0}$  — valoarea curentului la începutul intervalului de comutație;
- $I_{sf}$  — valoarea curentului la sfârșitul intervalului de comutație.

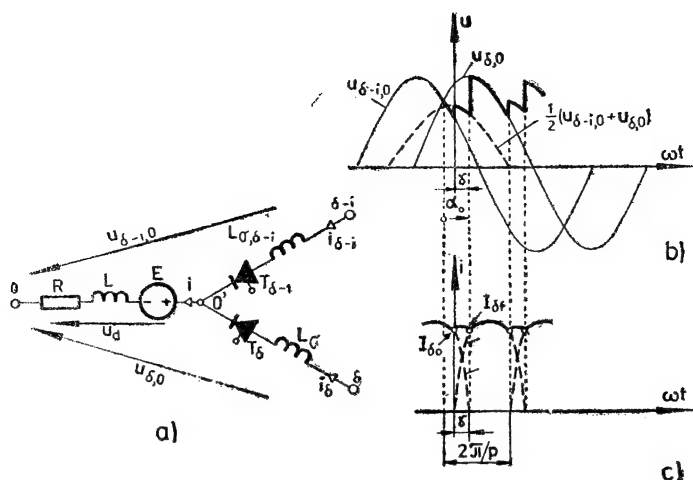


Fig. 2.2. Conectarea circuitului  $R-L$  la fazele unui sistem polifazat, cu considerarea inductivităților de dispersie.

Dacă se admite că în timpul suprapunerii anodice curentul rămâne constant ( $i = I_d$ ), ecuația (2.22) devine:

$$\cos \alpha_0 - \cos (\alpha_0 + \gamma) = \frac{\omega L_{\sigma} I_d}{U_m \sin \frac{\pi}{p}}. \quad (2.23)$$

Valoarea medie a tensiunii pe sarcină cu considerarea procesului de suprapunere anodică este dată de relația:

$$U_{d\alpha med} = U_{d\alpha med} - U_{\gamma med},$$

unde:  $U_{d\alpha med}$  se calculează cu relația (2.15), iar

$$\begin{aligned} U_{\gamma med} &= \frac{p}{2\pi} \int_0^{\gamma} u_{\gamma} d(\omega t) = \frac{p}{2\pi} \int_0^{\delta} \frac{1}{2} \left[ u_{\gamma 0} - u_{\delta-1,0} - L_{\sigma} \frac{di}{dt} \right] d(\omega t) = \\ &= \frac{p}{T} L_{\sigma} I_d med. \end{aligned} \quad (2.24)$$

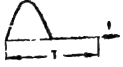

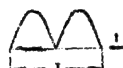

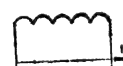

Puterea de calcul (numită și putere „tip”) a transformatoarelor din structura redresoarelor se determină cu relația:

$$P_t = \frac{P_1 + P_2}{2} = k_P P_d med = k_P U_d med I_d med \quad (2.25)$$

în care  $P_d med$  este puterea utilă a redresorului (tabelul 2.1).

Transformatoarele pentru redresoare trebuie să satisfacă condiția echilibrării t.m.m. Prin echilibrare ideală se înțelege echilibrarea sistemului de t.m.m. produse de curenții care trec prin înfășurările transformatorului, astfel încît în orice moment, fluxul din coloana a IV-a să fie nul.

Parametrii schemelor de redresare din fig. 2.4

Schema	Forma tensiunii redresate $\alpha_s = 0$	$k_p = \frac{U_{d0}}{U_{m2}}$	$k_e = \frac{U_{def0}}{U_1}$	$k_f = \frac{U_{def0}}{U_{d0}}$	$k_u = \frac{U_{def0} \sim}{U_{d0}}$	$k_T = \frac{P_T}{P_d}$	$\epsilon_{max} = \frac{U_{m1}}{U_{d0}}$
$M$ $p = 1$		$\frac{1}{\pi} = 0,318$	$\frac{1}{\sqrt{2}} = 0,707$	1,57	1,21	3,09	—
$MM$ $p = 2$		$\frac{2}{\pi} = 0,638$	1	1,11	0,483	1,49	0,667
$MP$ $p = 2$		$\frac{2}{\pi} = 0,638$	1	1,11	0,483	1,23	0,667
$TS$ $p = 3$		$\frac{3\sqrt{3}}{2\pi} = 0,826$	1,1889	1,017	0,189	1,37	0,25
$TP$ $p = 6$		$\frac{3}{\pi} = 0,954$	1,35	1,001	0,042	1,05	0,054
$H$ $p = 6$		$\frac{3}{\pi} = 0,954$	1,35	1,001	0,042	1,55	0,054

Pentru transformatorul trifazat ideal cu patru coloane (fig. 2.3), folosit ca „model general” în studiul transformatoarelor pentru redresoare, condiția „echilibrării ideale” a t.m.m. rezultă din expresia fluxului magnetic  $\Phi_0$  din coloana a IV-a:

$$\Phi_0 = \frac{\sum_{n=1}^3 U_{H\nu\alpha}}{R_m + 3R_{m0}}, \quad (2.26)$$

unde:  $U_{H\nu\alpha}$  este t.m.m. rezultantă a unei coloane;

$R_m$  — reluctanța magnetică a coloanelor pe care sînt dispuse înfășurările;

$R_{m0}$  — reluctanța magnetică a coloanei a IV-a.

Din (2.26) rezultă că fluxul magnetic  $\Phi_0$  este nul, dacă :

$$\sum_{n=1}^3 U_{H\mu\alpha} = U_{H11} + U_{H12} + U_{H13} + U_{H21} + U_{H22} + U_{H23} = 0. \quad (2.27)$$

În tabelul 2.1 sînt dați principalii parametri ai schemelor de redresare reprezentate în fig. 2.4.

În fig. 2.5 este dată dependența unghiului de blocare a tiristoarelor în funcție de unghiul de comandă, iar în fig. 2.6 graficul funcției în  $\sqrt{1 - p\psi(\gamma)}$  care permite determinarea valorii medii a tensiunii redresate în cazul considerării inductivității de dispersie.

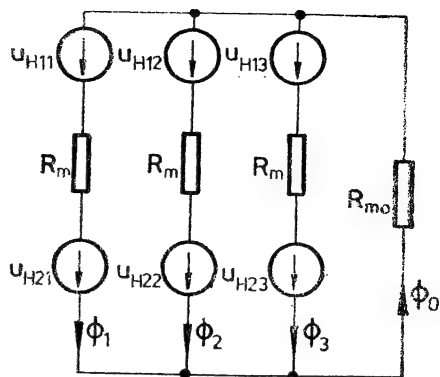


Fig. 2.3. Schema echivalentă a circuitului magnetic al transformatorului trifazat ideal cu patru coloane.

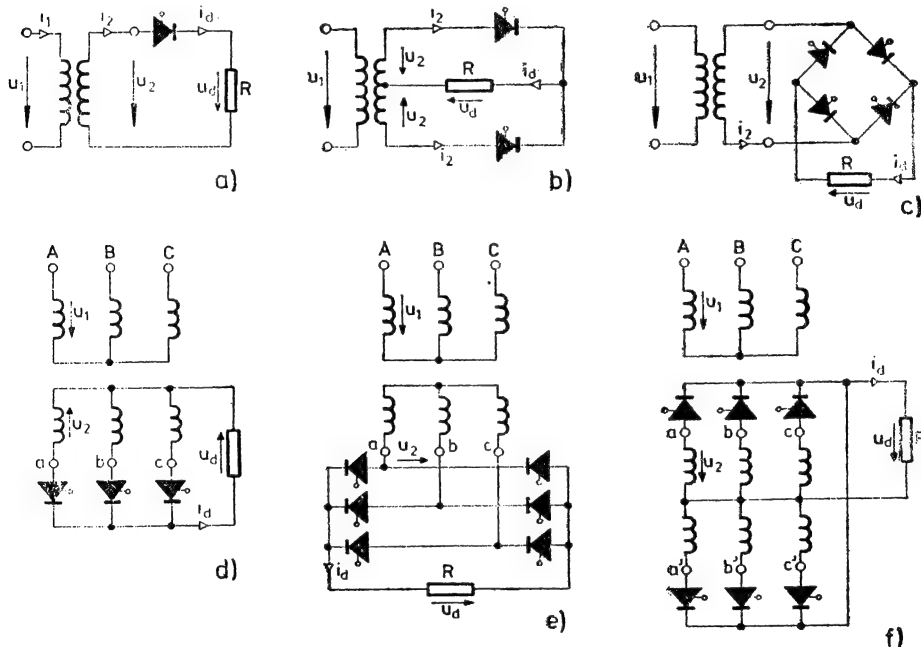


Fig. 2.4. Scheme de redresare:

a — monofazată monoalternanță (M); b — monofazată cu transformator cu punct median (MM); c — monofazată în punte (MP); d — trifazată în stea (TS); e — trifazată în punte (P); f — hexafazată (H).

## 2.1.2. REDRESOARE MONOFAZATE MONOALTERNANȚĂ

**Problema 2.1.2.2.** La ieșirea unui redresor monofazat necomandat, cu tensiunea de intrare  $u = \sqrt{2} 220 \sin 2\pi 50t$  se conectează: 1) un rezistor  $R = 20\Omega$ ; 2) un rezistor și un condensator legați în paralel:  $R = 20\Omega$ ;  $C = 1\,000\ \mu\text{F}$ . Se cere:

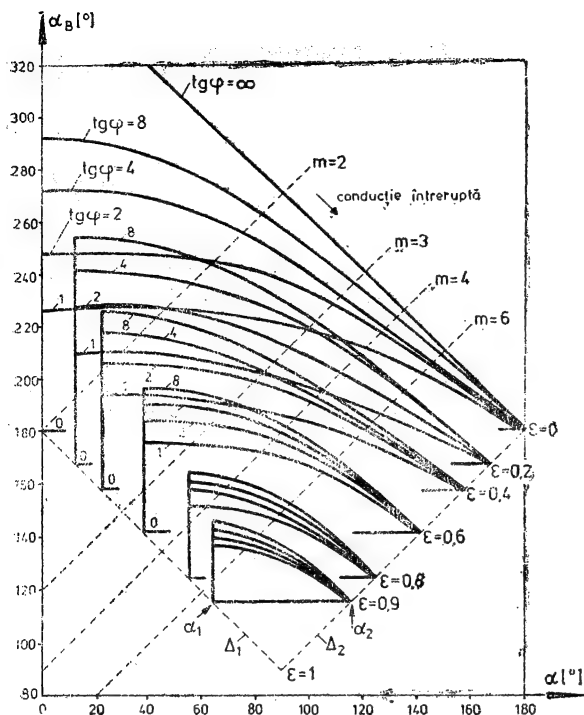


fig. 2.5

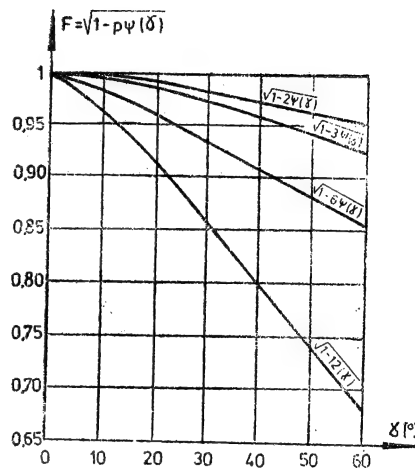


Fig. 2.6. Graficul funcției  $\sqrt{1-p\psi(\delta)}$ .

Fig. 2.5. Graficul funcției  $\alpha_B = f(\alpha, \text{tg } \varphi, \epsilon)$ .

a. valoarea medie și efectivă a curentului  $i_d$ , în cazul sarcinii pur rezistive;

b. expresiile analitice ale curenților  $i_C$ ,  $i_d$ ,  $i_D$  și tensiunii  $u_d$ , în cazul sarcinii rezistiv-capacitive;

c. unghiul  $\psi$  care marchează începutul conducției diodei și unghiul de conducție.

*Rezolvare*

$$a \cdot i_d = \frac{u}{R_d} = \frac{\sqrt{2} \cdot 220}{20} \sin \omega t = \sqrt{2} \cdot 11 \sin \omega t \quad \omega t \in (0, \pi)$$

$$I_{d \text{ med}} = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi i_d d(\omega t) = \frac{2I_m}{2} = \frac{2\sqrt{2} \cdot 11}{2} = 4,95 \text{ A}$$

$$I_{d \text{ ef}} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^\pi i_d^2 d(\omega t)} = \frac{I_m}{2} = \frac{\sqrt{2} \cdot 11}{2} = 7,778 \text{ A.}$$

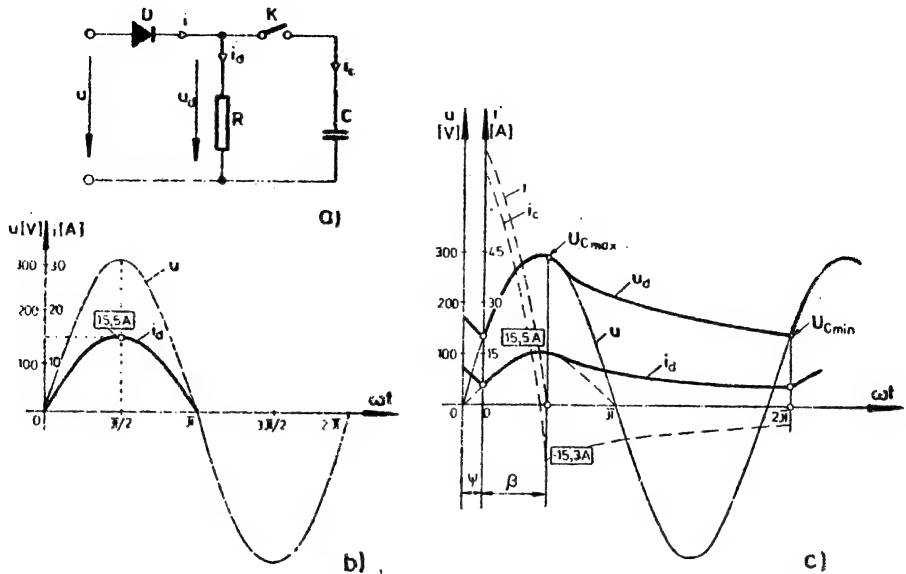


Fig. 2.7. Redresor monofazat monoalternanță cu sarcină  $R-C$ .

b. În intervalul  $\omega t \in (\psi, \psi + \beta)$ : (fig. 2.7, c)

$$i_d = \frac{u}{R} = I_m \sin \omega t = \sqrt{2} 11 \sin \omega t$$

$$i_c = C \frac{du}{dt} = \omega C U_m \cos \omega t = 97,69 \cos \omega t$$

$$i_D = i_d + i_c.$$

În intervalul  $\omega t \in (\psi + \beta; \psi + 2\pi)$ :

$$i_D = 0$$

$$i_d = -i_c = \frac{U_{C \max}}{R} e^{-[\omega t - (\psi + \beta)]/\omega \tau}$$

$$u_d = U_{C \max} e^{-[\omega t - (\psi + \beta)]/\omega \tau}.$$

c. Unghiurile  $\psi$  și  $\beta$  rezultă din ecuațiile:

$$\tan(\psi + \beta) = -\omega \tau = -\omega RC = -6,28 \quad (2.28)$$

$$\frac{\sin \psi}{\sin(\psi + \beta)} = e^{-(2\pi - \beta)/\omega \tau}. \quad (2.29)$$

Din prima ecuație rezultă  $\psi + \beta = 99^\circ$ . Înlocuind în ecuația (2.29) se obține:

$$\sin(99^\circ - \beta) = e^{-(2\pi - \beta)/6,28},$$

cu soluția:  $\beta = 73^\circ$ ;  $\psi = 26^\circ$ .

**Problema 2.1.2.2.** Fie schema de redresare monofazată cu un tiristor ideal, cu sarcină rezistiv-inductivă (fig. 2.8, a). Se dau :

$$u = \sqrt{2} 220 \sin 2\pi 50t; R = 44 \Omega; L = 0,14 \text{ H.}$$

Se cere :

a. să se determine unghiul de conducție  $\beta$  a tiristorului, valoarea maximă a curentului  $I_M$  și unghiul corespunzător valorii maxime  $\beta_M$  pentru următoarele valori ale unghiului de comandă  $\alpha: 0; 30^\circ; 60^\circ; 90^\circ; 120^\circ; 150^\circ$ .

b. graficul curentului  $i_a = f(t)$  pentru valorile unghiului de comandă  $\alpha$  de la punctul a.

c. să se explice procesele care au loc la conectarea diodei de fugă (fig. 2.8, b).

d. graficul și valoarea medie a curentului pentru:  $R = 0$  (sarcină pur inductivă);  $\alpha = 0$  și  $\alpha = 60^\circ$ .

*Rezolvare*

a. Expresia curentului  $i$  este

$$i_a = 5 \sin \left( \omega t + \alpha - \frac{\pi}{4} \right) - 5 \sin \left( \alpha - \frac{\pi}{4} \right) e^{-\omega t}. \quad (2.30)$$

Valoarea unghiului de conducție  $\beta$  se obține din ecuația :

$$\sin \left( \beta + \alpha - \frac{\pi}{4} \right) - \sin \left( \alpha - \frac{\pi}{4} \right) e^{-\beta} = 0 \quad (2.31)$$

dedusă din (2.30) pentru  $\omega t = \beta, i = 0$ .

Dacă unghiurile se introduc în grade, ecuația (2.31) ia forma :

$$\sin (\beta + \alpha - 45^\circ) - \sin (\alpha - 45^\circ) e^{-\beta \frac{\pi}{180^\circ}} = 0.$$

Valoarea unghiului  $\beta_M$  rezultă din ecuația :

$$\cos (\beta_M + \alpha - 45^\circ) + \sin (\alpha - 45^\circ) e^{-\beta_M \frac{\pi}{180^\circ}} = 0 \quad (2.32)$$

dedusă din (2.30), punînd condiția  $\left( \frac{di}{dt} \right)_{\omega t = \beta_M} = 0$ .

Valoarea maximă a curentului  $I_M$  se obține din ecuația (2.30) pentru  $\omega t = \beta_M$ .

Soluțiile ecuațiilor de mai sus, pentru valorile unghiului cerute în problemă, sînt date în tabelul 2.2.

Tabelul 2.2

$\alpha$	0	30°	60°	90°	120°	150°
$\lambda [^\circ]$	226	196	164	131	94	52
$\lambda_M [^\circ]$	139	102	79	59,5	42,5	24
$I_M [A]$	5,3	5,21	4,66	3,58	2,13	0,708



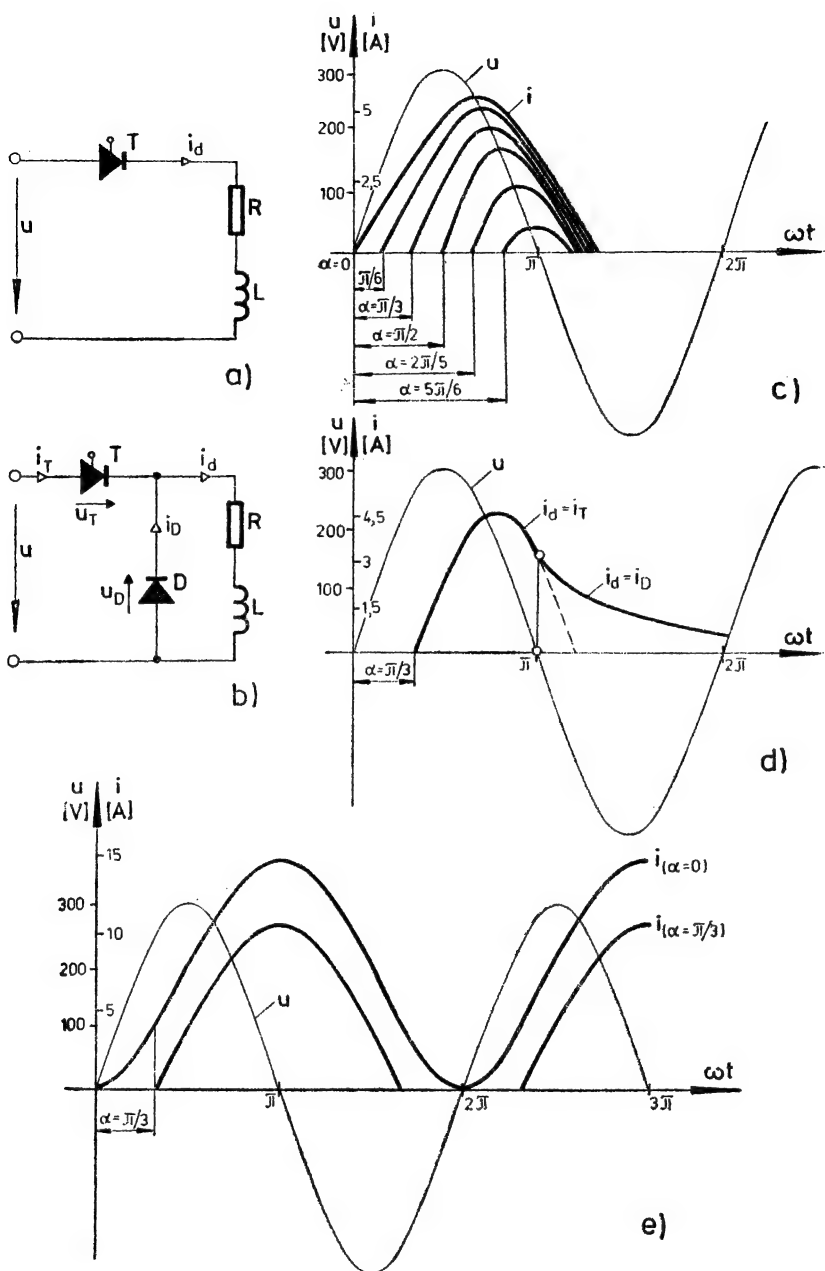


Fig. 2.8. Redresor monofazat monoalternanță cu sarcină  $R-L$ .

**b.** Fig. 2.8, *c*: Graficul curentului  $i_d = f(t)$  pentru  $\alpha: 0; 30^\circ; 60^\circ; 90^\circ; 120^\circ; 150^\circ$ .

**c.** În intervalul  $\omega t \in (0, \pi - \alpha)$ :

$$u_0 = -u = -U_m \sin(\omega t + \alpha) < 0,$$

deci dioda nu conduce, circuitul din fig. 2.8, *b* comportîndu-se analog cu cel din fig. 2.8, *a*.

În intervalul  $\omega t \in [\pi - \alpha, 2\pi - \alpha]$ , dioda conduce, tiristorul fiind blocat:

$$u_T = u < 0.$$

În acest interval, expresia curentului este:

$$i_d = i_D = I_{D0} e^{-[\omega t - (\pi - \alpha)]/\omega\tau},$$

unde:  $I_{D0} = i(\pi - \alpha)$ .

Graficul curentului  $i_d = f(\omega t)$  pentru  $\alpha = 60^\circ$  este dat în fig. 2.8, *d*.

$$I_{D0} = i(\pi - \pi/3) = 3 \text{ A};$$

$$i_D = 3e^{-(\omega t - 2\pi/3)/43,96}.$$

**d.** În cazul sarcinii pur inductive, expresia curentului este:

$$i_d = \frac{U_m}{\omega L} [\cos \alpha - \cos(\omega t + \alpha)] = \frac{U_m}{\omega L} [\cos \alpha (1 - \cos \omega t) + \sin \omega t \sin \alpha].$$

Pentru  $\alpha = 0$ :

$$i_d = \frac{\sqrt{2} 220}{314 \cdot 0,14} (1 - \cos 314t) = 7,07(1 - \cos 314t).$$

Pentru  $\alpha = 30^\circ$

$$\begin{aligned} i_d &= \frac{\sqrt{2} 220}{314 \cdot 0,14} [\cos 60^\circ (1 - \cos \omega t) + \sin 60^\circ \sin \omega t] = \\ &= 7,07 \left[ \frac{1}{2} (1 - \cos \omega t) + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \omega t \right]. \end{aligned}$$

Graficele  $i_d = f(t)$  pentru  $R = 0$ ;  $\alpha = 0$  și  $\alpha = 60^\circ$  sînt reprezentate în fig. 2.8, *e*.

Valoarea medie a curentului pentru  $\alpha = 0$

$$I_{d0 \text{ med}} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{U_m}{\omega L} (1 - \cos \omega t) d(\omega t) = \frac{U_m}{\omega L} = \frac{\sqrt{2} 220}{314 \cdot 0,14} = 7,07 \text{ A},$$

iar pentru  $\alpha = 60^\circ$

$$\begin{aligned} I_{d \text{ med}} &= \frac{U_m}{\omega L} \left[ \frac{\pi - \alpha}{\pi} \cos \alpha - \frac{\sin(2\pi - \alpha) - \sin \alpha}{2\pi} \right] = \\ &= 7,07 \left[ \frac{\pi - \frac{\pi}{3}}{\pi} \cos \frac{\pi}{3} - \frac{\sin\left(2\pi - \frac{\pi}{3}\right) - \sin \frac{\pi}{3}}{2\pi} \right] = 4,3 \text{ A}. \end{aligned}$$

**Problema 2.1.2.3.** În schema de redresare, cu diodă ideală, prezentată în fig. 2.9, *a* se cunosc:  $u = \sqrt{2} 220 \sin 2\pi 50t$ ;  $R_d = 20 \Omega$  și  $R = 4\Omega$ .

Se cere:

- să se determine expresia curentului prin dioda  $D$ :  $i_D = f(\omega t)$ ;
- graficul tensiunii  $u_d = f(t)$  și a curentului  $i_D = f(t)$ , pentru următoarele valori ale capacității condensatorului:  $C = \infty$ ;  $C_1 = 10^4 \mu\text{F}$ ;  $C_2 = 500 \mu\text{F}$ .
- dependența unghiului de trecere în conducție  $\alpha$  a diodei  $D$ , în funcție de raportul  $R_d/R$ , pentru  $C = \infty$ .

Rezolvare

a. Ecuațiile circuitului din fig. 2.9, a, corespunzătoare intervalului de conducție a diodei  $D$ , sînt:

$$\begin{aligned} i_D &= i_C + i_d \\ i_D R + i_d R_d &= U_m \sin(\omega t + \alpha) \quad \omega t \in [0, \beta] \\ u_d &= u_C = \frac{1}{C} \int i_C dt = i_d R_d \end{aligned} \quad (2.33)$$

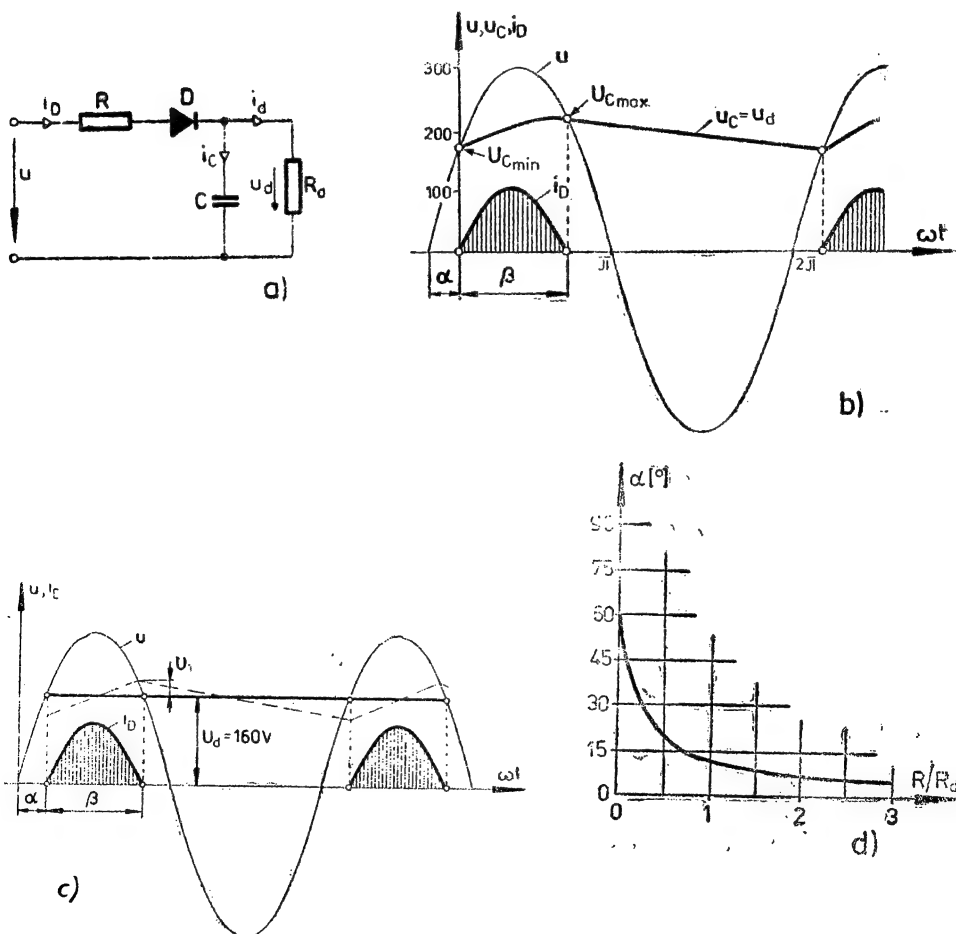


Fig. 2.9. Redresor monofazat monoalternanță cu sarcină  $R-C$ .

Din sistemul de ecuații (2.33) rezultă ecuația tensiunii condensatorului:

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{\tau_e} = \frac{U_m}{\tau} \sin(\omega t + \alpha), \quad (2.34)$$

unde:

$$\tau_e = \frac{CR_d R}{R_d + R}; \quad \tau = CR.$$

Soluția ecuației (2.34) pentru  $u_C(0) = U_{C \min} = U_m \sin \alpha$  este:

$$u_C = -\frac{\tau_e U_m}{\tau \sqrt{1 + \omega^2 \tau_e^2}} [\cos(\omega t + \alpha - \varphi) - \cos(\alpha - \varphi) e^{-t/\tau_e}] + U_{C \min} e^{-t/\tau_e} \quad (2.35)$$

în care  $\varphi = \arctg\left(-\frac{1}{\omega \tau_e}\right)$ .

Cunoscându-se expresia tensiunii condensatorului, rezultă expresia curentului  $i_C$ :

$$i_C = C \frac{du_C}{dt} = \frac{C \tau_e U_m}{\tau \sqrt{1 + \omega^2 \tau_e^2}} \left[ \omega \sin(\omega t + \alpha - \varphi) - \frac{\cos(\alpha - \varphi)}{\tau_e} e^{-t/\tau_e} \right] - \frac{C}{\tau_e} U_{C \min} e^{-t/\tau_e} \quad (2.36)$$

și a curentului  $i_d$

$$i_d = \frac{u_C}{R_d} = -\frac{\tau_e U_m}{R_d \tau \sqrt{1 + \omega^2 \tau_e^2}} [\cos(\omega t + \alpha - \varphi) - \cos(\alpha - \varphi) e^{-t/\tau_e}] + \frac{U_{C \min}}{R_d} e^{-t/\tau_e}. \quad (2.37)$$

și deci:

$$i_D = i_C + i_d = \frac{\tau_e \omega U_m}{\tau \sqrt{1 + \omega^2 \tau_e^2}} \left[ \sin(\omega t + \alpha - \varphi) - \frac{1}{\omega \tau_d} \cos(\omega t + \alpha - \varphi) + \frac{1}{\omega} \left( \frac{1}{\tau_d} - \frac{1}{\tau_e} \right) \cos(\alpha - \varphi) e^{-t/\tau_e} \right] + C \left( \frac{1}{\tau_d} - \frac{1}{\tau_e} \right) U_{C \min} e^{-t/\tau_e} \quad (2.38)$$

în care:  $\tau_d = CR_d$ .

În intervalul  $\omega t \in (\beta, 2\pi)$ , expresia curentului  $i_d$  este:

$$i_d = -i_C = \frac{U_{C \min}}{R_d} e^{-(\omega t - \beta)/\omega \tau_d}. \quad (2.39)$$

Tensiunea condensatorului în intervalul  $\omega t \in (\beta, 2\pi)$  este:

$$u_C = u_d = i_d R_d = U_{C \min} e^{-(\omega t - \beta)/\omega \tau_d}. \quad (2.40)$$

b. Pentru  $C = \infty$ , constantele de timp  $\tau$ ,  $\tau_c$  și  $\tau_d$  au valori infinite. Din (2.37) pentru  $C = \infty$ , rezultă :

$$i_D = \frac{U_m}{R} \sin(\omega t + \alpha) - \frac{U_{C \min}}{R},$$

iar din (2.40) rezultă :

$$U_{C \min} = U_{C \max} = U_d = U_m \sin \alpha.$$

Graficul funcției  $i_D = f(\omega t)$  pentru  $C = \infty$  este dat în fig. 2.9, c. Determinarea unghiurilor  $\alpha$  și  $\beta$  și a tensiunii  $U_d$ , s-a făcut din sistemul de ecuații :

$$\begin{aligned} \beta &= \pi - 2\alpha \\ \sin(\beta + \alpha) &= \frac{U_d}{U_m} \end{aligned} \quad (2.41)$$

$$\int_0^\beta (i_D - i_d) d(\omega t) = \int_\beta^{2\pi} i_d d(\omega t).$$

Din acest sistem de ecuații rezultă ecuația :

$$\operatorname{ctg} \alpha = \left( \frac{\pi}{2} + \pi \frac{R}{R_d} - \alpha \right), \quad (2.42)$$

care permite determinarea unghiului  $\alpha$ . Pentru  $\frac{R}{R_d} = \frac{4}{20} = 0,2$ , rezultă  $\alpha = 31^\circ$ .

$$\beta = 180 - 2 \cdot 31 = 118^\circ$$

$$U_d = \sqrt{2} 220 \sin 149^\circ = 160 \text{ V.}$$

Pentru  $C_1 = 10^4 \mu\text{F}$ ,  $\tau_d = C_1 R_d = 10^4 \cdot 10^{-6} \cdot 20 = 0,2 \text{ s} = 200 \text{ ms}$ . Deoarece  $\tau_d > \frac{1}{2f} = 0,01 \text{ s} = 10 \text{ ms}$ , cu suficientă aproximație se pot utiliza ecuațiile corespunzătoare cazului  $C = \infty$ . Prin urmare,  $\alpha_1 = \alpha = 31^\circ$ ;  $\beta_1 = \beta = 118^\circ$ ;  $U_{d1} = U_d = 160 \text{ V}$ . Valoarea efectivă a componentei alternative  $U_1$  se poate calcula aproximativ din condiția : sarcina înmagazinată de condensator  $Q_i$ , în intervalul de conducție a diodei, să fie egală cu sarcina cedată  $Q_c$  de condensator în intervalul  $2\pi - \theta$  :

$$\begin{aligned} Q_i &= 2C U_1; \quad Q_c = i_d \frac{2\pi - \theta}{\omega} = \frac{U_d}{R_d} \frac{2\pi - \theta}{\omega} \\ U_1 &= \frac{U_d}{2C R_d} \frac{2\pi - \theta}{\omega} = \frac{160}{2 \cdot 10^4 \cdot 10^{-6} \cdot 20} \frac{2\pi - 2,05}{314} = 5,38 \text{ V.} \end{aligned}$$

c. Dependența  $\alpha = f\left(\frac{R}{R_d}\right)$  (fig. 2.9, d) rezultă din ecuația (2.41).

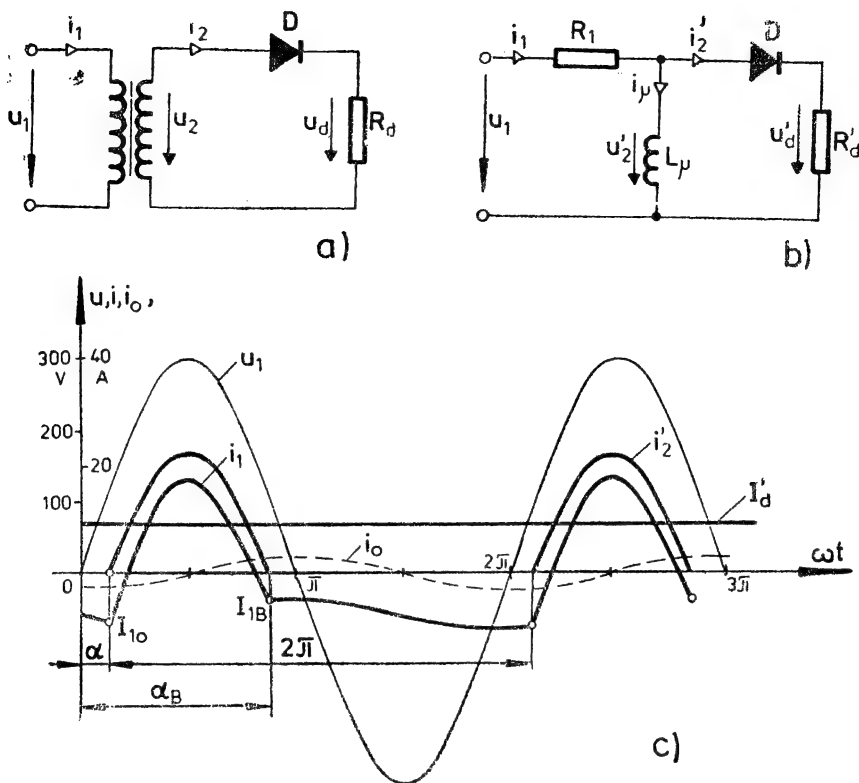


Fig. 2.10. Redresor monofazat monoalternanță cu transformator cu sarcină rezistivă.

**Problema 2.1.2.4.** Fie schema de redresare monofazată monoalternanță cu transformator (fig. 2.10, a). Se cunoaște: tensiunea primară  $U_1 = 220 \text{ V}$ ;  $f = 50 \text{ Hz}$ ; raportul de transformare al transformatorului  $k = w_2/w_1 = 2:1$ ; rezistența echivalentă a circuitului primar  $R_1 = 5 \Omega$ ; reactanța primară utilă  $X_{u1} = 550 \Omega$ ; rezistența de sarcină  $R_d = 9 \Omega$ ; valoarea medie a tensiunii redresate  $U_d = 45 \text{ V}$ .

Dioda se consideră ideală; se neglijează reactanțele de dispersie ale transformatorului. Se cere:

- expresia analitică a curentului primar pentru regimul stabilizat.
- graficul curentului primar  $i_1$ , al curentului secundar  $i_2$  și al curentului de magnetizare;
- puterea de calcul a transformatorului.

*Rezolvare*

a. Pentru circuitul echivalent din figura 2.10, b, în intervalul  $\alpha < \omega t < \alpha_B$ , corespunde următorul sistem de ecuații:

$$\begin{aligned} i_1 &= i_u + i'_2 \\ u_1 &= L_u \frac{di_u}{dt} + i_1 R_1 = u'_2 + i_1 R_1 \\ u'_2 &= u'_d = u_i k \end{aligned} \quad (2.43)$$

cu condiția inițială  $i_1(\alpha) = I_{10}$ , iar în intervalul  $\alpha_B < \omega t < \alpha + 2\pi$  corespunde ecuația :

$$u_1 = i_1 R_1 + L_\mu \frac{di_1}{dt}, \quad (2.44)$$

cu condiția inițială  $i_1(\alpha_B) = I_{1B}$ . În sistemul (2.43)

$$u'_2 = k u_2; \quad i'_2 = i_2/k; \quad R'_d = k^2 R_d.$$

Din sistemul (2.43) rezultă următoarea soluție pentru curentul  $i_1$ , în intervalul  $\alpha < \omega t < \alpha_B$  :

$$i_1 = I_{m1} \sin(\omega t + \varphi_1 - \varphi) - I_{m1} \sin(\alpha + \varphi_1 - \varphi) e^{-(\omega t - \alpha) \text{ctg} \varphi} + \\ + I_{01} e^{-(\omega t - \alpha) \text{ctg} \varphi_0}, \quad (2.45)$$

respectiv

$$i_1 = I_{m0} \sin(\omega t - \varphi_0) - I_{m0} \sin(\alpha_B - \varphi_0) e^{-(\omega t - \alpha_B) \text{ctg} \varphi_0} + \\ + I_{1B} e^{-(\omega t - \alpha_B) \text{ctg} \varphi_0}, \quad (2.46)$$

în intervalul  $\alpha_B < \omega t < \alpha + 2\pi$ , unde :

$$I_{m1} = \frac{U_{m1}}{Z_{1e}}; \quad I_{m0} = \frac{U_{m1}}{Z_{10}} = \frac{U_{m1}}{\sqrt{R_1^2 + (\omega L_\mu)^2}}; \quad \text{tg } \varphi_1 = \frac{\omega L_\mu}{R_d}; \\ \text{tg } \varphi = \frac{\omega L_\mu}{R_e}; \quad \text{tg } \varphi_0 = \frac{\omega L_\mu}{R_1}; \quad Z_{1e} = \frac{R'_d}{R_1 + R'_d} \cos \varphi_1 \sqrt{R_e^2 + (\omega L_\mu)^2}; \\ R_e = \frac{R_1 R'_d}{R_1 + R'_d}.$$

Soluțiile (2.45) și (2.46) corespund regimului stabilizat.

Din relația (2.45), pentru  $\omega t = \alpha_B$ , rezultă :

$$I_{1B} = F_1(\alpha_B) + I_{01} e^{-(\alpha_B - \alpha) \text{ctg} \varphi}, \quad (2.47)$$

în care :

$$F_1(\alpha_B) = I_{m1} \sin(\alpha + \varphi_1 - \varphi) - I_{m1} \sin(\alpha_B + \varphi_1 - \varphi) e^{-(\alpha_B - \alpha) \text{ctg} \varphi},$$

iar din relația (2.46), pentru  $\omega t = \alpha + 2\pi$ , se obține :

$$I_{10} = F_2(\alpha + 2\pi) + I_{1B} e^{-(\alpha + 2\pi - \alpha_B) \text{ctg} \varphi_0}, \quad (2.48)$$

unde :

$$F_2(\alpha + 2\pi) = I_{m0} \sin(2\pi + \alpha - \varphi_0) - I_{m0} \sin(\alpha_B - \varphi_0) e^{-(\alpha - \alpha_B) \text{ctg} \varphi_0}.$$

Din sistemul de ecuații (2.47) și (2.48) rezultă :

$$I_{10} = \frac{F_1(\alpha_B) e^{-(\alpha + 2\pi - \alpha_B) \text{ctg} \varphi_0} + F_2(\alpha + 2\pi)}{1 - e^{-(\alpha_B - \alpha) \text{ctg} \varphi - (\alpha + 2\pi - \alpha_B) \text{ctg} \varphi_0}} \quad (2.49)$$

$$I_{1B} = \frac{F_1(\alpha_B) + F_2(\alpha + 2\pi)e^{-(\alpha_B - \alpha)\operatorname{ctg}\varphi}}{1 - e^{-(\alpha_B - \alpha)\operatorname{ctg}\varphi - (\alpha + 2\pi - \alpha_B)\operatorname{ctg}\varphi}}. \quad (2.50)$$

Dacă se ține seama și de soluțiile :

$$U_m \sin \alpha = -I_{10} R_1 \quad (2.51)$$

$$U_m \sin \alpha_B = -I_{1B} R_1, \quad (2.52)$$

Sistemul format din ecuațiile (2.49) — (2.52) permite determinarea valorilor unghiului  $\alpha$ , a unghiului  $\alpha_B$  și a valorilor curentului  $I_{10}$  și  $I_{1B}$ , astfel : se alege o valoare aproximativă a unghiului  $\alpha$  ; din relația (2.51) rezultă  $I_{10}$ , iar din raportul :

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \alpha_B} = \frac{I_{10}}{I_{1B}} = k_1 \quad (2.53)$$

se determină  $\alpha_B$  și  $I_{1B}$ . Cu  $\alpha$  ales și cu valorile  $\alpha_B$ ,  $I_{10}$  și  $I_{1B}$  determinate se verifică relațiile (2.49) și (2.50). Dacă relațiile (2.49) și (2.50) nu sînt verificate se ia o nouă valoare pentru  $\alpha$  ș.a.m.d., pînă se obțin soluțiile sistemului. Soluțiile sistemului de ecuații (2.49) ÷ (2.52) se pot obține mai simplu, cu suficientă precizie, dacă se are în vedere relația :

$$i_1 = i_{12} + i_\mu = \frac{1}{h} (i_D - I_{d \text{ med}}) + i_\mu = i'_D - I'_{d \text{ med}} + i_\mu. \quad (2.54)$$

În relația (2.54), componenta corespunzătoare curentului secundar  $i_{12}$  s-a dedus din condiția ca valoarea medie a curentului  $i_{12}$  pe o semi-perioadă să fie egală cu  $I_{d \text{ med}}$ , iar pe o perioadă să fie nulă.

Ținînd seama, de relația (2.54), rezultă, din condiția  $i'_D = 0$  :

$$I_{10} = -I'_{d \text{ med}} + i_\mu(\alpha) = -I'_{d \text{ med}} + I_{m0} \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) \quad (2.55)$$

și

$$I_{1B} = -I'_{d \text{ med}} + i_\mu(\alpha_B) = -I'_{d \text{ med}} + I_{m0} \sin\left(\alpha_B - \frac{\pi}{2}\right). \quad (2.56)$$

Din relațiile (2.51) și (2.55) se obține ecuația :

$$I'_{d \text{ med}} - I_{m0} \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{U_m}{R_1} \sin \alpha, \quad (2.57)$$

care permite determinarea unghiului  $\alpha$ , iar din relațiile (2.52) și (2.56) rezultă ecuația :

$$I'_{d \text{ med}} - I_{m0} \sin\left(\alpha_B - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{U_m}{R_1} \sin \alpha_B, \quad (2.58)$$

care permite determinarea unghiului  $\alpha_0$ .



Cu datele din problemă se obține :

$$I'_{d\ med} = \frac{U_{Di0}}{R_d} = \frac{45}{5} = 9\text{ A}; \quad I'_{d\ med} = \frac{1}{k} I_{d\ med} = \frac{9}{2} = 4,5\text{ A}$$

$$\frac{U_{d0\ med}}{U_{m2}} = \frac{1}{\pi} \Rightarrow U_{m2} = \pi U_{d0\ med} = \pi \cdot 45 = 141\text{ V}$$

$$U_2 = \frac{U_{m2}}{\sqrt{2}} = \frac{141,37}{\sqrt{2}} = 100\text{ V}$$

$$U'_2 = k U_2 = 2 \cdot 100 = 200\text{ V}$$

$$R'_d = k^2 R_d = 4 \cdot 9 = 36\ \Omega$$

$$R_* = \frac{R_1 R'_d}{R_1 + R'_d} = \frac{5 \cdot 36}{5 + 36} = 4,39\ \Omega$$

$$I_{m0} = \frac{U_{m1}}{Z_{10}} = \frac{U_{m1}}{\sqrt{R_1^2 + X_{\mu 1}^2}} = \frac{\sqrt{2} 220}{\sqrt{5^2 + 550^2}} = 0,5656\text{ A}$$

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{\omega L_{\mu}}{R_1} = \frac{550}{5} = 110 \Rightarrow \varphi_0 = 89,47^\circ = 0,49715\pi\text{ rad}$$

$$\operatorname{ctg} \varphi_0 = 9,09 \cdot 10^{-3}$$

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{\omega L_{\mu}}{R'_d} = \frac{550}{36} = 15,277 \Rightarrow \varphi_1 = 86,25^\circ = 0,4791\pi\text{ rad}$$

$$\operatorname{ctg} \varphi_1 = 0,0654$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L_{\mu}}{R_e} = \frac{550}{4,39} = 125,284 \Rightarrow \varphi = 89,54^\circ = 0,4974\pi\text{ rad}$$

$$\operatorname{ctg} \varphi = 7,981 \cdot 10^{-3}$$

$$Z_{1e} = \frac{R'_d}{R_1 + R'_d} \cos \varphi_1 \sqrt{R_e^2 + X_{\mu}^2} = \left| \frac{36}{5 + 36} \right| 0,0654 \sqrt{4,3^2 + 550^2} = 31,584\ \Omega.$$

$$I_{m1} = \frac{U_{m1}}{Z_{1e}} = \frac{\sqrt{2} 220}{31,584} = 9,85\text{ A}.$$

Din ecuația (2.57) rezultă

$$4,5 - 0,5656 \sin \left( \alpha - \frac{\pi}{2} \right) = \frac{\sqrt{2} 220}{5} \sin \alpha = 62,225 \sin \alpha$$

$$\alpha = 4,66^\circ = 0,0258\pi\text{ rad}.$$

$$I_{10} = -\frac{U_{m1} \sin \alpha}{R_1} = -\frac{\sqrt{2} 220}{5} \sin 4,66 = -5,05\text{ A}$$

Din ecuația (2.57) rezultă :

$$4,5 - 0,5656 \sin(\alpha_B - \pi/2) = 62,225 \sin \alpha_B$$

$$\alpha_B = 176,38^\circ = 0,9798 \pi \text{ rad}$$

$$I_{1B} = -\frac{U_{m1} \sin \alpha_B}{R_1} = -\frac{\sqrt{2} 220}{5} \sin 176,38 = -3,92 \text{ A}$$

$$i_1 = 9,85 \sin(\omega t - 0,0183 \pi) - 0,235 e^{-(\omega t - 0,0258\pi) 7,981 \cdot 10^{-3}} - 5,05 e^{-(\omega t - 0,0254\pi) 7,982 \cdot 10^{-3}}$$

pentru  $\alpha < \omega t < \alpha_B$ , respectiv

$$i_1 = 0,5656 \sin(\omega t - 0,4971 \pi) - 0,5647 e^{-(\omega t - 0,9798\pi) 9,091 \cdot 10^{-3}} - 3,92 e^{-(\omega t - 0,9798) 9,09 \cdot 10^{-3}}$$

pentru  $\alpha_B < \omega t < +2\pi$ .

b. În fig. 2.10, c sînt reprezentate graficele:  $i_1 = f(t)$ ;  $i_d = f(t)$ ;  $i_0 = f(t)$ .

$$e. P_2 = U_2 I_2 = \frac{\pi}{\sqrt{2}} U_{d0 \text{ med}} \frac{\pi}{2} I_{d \text{ med}} = \frac{\pi^2}{2\sqrt{2}} P_{d0 \text{ med}} = 3,489 P_{d0 \text{ med}}$$

$$P_1 = U_1 I_1 = k \frac{\pi}{\sqrt{2}} U_{d0 \text{ med}} \frac{1,21}{k} I_{d \text{ med}} = 2,69 P_{d0 \text{ med}}$$

$$P_T = \frac{P_1 + P_2}{2} = \frac{3,49 + 2,69}{2} P_{d0 \text{ med}} = 3,09 P_{d0 \text{ med}} = 3,09 U_{d0 \text{ med}} I_{d \text{ med}} = 3,09 \cdot 45 \cdot 4,5 = 625,72 \text{ W}$$

Dacă neglijăm curentul  $i_0$  (v. fig. 2.10, c) valoarea efectivă a curentului  $i_1$  este :

$$\begin{aligned} I_{1 \text{ ef}} &= \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} i_1^2 d(\omega t)} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left( \frac{i_d - I_{d \text{ med}}}{k} \right)^2 d(\omega t)} = \\ &= \frac{1}{k} \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} i_d^2 d(\omega t) - \frac{1}{2\pi} 2 \int_0^{2\pi} i_d I_{d \text{ med}} d(\omega t) + \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} I_{d \text{ med}}^2 d(\omega t)} = \\ &= \frac{1}{k} \sqrt{I_d^2 - 2 I_{d \text{ med}}^2 + I_{d \text{ med}}^2} = \frac{1}{k} I_{d \text{ med}} \sqrt{\frac{\pi^2}{4} - 1} = \frac{1,21}{k} I_{d \text{ med}}. \end{aligned}$$

### 2.1.3. REDRESOARE MONOFAZATE CU PUNCT MEDIAN

**Problema 2.1.3.1.** Să se determine expresia curentului  $i_d = f(t)$ , la un redresor monofazat cu transformator cu priză mediană (fig. 2.11, a), pentru următoarele valori ale parametrilor sarcinii: a.  $R_d = 11 \Omega$ ;  $L_d = 0$ ;

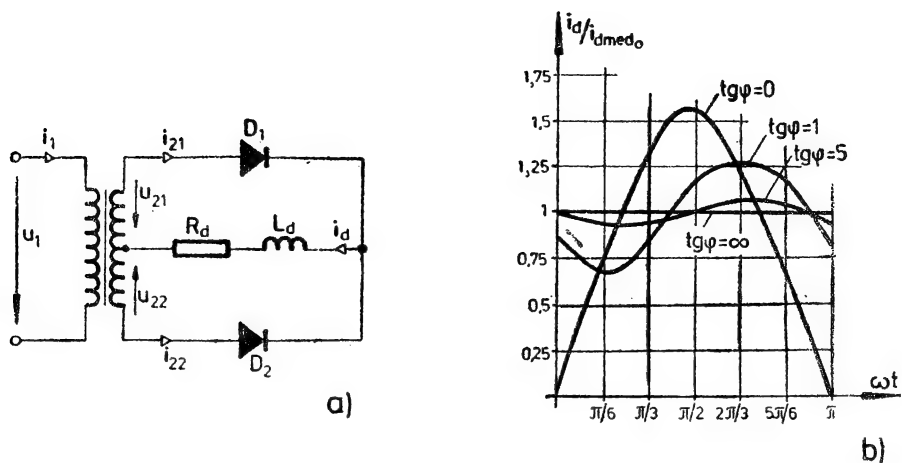


Fig. 2.11. Redresor monofazat cu priză mediană cu sarcină  $R-L$ .

**b.**  $R_d = 11 \Omega$ ;  $L_d = \infty$ ; **c.**  $R_d = 11 \Omega$ ;  $L_d = 0,035 \text{ H}$ ; **d.**  $R_d = 11 \Omega$ ;  $L_d = 0,175 \text{ H}$ . Să se arate că valoarea medie a curentului  $I_{d \text{ med}}$  nu depinde de inductivitatea  $L_d$ . Tensiunea primară este  $U_1 = 220 \text{ V}$ ;  $f = 50 \text{ Hz}$ ; raportul de transformare a transformatorului  $k = 2:1$ . Transformatorul și diodele se consideră ideale.

#### Rezolvare

Expresia curentului de sarcină  $i_d$ , pentru redresorul monofazat necomandat cu transformator cu priză mediană rezultă din relația (2.11), pentru  $p = 2$ ;  $\alpha = 0$ ;  $E = 0$ .

$$i_d = I_m \sin(\omega t - \varphi) + I_m \frac{2 \sin \varphi}{1 - e^{-\pi \operatorname{ctg} \varphi}} e^{-\omega t \operatorname{ctg} \varphi}.$$

**a.**  $R_d = 11 \Omega$ ;  $L_d = 0$

$$i_d = \frac{\sqrt{2} U_2}{R_d} \sin \omega t = \frac{\sqrt{2} 110}{11} \sin \omega t = \sqrt{2} 10 \sin 314 t$$

**b.**  $R_d = 11 \Omega$ ;  $L_d = \infty$

$$\begin{aligned} i_d &= \frac{\sqrt{2} U_2}{R_d \sqrt{1 + \left( \frac{\omega L_d}{R_d} \right)^2}} \left[ \sin(\omega t - \varphi) + \frac{2 \sin \varphi}{1 - e^{-\pi \operatorname{ctg} \varphi}} e^{-\omega t \operatorname{ctg} \varphi} \right] = \\ &= \frac{\sqrt{2} U_2}{R_d} \left[ \cos \varphi \sin(\omega t - \varphi) + \frac{\sin 2\varphi}{1 - e^{-\pi \operatorname{ctg} \varphi}} e^{-\omega t \operatorname{ctg} \varphi} \right] \end{aligned}$$

$$\lim_{\varphi \rightarrow \frac{\pi}{2}} i_d = \frac{2\sqrt{2} U_2}{R_d} = I_{d0 \text{ med}} = 9 \text{ A}.$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L_d}{R} = 1; \varphi = 45^\circ$$

$$i_d = 10 \sin (\omega t - 45^\circ) + 14,78 e^{-\omega t}$$

d.  $R_d = 11 \Omega; L_d = 0,175 \text{ H}$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L_d}{R_d} = \frac{3,14 \cdot 0,175}{11} = 5 \Rightarrow \varphi = 78,68^\circ$$

$$i_d = 2,77 \sin (\omega t - 78,68^\circ) + 11,63 e^{-0,2 \omega t}.$$

În figura 2.11,  $b$  este reprezentat graficul funcției  $i_d/I_{d0 \text{ med}} = f(\omega t)$ , în intervalul  $\omega t \in [0, \pi]$ , unde  $I_{d0 \text{ med}} = \frac{2\sqrt{2}U_1}{\pi R_d}$  este valoarea medie corespunzătoare sarcinii pur rezistive:

$$\begin{aligned} I_{d \text{ med}} &= \frac{1}{\pi} \int_0^\pi i_d d(\omega t) = \frac{I_m}{\pi} \int_0^\pi \sin (\omega t - \varphi) d(\omega t) + \\ &+ \frac{I_m}{\pi} \frac{2 \sin \varphi}{1 - e^{-\pi \operatorname{ctg} \varphi}} \int_0^\pi e^{-\omega t \operatorname{ctg} \varphi} d(\omega t) = \\ &= \frac{I_m}{\pi} [-\cos (\omega t - \varphi)]_0^\pi + \frac{I_m}{\pi} \frac{2 \sin \varphi}{(1 - e^{-\pi \operatorname{ctg} \varphi})(\operatorname{ctg} \varphi)} [e^{-\omega t \operatorname{ctg} \varphi}]_0^\pi = \\ &= \frac{I_m}{\pi} [\cos \varphi - \cos (\pi - \varphi)] + \frac{I_m}{\pi} \frac{2 \sin \varphi}{(1 - e^{-\pi \operatorname{ctg} \varphi})(\operatorname{ctg} \varphi)} (1 - e^{-\pi \operatorname{ctg} \varphi}) = \\ &= \frac{2 I_m}{\pi} \left[ \cos \varphi + \frac{\sin^2 \varphi}{\cos \varphi} \right] = \frac{2 I_m}{\pi \cos \varphi} = \frac{2 U_m}{\pi \sqrt{R_d^2 + (\omega L_d)^2} \cos \varphi} = \frac{2 U_m}{\pi R_d}. \end{aligned}$$

**Problema 2.1.3.2.** Un redresor monofazat cu transformator cu priză mediană cu tiristoare (fig. 2.12,  $a$ ), alimentează un receptor cu  $R_d = 20 \Omega$ , înseriat cu o bobină cu inductivitate variabilă. Tensiunea de alimentare:  $U_1 = 220 \text{ V}$ ;  $f = 50 \text{ Hz}$ ; raportul de transformare a transformatorului  $k = 1:1$ . Transformatorul și tiristoarele se consideră ideale. Se cer:

a. graficele tensiunilor  $u_{21}$ ,  $u_{22}$  și a curenților  $i_1$ ,  $i_{21}$ ,  $i_{22}$  și  $i_d$ , pentru  $L_d = 0$ ;  $\alpha = 60^\circ$ ;

b. idem, pentru  $L_d = \infty$ ;  $\alpha = 45^\circ$ ;

c. valoarea medie și efectivă a curentului  $i_d$  pentru cele două cazuri;

d. puterea de calcul a transformatorului, pentru  $\alpha = 0$ .

*Rezolvare*

a. Graficele cerute la punctul a sînt date în fig. 2.12,  $b$ .

b. În fig. 2.12,  $c$  sînt reprezentate graficele cerute la punctul b.

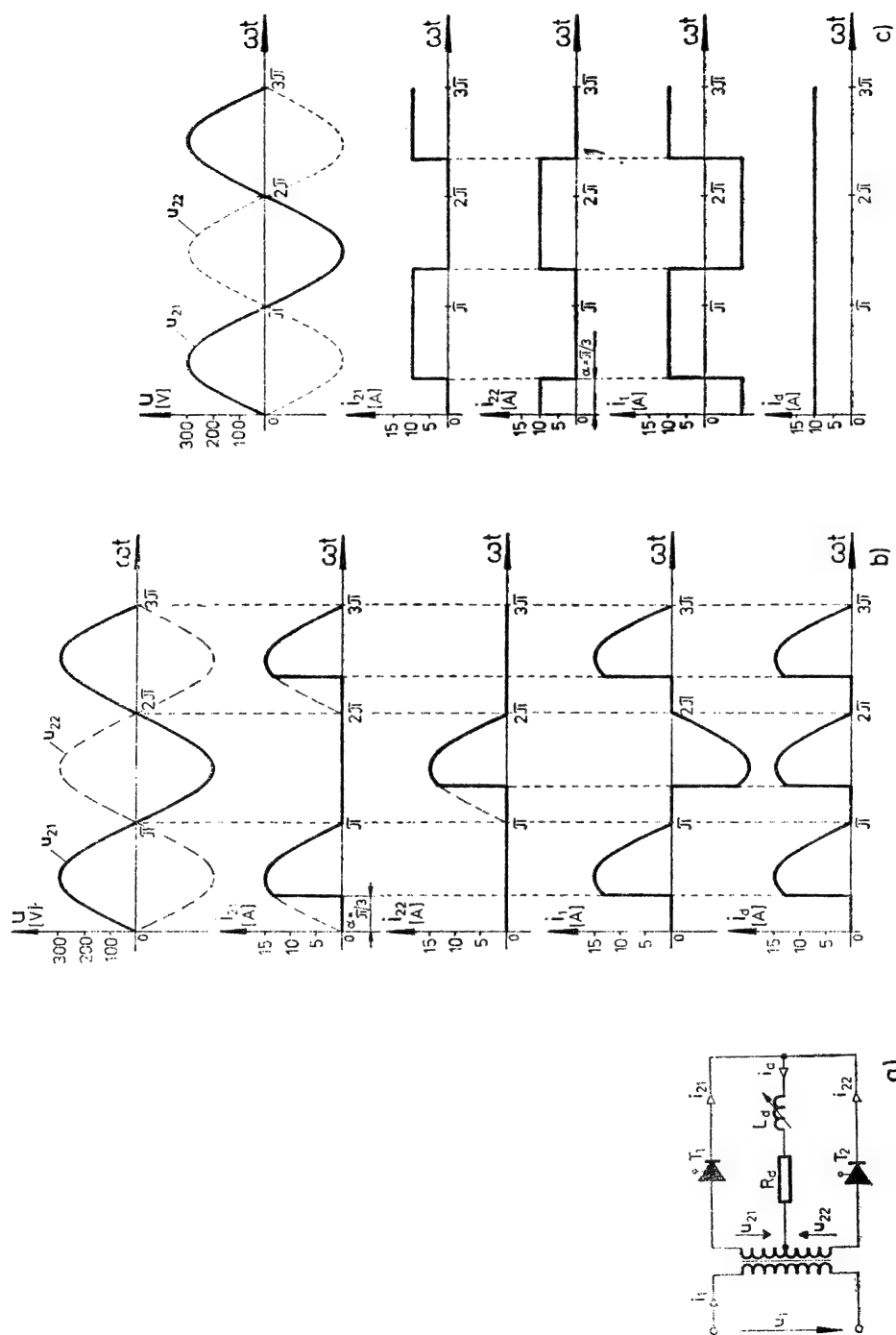


Fig. 2.12. Redresor monofazat cu priză mediană cu sarcină  $R - L$  variabil.

c. Pentru  $L_d = 0$ ;  $\alpha = 60^\circ$  rezultă (relația 2.14):

$$\begin{aligned} I_{d\text{ med}} &= \frac{U_{d\text{ med}}}{R_d} = \frac{U_m}{\pi R_d} [\cos \alpha - \cos (\pi - \alpha + \alpha)] = \\ &= \frac{U_m}{\pi R_d} (1 + \cos \alpha) = \frac{\sqrt{2} 220}{\pi 20} (1 + \cos 60^\circ) = 7,42 \text{ A} \\ I_{d\text{ ef}} &= \frac{U_{d\text{ ef}}}{R_d} = \frac{U_m}{R_d} \sqrt{\frac{1}{\pi} \left\{ \frac{\pi - \alpha}{2} - \frac{1}{4} [\sin 2(\pi - \alpha + \alpha) - \sin 2\alpha] \right\}} = \\ &= \frac{\sqrt{2} 220}{20} \sqrt{\frac{1}{\pi} \left\{ \frac{\pi - \pi/3}{2} + \frac{1}{4} \sin \frac{2\pi}{3} \right\}} = 9,86 \text{ A} \end{aligned}$$

Pentru  $L_d = \infty$ ;  $\alpha = 45^\circ$

$$\begin{aligned} I_{d\text{ med}} &= \frac{U_d}{R_d} = \frac{U_{d0} \cos \alpha}{R_d} = \frac{2\sqrt{2} U}{\pi R_d} \cos \alpha = \frac{2\sqrt{2} 220}{\pi 20} \cos 45^\circ = 7 \text{ A}; \\ I_{d\text{ ef}} &= I_{d\text{ med}}. \end{aligned}$$

d. Pentru  $L_d = 0$ ;  $\alpha = 0$

$$P_T = 1,49 P_{d\text{ med}} = 1,49 \cdot U_{d0\text{ med}} I_{d0\text{ med}} = 1,49 \cdot 198,4 \cdot 9,9 = 2932 \text{ W}$$

Pentru  $L_d = \infty$ ;  $\alpha = 0$

$$P_T = 1,34 P_{d\text{ med}} = 1,34 \cdot U_{d\text{ med}} \cdot I_{d\text{ med}} = 1,34 \cdot 198 \cdot 9,9 = 2626 \text{ W}.$$

**Problema 2.1.3.3.** Fie schema de redresare cu transformator cu priză mediană dată în fig. 2.13, a. Tensiunea de alimentare este  $U_1 = 220 \text{ V}$ ;  $f = 50 \text{ Hz}$ , raportul de transformare a transformatorului este  $k = 2:1$ ; inductivitatea de dispersie echivalentă  $L_\sigma = L'_{\sigma 1} + L_{\sigma 2} = 12 \text{ mH}$ ;  $R_d = 15\Omega$ ;  $L_d = \infty$ . Tiristoarele se consideră ideale. Se cere:

- valoarea medie a curentului  $i_d$  și a tensiunii  $u_d$ , pentru  $\alpha = 0$  și  $\alpha = 60^\circ$ ;
- să se determine unghiul de suprapunere anodic  $\gamma$  pentru  $\alpha = 0$  și  $\alpha = 60^\circ$ ;
- graficele  $i_d = f(\omega t)$  și  $u_d = f(\omega t)$ , pentru  $\alpha = 0$  și  $\alpha = 60^\circ$ .

*Rezolvare*

a. Din relațiile (2.24) și (2.25), pentru  $p = 2$ , rezultă:

$$U_{d\gamma\text{ med}} = U_{d0\text{ med}} - \frac{\omega L_\sigma I_{d\text{ med}}}{\pi}.$$

Ținând seama că

$$U_{d\gamma\text{ med}} = I_{d\text{ med}} R_d$$

se obține relația:

$$I_{d\text{ med}} R_d = U_{d\text{ med}} \frac{\omega L_\sigma}{\pi} I_{d\text{ med}},$$

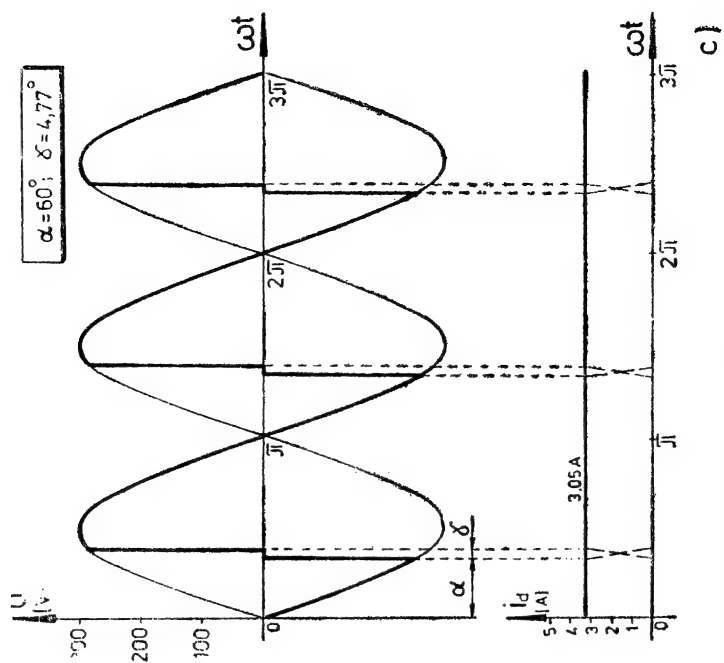
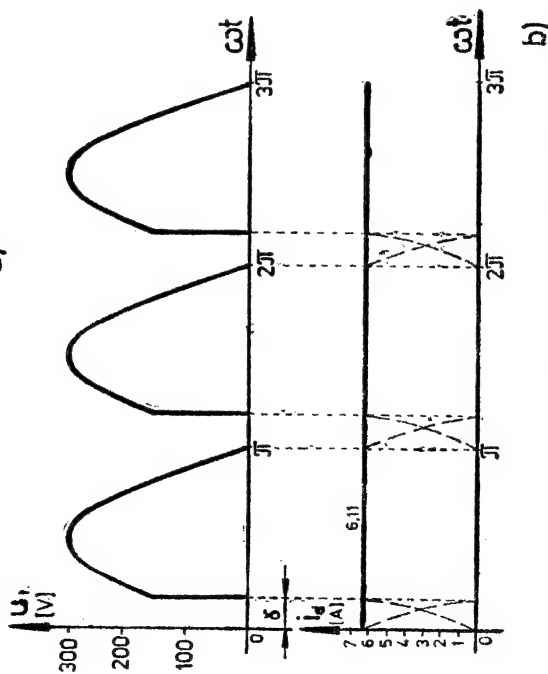
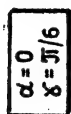


Fig. 2.13. Redresor monofazat cu priză mediană cu sarcină  $R - L$  și  $L_G$ .

de unde :

$$I_{d \text{ med}} = \frac{U_{d \text{ med}}}{R_d + \frac{\omega L_\sigma}{\pi}}$$

Pentru  $\alpha = 0$

$$I_{d \text{ med}}(\alpha = 0) = \frac{U_{d0}}{R_d + \frac{\omega L_\sigma}{\pi}} = \frac{\sqrt{2} 2 U_2}{\pi R_d + \omega L_\sigma} = \frac{\sqrt{2} 2 \cdot 110}{\pi 15 + 314 \cdot 12 \cdot 10^{-3}} = 6,11 \text{ A și}$$

$$U_{d\gamma \text{ med}} = I_{d \text{ med}} R_d = 91,65 \text{ V.}$$

Pentru  $\alpha = 60^\circ$

$$I_{d \text{ med}}(\alpha = 60^\circ) = \frac{U_{d0} \cos \alpha}{R_d + \frac{\omega L_\sigma}{\pi}} = \frac{2 \sqrt{2} U_2 \cos \alpha}{\pi R_d + \omega L_\sigma} = \frac{2 \sqrt{2} 110 \cos 60^\circ}{\pi 15 + 314 \cdot 12 \cdot 10^{-3}} = 3,05 \text{ A}$$

și

$$U_{d \text{ med}}(\alpha = 60^\circ) = I_{d \text{ med}}(\alpha = 60^\circ) R_d = 3,05 \cdot 15 = 45,85 \text{ V.}$$

b. Unghiul de suprapunere anodică  $\gamma$  rezultă din ecuația :

$$\cos \alpha - \cos(\alpha + \gamma) = \frac{\omega L I_{d \text{ med}}}{U_{m2} \sin \frac{\pi}{2}}.$$

Pentru  $\alpha = 0$

$$1 - \cos \gamma = \frac{314 \cdot 12 \cdot 10^{-3} \cdot 6,11}{\sqrt{2} 110} = 0,147$$

$$\cos \gamma = 1 - 0,147 \Rightarrow \gamma = \arccos 0,852 = 31^\circ.$$

Pentru  $\alpha = 60^\circ$

$$\cos 60^\circ - \cos(60^\circ + \gamma) = \frac{314 \cdot 12 \cdot 10^{-3} \cdot 3,05}{\sqrt{2} \cdot 110} = 0,073$$

$$\cos(60^\circ + \gamma) = 0,426 \Rightarrow \gamma = \arccos 0,426 - 60^\circ = 4,77^\circ.$$

c. În fig. 2.13, *b* și *c* sînt date graficele  $i_d = f(\omega)$  și  $u_d = f(\omega t)$  pentru  $\alpha = 0^\circ$  și  $\alpha = 60^\circ$ .

**Problema 2.1.3.4.** Fie schema de redresare cu transformator cu punct median, cu tiristoare (fig. 2.14, *a*). Tensiunea de intrare:  $U_1 = 220 \text{ V}$ ;  $f = 50 \text{ Hz}$ ; raportul de transformare al transformatorului 1,86:1; parametrii sarcinii:  $E = 100 \text{ V}$ ;  $R_d = 2,5 \Omega$ ;  $L_d = 8 \text{ mH}$ . Se cere:

a. variația în timp a tensiunii  $U_d$  și a curentului  $i_d$ , pentru  $\alpha = 60^\circ$ ;



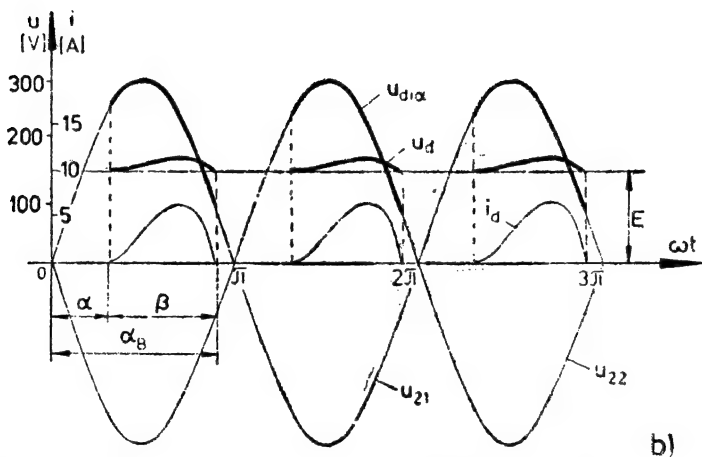
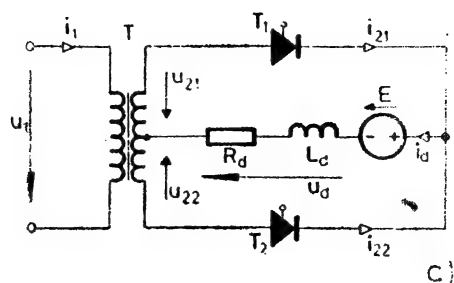


Fig. 2.14. Redresor monofazat cu priză mediană cu sarcină  $R-L$  și  $E$ .

b. valoarea medie a tensiunii  $U_{d\text{ med}}$  și curentului de sarcină  $i_d$ , pentru  $\alpha = 60^\circ$ .

Este posibilă funcționarea redresorului în regim de conducție permanentă?

*Rezolvare*

a. Din fig. 2.5 pentru :

$$\varepsilon = \frac{E}{U_{2m}} = \frac{110}{\sqrt{2} \cdot 118} = 0,6$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L_d}{R_m} = \frac{314 \cdot 8 \cdot 10^{-3}}{2,5} = 1$$

$$\alpha = 60^\circ$$

rezultă unghiul de blocare  $\alpha_B = 174^\circ$ . Unghiul de conducție  $\beta$  este :

$$\beta = \alpha_B - \alpha = 174^\circ - 60^\circ = 114^\circ < 180^\circ$$

și deci redresorul funcționează în regim de conducție întreruptă, expresia curentului fiind :

$$i_d = I_m \sin(\omega t + \alpha - \varphi) - \frac{E}{R_d} - \left[ I_m \sin(\alpha - \varphi) - \frac{E}{R_d} \right] e^{-\omega t \operatorname{ctg} \varphi}$$

$$I_m = \frac{U_{m2}}{Z_d} = \frac{\sqrt{2} \cdot 118}{\sqrt{2,5^2 + (314 \cdot 8 \cdot 10^{-3})^2}} = 47,08 \text{ A}$$

$$i_d = 47,08 \sin(314 t + \pi/12) - 40 + 27,81 e^{-314 t}.$$

b. Valoarea medie a tensiunii  $U_d$  este :

$$\begin{aligned} U_{d \text{ med}} &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\beta} (u_d - E) d(\omega t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\beta} U_{2m} \sin(\omega t + \alpha) d(\omega t) - \\ &- \frac{1}{\pi} \int_0^{\beta} E d(\omega t) = \frac{U_{2m}}{\pi} [\cos \alpha - \cos(\beta + \alpha)] - \frac{\beta}{\pi} E = \\ &= U_d - \frac{\beta}{\pi} E = \frac{\sqrt{2} \cdot 118}{\pi} [\cos 60^\circ - \cos(114^\circ + 60^\circ)] - \frac{114^\circ}{180^\circ} 100 = \\ U_{d \text{ med}} &= 79,38 - 63,33 = 16,05 \text{ V.} \end{aligned}$$

$$I_{d \text{ med}} = \frac{U_d}{R_d} = \frac{16,05}{2,5} = 6,42 \text{ A.}$$

Valoarea medie a curentului se poate calcula și astfel :

$$\begin{aligned} I_{d \text{ med}} &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\beta} i_d d(\omega t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\beta} [47 \sin(314 t + \pi/12) - 40 + 27,83 e^{-314 t}] d(\omega t) = \\ &= \frac{1}{\pi} \left\{ 47,08 [\cos 15^\circ - \cos(114^\circ + 15^\circ)] - 40 \frac{114^\circ}{180^\circ} \pi + \right. \\ &\quad \left. + 27,83 \left( 1 - e^{-\frac{114^\circ}{180^\circ} \pi} \right) \right\} = 6,22 \text{ A.} \end{aligned}$$

#### 2.1.4. REDRESOARE MONOFAZATE ÎN PUNTE

**Problema 2.1.4.1.** Un redresor monofazat în punte Grätz (fig. 2.15) cu tiristoare ideale, are tensiunea de intrare  $u = \sqrt{2} 220 \sin 314 t$ .

Se cere :

a. variația în timp a tensiunii  $u_d$ , a curentului  $i_d$  și curentului  $i$  pentru următoarele cazuri :

1)  $R_d = 20 \Omega$  ;  $L_d = 0$  ;  $\alpha = 0$

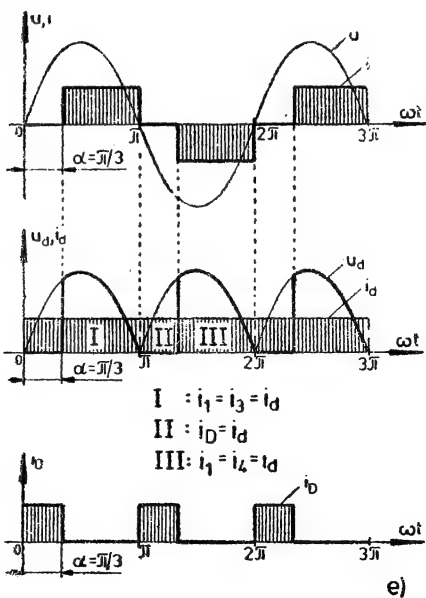
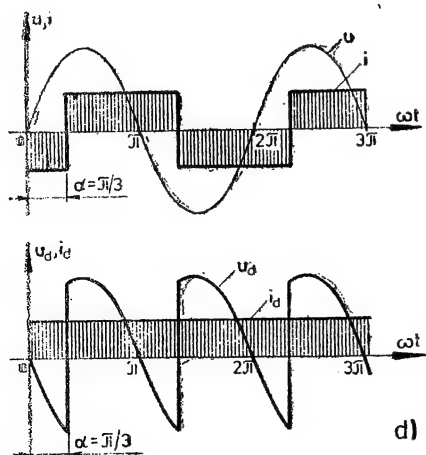
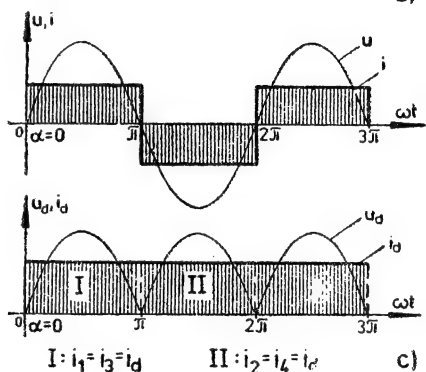
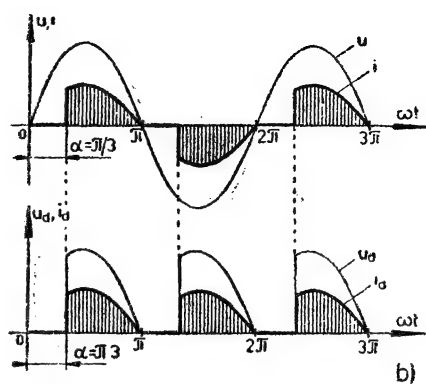
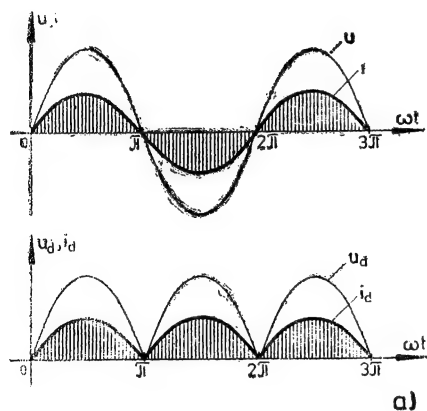
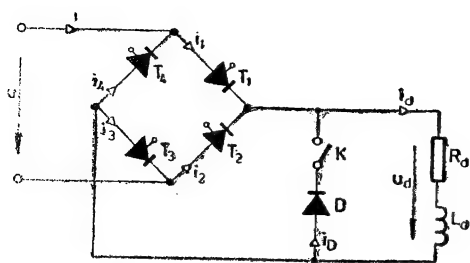


Fig. 2.15. Redresor monofazat în punte cu sarcină  $R - L$ .

- 2)  $R_d = 20\Omega$ ;  $L_d = 0$ ;  $\alpha = 60^\circ$
- 3)  $R_d = 20\Omega$ ;  $L_d = \infty$ ;  $\alpha = 0$
- 4)  $R_d = 20\Omega$ ;  $L_d = \infty$ ;  $\alpha = 60^\circ$ .

b. valoarea medie a curentului  $i_d$  și a curentului prin tiristoare, pentru cazurile considerate la punctul a;

c. valoarea efectivă a curentului prin tiristoare  $i_T$  și a curentului  $i$ , pentru cazurile considerate la punctul a;

d. să se explice procesul care are loc la legarea diodei de fugă D.

*Rezolvare*

a. Graficele cerute la punctul a sînt reprezentate în fig. 2.15, b, c, d, e.

$$b. 1. I_{d \text{ med}} = \frac{U_{d0 \text{ med}}}{R_d} = \frac{2}{\pi} \frac{\sqrt{2}U}{R_d} = \frac{2\sqrt{2}220}{\pi 20} = 9,9 \text{ A}$$

$$I_{T \text{ med}} = \frac{I_{d \text{ med}}}{2} = 4,95 \text{ A};$$

$$2. I_{d \text{ med}} = \frac{U_d \text{ med}}{R_d} = \frac{U_{d0 \text{ med}}}{R_d} \frac{1 + \cos \alpha}{2} = 9,9 \frac{1 + 0,5}{2} = 7,425 \text{ A}$$

$$I_{T \text{ med}} = \frac{I_{d \text{ med}}}{2} = \frac{7,425}{2} = 3,712 \text{ A};$$

$$3. \text{ Idem cazul a: } I_{d \text{ med}} = 9,9 \text{ A}; I_{T \text{ med}} = 4,95 \text{ A};$$

$$4. I_{d \text{ med}} = \frac{U_d \text{ med}}{R_d} = \frac{U_{d0 \cos \alpha}}{R_d} = \frac{2\sqrt{2}220}{\pi 20} \cos 60^\circ = 4,95 \text{ A}.$$

$$I_{T \text{ med}} = \frac{I_{d \text{ med}}}{2} = \frac{4,95}{2} = 2,475 \text{ A}.$$

$$c. 1. I_{T \text{ ef}} = \frac{I_m}{2} = \frac{\sqrt{2}U}{2R_d} = \frac{\sqrt{2}220}{2 \cdot 20} = 7,77 \text{ A}$$

$$I_{ef} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{U}{R_d} = \frac{220}{20} = 11 \text{ A}$$

$$I_{T \text{ ef}} = \frac{I_m}{2} \sqrt{1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{\sin 2\alpha}{2\pi}} = \frac{I_m}{2} \sqrt{1 - \frac{\pi/3}{\pi} + \frac{\sin (2\pi/3)}{2\pi}} = 6,97 \text{ A}$$

$$I_{ef} = \sqrt{2} \cdot I_{T \text{ ef}} = 9,86 \text{ A};$$

$$I_{T \text{ ef}} = \frac{I_{d \text{ med}}}{\sqrt{2}} = \frac{9,9}{\sqrt{2}} = 7 \text{ A}$$

$$I_{ef} = \sqrt{2} I_{T \text{ ef}} = 9,9 \text{ A}$$

$$I_{T \text{ ef}} = \frac{I_{d \text{ med}}}{\sqrt{2}} = \frac{4,95}{\sqrt{2}} = 3,5 \text{ A}$$

$$I_{ef} = \sqrt{2} I_{T \text{ ef}} = 4,95 \text{ A}.$$

d. În cazul sarcinii pur rezistive, dioda de fugă nu influențează procesele care au loc în absența ei. De asemenea, nu influențează procesele care au loc în absența ei, pentru  $R_d \neq 0$ , și  $L_d = \infty$ , dacă  $\alpha = 0$ . Pentru  $\alpha \neq 0$ , forma de variație a curentului  $i$  și tensiunii  $u_d$  este dată în fig. 2.15, f. Valoarea medie a curentului  $i_d$ , pentru  $I_\infty = \infty$ ,  $\alpha = 60^\circ$ , este:

$$\begin{aligned} I_{d \text{ med}} &= \frac{U_{d\alpha \text{ med}}}{R_d} = \frac{U_{d0 \text{ med}}}{R_d} \cdot \frac{1 + \cos \alpha}{2} = \frac{2\sqrt{2}U}{\pi R_d} \cdot \frac{1 + \cos \alpha}{2} = \\ &= \frac{2\sqrt{2}220}{\pi 20} \cdot \frac{1 + 0,5}{2} = 7,425 \text{ A.} \end{aligned}$$

Valoarea medie a curentului prin tiristoare este:

$$I_{T \text{ med}} = \frac{\pi - \alpha}{2} I_{d \text{ med}} = \frac{\pi - \pi/3}{2} 7,425 = 2,415 \text{ A}$$

i ar prin dioda de fugă:

$$I_{D \text{ med}} = \frac{\alpha}{\pi} I_{d \text{ med}} = \frac{\pi/3}{\pi} 7,425 = 0,805 \text{ A.}$$

**Problema 2.1.4.2.** Să se determine variația în timp  $i_d = f(t)$  și valoarea medie a curentului  $i_d$ , la un redresor monofazat în punte cu tiristoare ideale (fig. 2.16, a), în cazul unei sarcini pur inductive  $L_d = 0,15 \text{ H}$ , pentru  $\alpha = 0$  și  $\alpha = 120^\circ$ . Tensiunea de alimentare a punții  $U = 110 \text{ V}$ ;  $f = 50 \text{ Hz}$ .

*Rezolvare*

Din ecuația:

$$L_d \frac{di_d}{dt} = U_m \sin(\omega t + \alpha)$$

pentru regimul de conducție permanentă, rezultă

$$i_d = \frac{U_m}{\omega L} [\cos \alpha - \cos(\omega t + \alpha) + I_{0k}], \quad (2.59)$$

unde  $I_{0k}$  este valoarea inițială a curentului, corespunzătoare intervalului  $k$ . Pentru primul interval  $\omega t \in [0, \pi]$  — fig. 2.16, b,  $I_{0k} = 0$ . Pentru al doilea interval  $\omega t \in [\pi, 2\pi]$ , valoarea inițială  $I_{02}$  rezultă din expresia curentului (2.59) pentru  $\omega t = \pi$ :

$$I_{02} = \frac{2U_m}{\omega L} \cos \alpha$$

ș.a.m.d.

Pentru intervalul  $k+1$  se obține:

$$I_{0(k+1)} = \frac{2U_m}{\omega L} \cos \alpha + I_{0k}$$

sau

$$I = I_{0(k+1)} - I_{0k} = \frac{2U_m}{\omega L} \cos \alpha. \quad (2.60)$$

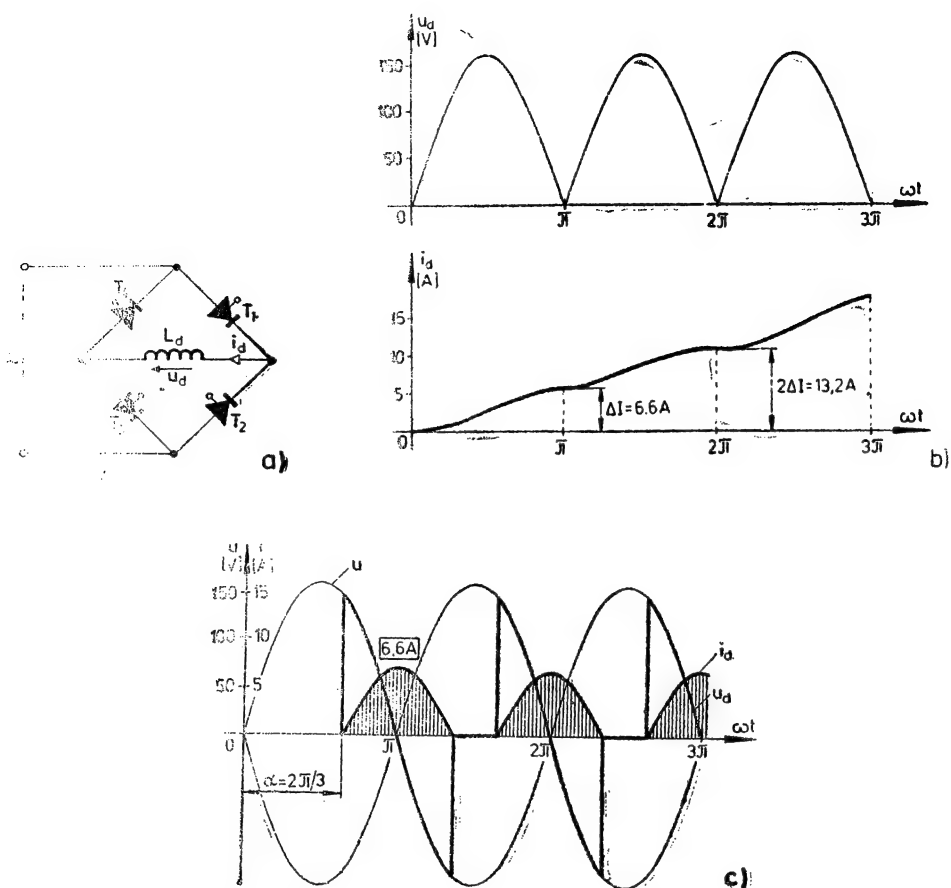


Fig. 2.16. Redresor monofazat în punte cu sarcină inductivă.

Prin urmare, în regim de conducție permanentă (fig. 2.16, b), în cazul sarcinii pur inductive, curentul tinde către infinit, creșterea curentului de la un interval la altul fiind constantă.

Pentru  $\alpha = 0$

$$\Delta I = \frac{2U_m}{\omega L} = \frac{2\sqrt{2}110}{314 \cdot 0,15} = 6,6 \text{ A}$$

și deci, pentru intervalul  $k$ , expresia curentului este :

$$i_d = 3,3(1 - \cos \omega t) + (k - 1)6,6.$$

Valoarea unghiului de comandă limită  $\alpha_L$ , pentru care are loc trecerea de la regimul de conducție permanentă, la regimul de conducție întreruptă, rezultă din relația (2.59) pentru  $\omega t = \beta = \pi$ ,  $i_d = 0$ ,  $I_{02} = 0$ . Rezultă :  $\alpha_L = \pi/2$ .

Pentru  $\alpha = 120^\circ < \alpha_L$ , expresia curentului este

$$\begin{aligned} i_d &= 3,3[\cos 120^\circ - \cos(\omega t + 120^\circ)] = \\ &= 3,3\left(-0,5 + 0,5 \cos \omega t + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \omega t\right) = \\ &= 1,65 \cos \omega t + 2,857 \sin \omega t - 1,65. \end{aligned} \quad (2.61)$$

Unghiul de conducție  $\beta$  rezultă din ecuația:

$$1,65 \cos \omega t + 2,857 \sin \omega t = 1,65 \quad (2.62)$$

dedusă din (2.61) din condiția  $i_d = 0$  pentru  $\omega t = \beta$ . Soluția ecuației (2.62) este  $\beta = 120^\circ$ .

Graficul  $i_d = f(t)$  pentru  $\alpha = 120^\circ$  este dat în fig. 2.16, c.

**Problema 2.1.4.3.** Un redresor monofazat în punte, cu tiristoare ideale (fig. 2.17, a), debitează pe o sarcină rezistiv-inductivă:

$R_d = 5\Omega$ ;  $L_d = \infty$ . Tensiunea primară:  $U_1 = 220$  V;  $f = 50$  Hz. Transformatorul are raportul de transformare 2:1; inductivitatea de dispersie a transformatorului este  $L_\sigma = 2,5$  mH. Se cere:

a. să se determine unghiul de suprapunere anodică  $\gamma$ , pentru următoarele valori ale unghiului de comandă  $\alpha$ :  $0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 90^\circ$ ;

b. să se reprezinte variația în timp a tensiunii  $u_d$  și a curenților  $i_d$  și  $i_2$ , pentru  $\alpha = 60^\circ$ ;

c. să se calculeze valoarea efectivă a curentului prin tiristoare  $i_T$ , pentru  $\alpha = 0$ .

*Rezolvare*

a. Din sistemul de ecuații:

$$\begin{aligned} L_\sigma \frac{di_2}{dt} + L_d \frac{di_d}{dt} + i_d R_d &= u_2 = U_{2m} \sin(\omega t + \alpha) \\ -L_\sigma \frac{di_2}{dt} + L_d \frac{di_d}{dt} + i_d R_d &= -u_2 \\ i_{21} + i_{22} &= i_d \\ i_2 + i_{22} &= i_{21} \end{aligned} \quad (2.63)$$

corespunzător intervalului de suprapunere anodică, cu condițiile inițiale:  $i_{21(0)} = 0$ ;  $i_{22(0)} = I_d$ , rezultă:

$$i_d = I_{d \text{ med}} e^{-t/\tau_d} \quad (2.64)$$

$$i_2 = \frac{U_{m2}}{\omega L_\sigma} [\cos \alpha - \cos(\omega t + \alpha)] - I_{d \text{ med}} \quad (2.65)$$

$$i_{21} = \frac{U_{m2}}{2\omega L_\sigma} [\cos \alpha - \cos(\omega t + \alpha)] + \frac{I_{d \text{ med}}}{2} (e^{-t/\tau_d} - 1) \quad (2.66)$$

$$i_{22} = -\frac{U_{m2}}{2\omega L_\sigma} [\cos \alpha - \cos(\omega t + \alpha)] + \frac{I_{d \text{ med}}}{2} (e^{-t/\tau_d} + 1) \quad (2.67)$$

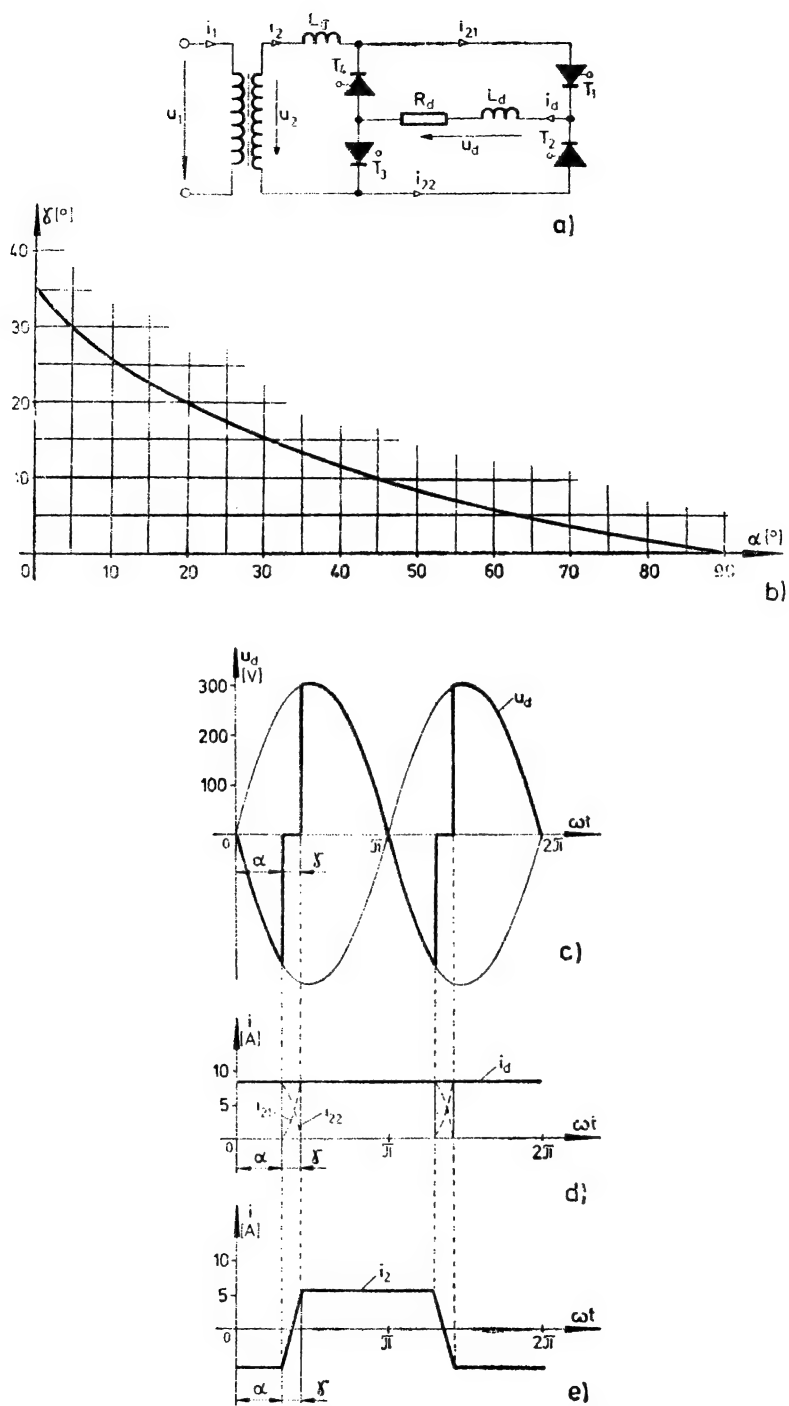


Fig. 2.17. Redresor monofazat în punte cu sarcină  $R-L$ .



Pentru  $\tau_d = \frac{I_d}{R_d} = \infty$ , din relația (2.66) punând condiția  $i_{21}(\omega t = \gamma) = I_d$  rezultă :

$$\cos \alpha - \cos(\gamma + \alpha) = \frac{2\omega L_{\sigma} I_d \text{ med}}{U_{m2}} = \frac{2X_{\sigma} I_d \text{ med}}{U_{m2}} \quad (2.68)$$

Relația (2.68) rezultă și din expresia (2.67) pentru  $\tau_d = \infty$ , cu condiția  $i_{22}(\omega t = \gamma) = 0$ .

Pentru  $\alpha = 0$ , rezultă :

$$1 - \cos \gamma_0 = \frac{2X_{\sigma} I_{d0} \text{ med}}{U_{m2}}. \quad (2.69)$$

Din relațiile (2.68) și (2.69) se obține :

$$\frac{\cos \alpha - \cos(\gamma + \alpha)}{1 - \cos \gamma_0} = \frac{I_d \text{ med}}{I_{d0} \text{ med}} = \cos \alpha. \quad (2.70)$$

Valoarea medie a curentului se poate deduce din relația :

$$U_d \text{ med} = U_{d0} \text{ med} - U_{\gamma} = U_d \text{ med} - 2 \frac{p}{T} L_{\sigma} I_d \text{ med}$$

sau

$$I_d \text{ med} R_d = U_{d0} \text{ med} - \frac{2}{\pi} L_{\sigma} I_d \text{ med} = U_{d0 \text{ med}} - \frac{2X_{\sigma} I_d \text{ med}}{\pi}$$

de unde :

$$I_d \text{ med} = \frac{U_{d0} \text{ med}}{R_d + \frac{2X_{\sigma}}{\pi}}.$$

Pentru  $\alpha = 0$ , rezultă

$$I_{d0} \text{ med} = \frac{U_{d0} \text{ med}}{R_d + \frac{2X_{\sigma}}{\pi}} = \frac{\frac{2}{\pi} U_{m2}}{R_d + \frac{2X_{\sigma}}{\pi}} = \frac{\frac{2}{\pi} \sqrt{2} 110}{5 + \frac{2 \cdot 314 \cdot 2,5 \cdot 10^{-3}}{\pi}} = 18 \text{ A.}$$

Valoarea unghiului de suprapunere anodică  $\gamma_0$  rezultă din ecuația (2.69) :

$$1 - \cos \gamma_0 = \frac{2X_{\sigma} I_d}{U_{m2}} = \frac{2 \cdot 314 \cdot 2,5 \cdot 10^{-3} \cdot 18}{2 \cdot 110} = 0,1816,$$

de unde :

$$\gamma_0 = \arccos(1 - 0,1816) = 35^{\circ}.$$

Cunoscându-se  $\gamma_0$ , cu ajutorul ecuației (2.70) se poate determina unghiul de suprapunere anodică  $\gamma$ , în funcție de  $\alpha$  (fig. 2.17, b):

$$\gamma = \arccos(\cos \alpha \cos \gamma_0) - \alpha$$

$\alpha [^\circ]$	0	15	30	45	60	75	90
$\gamma [^\circ]$	35,70	22,76	14,86	9,63	5,84	2,77	0

b. variația de timp a mărimilor  $u_d$ ,  $i_d$  și  $i_2$ , pentru  $\alpha = 0$  este reprezentată în fig. 2.17, c, d, e. Pentru  $\alpha = 60^\circ$ :

$$I_{d \text{ med}} = \frac{U_{d0 \text{ med}}}{R_d + \frac{2X_\sigma}{\pi}} = \frac{U_{d0 \text{ med}} \cos \alpha}{R_d + \frac{2X_\sigma}{\pi}} = I_{d0 \text{ med}} \cos \alpha = 9 \text{ A};$$

$$\gamma = 5,84^\circ.$$

c. Dacă în relațiile (2.66) și (2.67), pentru  $\tau_d = \infty$ , se înlocuiește valoarea lui  $U_{m2}$ , obținută din relația (2.68) rezultă:

$$i_{21} = I_{d \text{ med}} \frac{\cos \alpha - \cos(\omega t - \alpha)}{\cos \alpha - \cos(\gamma + \alpha)}$$

și

$$i_{22} = -I_{d \text{ med}} \frac{\cos \alpha - \cos(\omega t + \alpha)}{\cos \alpha - \cos(\gamma + \alpha)} + I_{d \text{ med}}.$$

Pentru  $\alpha = 0$ , se obține

$$i_{21} = I_{d0} \frac{1 - \cos \omega t}{1 - \cos \gamma_0}$$

și

$$i_{22} = -I_{d0} \frac{1 - \cos \omega t}{1 - \cos \gamma_0} + I_{d0 \text{ med}} = I_{d0 \text{ med}} \frac{\cos \omega t - \cos \gamma_0}{1 - \cos \gamma_0}.$$

Cunoscându-se  $I_{d0}$ ,  $i_{21}$  și  $i_{22}$ , valoarea efectivă a curentului prin tiristoare  $I_{21} = I_{22} = I_T$ , se calculează cu relația:

$$\begin{aligned} I_T &= \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^\gamma i_{21}^2 d(\omega t) + \int_{\gamma_0}^\pi I_{d0 \text{ med}}^2 d(\omega t) + \int_0^{\gamma_0} i_{22}^2 d(\omega t)} = \\ &= \frac{I_{d0 \text{ med}}}{2} \sqrt{1 - 2\psi(\gamma_0)}, \end{aligned} \quad (2.71)$$

unde:

$$\psi(\gamma) = \frac{(2 + \cos \gamma) \sin \gamma - (1 + 2 \cos \gamma) \gamma}{2\pi(1 - \cos \gamma)^2}. \quad (2.72)$$

Valoarea funcției  $\sqrt{1 - 2\psi(\gamma_0)}$  se obține din fig. 2.6.

Pentru  $\gamma_0 = 35,07^\circ \rightarrow \sqrt{1 - 2\psi(\gamma_0)} = 0,975$  și deci :

$$I_T = \frac{I_{d0}}{3} \sqrt{1 - 2\psi(\gamma_0)} = \frac{18}{2} 0,975 = 12,4 \text{ A.}$$

**Problema 2.1.4.4.** Un motor de curent continuu cu excitație separată este alimentat de la rețeaua de c.a. monofazată, prin intermediul unui redresor în punte cu transformator (fig. 2.18, a).

Se cunoaște:  $u_1 = \sqrt{2} 220 \sin \omega t$ ;  $k = w_1/w_2 = 2,2:1$ ; parametrii motorului:  $R_a = 2,5\Omega$ ;  $L_a = 32 \text{ mH}$ ;  $k_e \Phi_e = 0,38 \text{ Wb}$ .

Se cere :

a. unghiul de comandă  $\alpha_0$ , care delimitează posibilitatea funcționării redresorului în regim de conducție întreruptă;

b. graficul curentului  $i_a = f(t)$ , a tensiunii  $u_a = f(t)$  și a curenților prin tiristoare pentru  $\alpha = 60^\circ$ ,  $n_1 = 1000 \text{ rot/min}$ ;

c. valoarea medie a tensiunii  $u_a$ , a curentului  $i_a$  și a curentului prin tiristoare.

*Rezolvare*

a. În analiza funcționării sistemului din fig. 2.18, a se fac următoarele ipoteze simplificatoare: transformatorul și tiristoarele se consideră ideale; curentul de excitație se consideră constant; se neglijează neliniaritățile datorate circuitului magnetic al motorului. Cu aceste ipoteze, ecuațiile motorului sînt :

$$\begin{aligned} u_a &= i_a R_a + L \frac{di_a}{dt} + E \\ E &= k_e \Phi_e \Omega \\ m &= k_e \Phi_e i_a \\ J \frac{d\Omega}{dt} &= m - m_r \end{aligned} \quad (2.73)$$

unde, în afara mărimilor care rezultă din fig. 2.18, a, s-a notat cu:  $\Phi_e$  — fluxul de excitație;  $\Omega$  — viteza unghiulară a rotorului;  $m$  — cuplul electromagnetic;  $m_r$  — cuplul rezistent;  $J$  — momentul de inerție.

Pentru regimul stabilizat ( $d\Omega/dt = 0$ ), integrînd pe o perioadă ecuațiile (2.73) ale sistemului și împărțind toți termenii acestor ecuații cu  $2\pi$ , se obțin următoarele :

$$U_{a \text{ med}} = R_a I_{a \text{ med}} + K_e \Phi_e \Omega_{\text{med}} \quad (2.74)$$

$$K_e \Phi_e I_{a \text{ med}} = M_r, \quad (2.75)$$

în care :

- $U_{a \text{ med}}$  este valoarea medie a tensiunii aplicate indusului;
- $I_{a \text{ med}}$  — valoarea medie a curentului  $i_a$ ;
- $M_r$  — valoarea medie a cuplului rezistent.

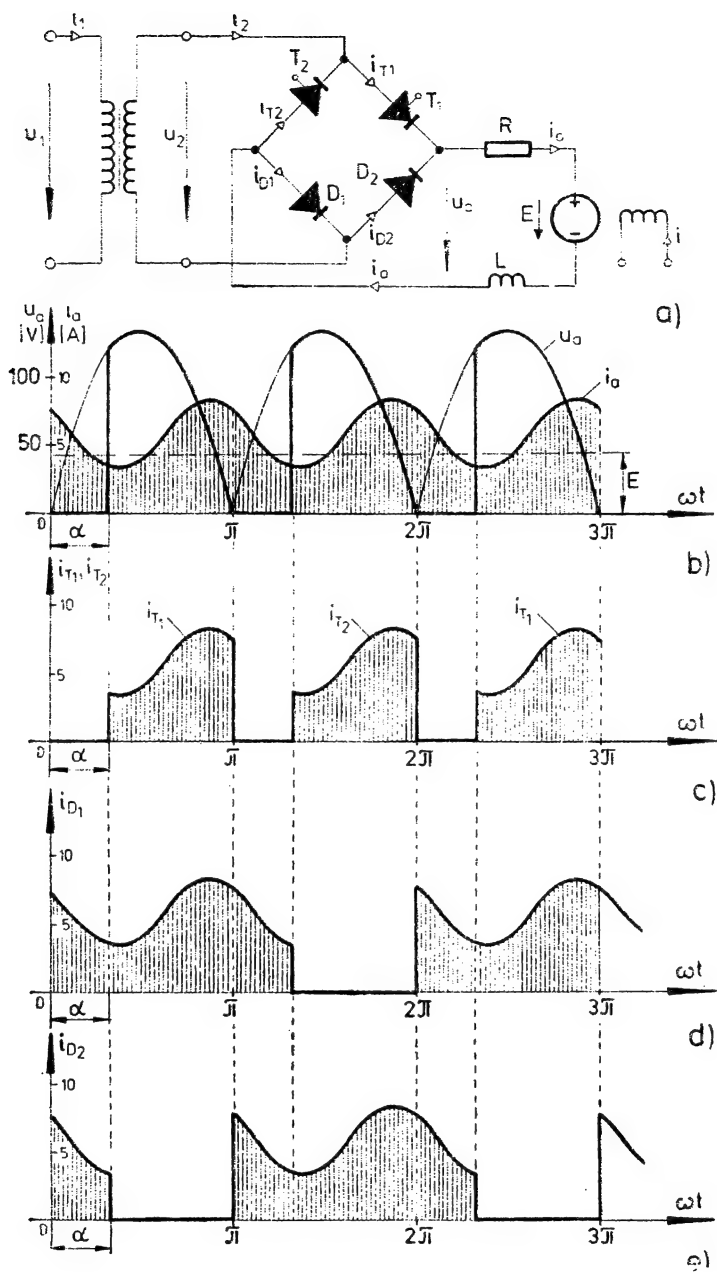


Fig. 2.18. Motor de curent continuu alimentat printr-un transformator și redresor în punte.

Condiția trecerii în conducție a tiristoarelor la funcționarea redresorului în regim de conducție întreruptă, este :

$$\sin \alpha \geq \frac{E}{U_m}. \quad (2.76)$$

Din ecuația (2.74), în ipoteza neglijării căderii de tensiune pe rezistența rotorului  $R_a$ , rezultă :

$$E = U_{a \text{ med}} = \frac{U_m(1 + \cos \alpha)}{\pi}$$

și deci, condiția (2.75) se poate scrie :

$$\sin \alpha \geq \frac{1 + \cos \alpha}{\pi} \quad \text{sau} \quad \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} > \frac{1}{\pi},$$

de unde

$$\alpha_0 = 2 \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{1}{\pi} = 35^\circ 18'.$$

Pentru  $\alpha < \alpha_0$ , redresorul nu mai poate funcționa în regim de conducție întreruptă.

**b. Pentru :**

$$\varepsilon = \frac{E}{U_{m2}} = \frac{K_e \Phi_e \Omega_1}{\sqrt{2} U_2} = \frac{0,38 \cdot 2\pi \cdot 1\,000}{60 \sqrt{2} 100} = 0,281.$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L_a}{R_a} = \frac{314 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}{2,5} = 4,01 \rightarrow \varphi = 76^\circ$$

$$\alpha = 60^\circ$$

rezultă din fig. 2.5 că redresorul ar funcționa în regim de conducție întreruptă dacă redresorul ar fi realizat cu tiristoare. Datorită diodelor, funcționarea redresorului are loc în regim de conducție permanentă. Expresia curentul este :

$$i_{a1} = I_m \sin(\omega t + \alpha - \varphi) - \frac{E}{R_a} - \left[ I_m \sin(\alpha - \varphi) - \frac{E}{R_a} \right] e^{-\omega t \operatorname{ctg} \varphi} + I_0 e^{-\omega t \operatorname{ctg} \varphi} \quad (2.77)$$

în intervalul  $\omega t \in [0, \pi - \alpha]$  și

$$i_{a1} = \left[ i_{a1}(\pi - \alpha) + \frac{E}{R_a} \right] e^{-[\omega t - (\pi - \alpha)] \operatorname{ctg} \varphi} - \frac{E}{R_a} \quad (2.78)$$

în intervalul  $\omega t \in [\pi - \alpha, \pi]$ .

În relațiile (2.77) și (2.78) :

$$I_0 = I_m \frac{\sin(\pi - \varphi)}{1 - e^{-\pi \operatorname{ctg} \varphi}} e^{-\alpha \operatorname{ctg} \varphi} - I_m \frac{\sin(\alpha - \varphi)}{1 - e^{-\pi \operatorname{ctg} \varphi}} e^{-\pi \operatorname{ctg} \varphi} - \frac{E}{R_a}. \quad (2.79)$$

Cu datele problemei se obține :

$$I_m = \frac{\sqrt{2} U_2}{\sqrt{R_d^2 + (\omega L_d)^2}} = \frac{\sqrt{2} 100}{\sqrt{2,5^2 + (314 \cdot 32 \cdot 10^{-3})^2}} = 13,65 \text{ A}$$

$$I_0 = 13,65 \frac{\sin(180^\circ - 76^\circ)}{1 - e^{-\pi \cdot 0,249}} e^{-\frac{\pi}{3} \cdot 0,249} - 13,65 \frac{\sin(60^\circ - 76^\circ)}{1 - e^{-\pi \cdot 0,249}} e^{-\pi \cdot 0,249} -$$

$$-15,91 = 18,8 + 3,17 - 15,91 = 6,06 \text{ A}$$

$$i_{a_1} = 13,65 \sin(\omega t - 0,28) - 15,91 + 19,67 e^{-0,249 \omega t} + 6,06 e^{-0,249 \omega t}$$

$$i_{a_1}(\pi - \alpha) = i_{a_1}\left(\frac{2\pi}{3}\right) = 12,6 \text{ A}$$

$$i_{a_1} = 28,51 e^{-(\omega t - 2\pi/3)0,249} - 15,91 \text{ A.}$$

$$U_{a \text{ med}} = \frac{U_{m2}(1 + \cos \alpha)}{\pi} = \frac{\sqrt{2} 100(1 + \cos 60^\circ)}{\pi} = 67,52 \text{ V}$$

$$I_{a \text{ med}} = \frac{1}{2\pi} \left\{ i_a d(\omega t) = \frac{1}{2\pi} \left[ 2 \int_0^{\pi-\alpha} i_{a1} d(\omega t) + 2 \int_{\pi-\alpha}^{\pi} i_{a2} d(\omega t) \right] = \right.$$

$$= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi/3} [13,65 \sin(\omega t - 0,28) - 15,91 + 25,73 e^{-0,249 \omega t}] d(\omega t) +$$

$$+ \frac{1}{\pi} \int_{2\pi/3}^{\pi} [28,51 e^{-(\omega t - 2\pi/3)0,249} - 15,91] d(\omega t) = 5,88 + 2,97 = 8,87 \text{ A}$$

$$I_{T1} = I_{T2} = \frac{1}{2} I_{a1 \text{ med}} = \frac{1}{2} 5,88 = 2,94 \text{ A}$$

$$I_{D1} = I_{D2} = \frac{1}{2} I_{a \text{ med}} + \frac{1}{2} I_{a2 \text{ med}} = \frac{8,87}{2} + \frac{2,97}{2} = 5,92 \text{ A.}$$

**Problema 2.1.4.5.** Fie două redresoare monofazate cu transformator cu tiristoare ideale: unul cu punct median (fig. 2.19, a) și altul în punte (fig. 2.19, b). Presupunem că tensiunile de intrare sînt identice ( $u_1 = \sqrt{2} 220 \sin 314 \omega t$ ), raportul de transformare al transformatoarelor este  $w_1 : w_2 = 2 : 1$  și debitează pe aceeași sarcină:  $R_d = 10 \Omega$ ;

Se va lua:  $L_d = 0$  și  $L_d = \infty$ ;  $\alpha = 0$ .

Pentru ambele redresoare, se cere:

a. variația în timp a tensiunii  $u_d$  și a curentului  $i_d$ ;

b. variația în timp a curenților prin tiristoare;

c. variația în timp a tensiunilor pe tiristoare;

d. variația în timp a curentului secundar și a curentului primar;

e. să se compare cele două redresoare din punctul de vedere al puterii transformatoarelor, al solicitării tiristoarelor și al căderii de tensiune produse de tiristoare în circuitul de sarcină.

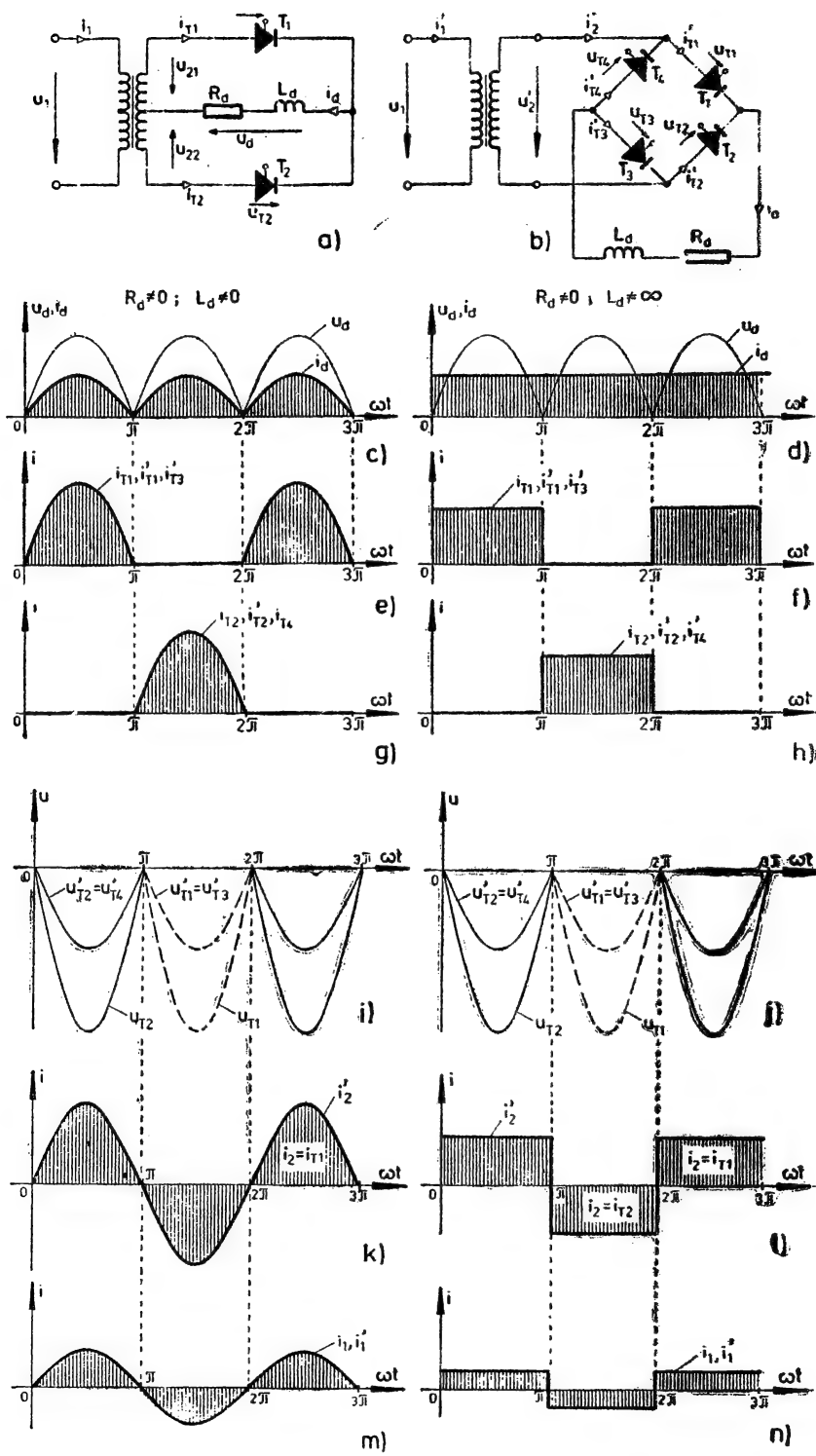


Fig. 2.19. Comparație între schema de redresare monofază cu nul și în punte..

### Rezolvare

a. În fig. 2.19, *c* este reprezentată variația în timp a tensiunii  $u_d$  și curentului  $i_d$  pentru cele două scheme în cazul  $R_d = 10 \Omega$ ;  $L_d = 0$ ,  $\alpha = 0$ , iar în fig. 2.19, *d*,  $u_d = f(t)$  și  $i_d = f(t)$ , pentru  $R_d = 10 \Omega$ ;  $L_d = \infty$ ;  $\alpha = 0$ .

b. Formele de undă ale curenților prin tiristoare sînt date în fig. 2.19, *e* și *g* pentru  $R_d = 10 \Omega$ ;  $L_d = 0$  și  $\alpha = 0$  și respectiv în fig. 2.19, *d* și *h* pentru  $R_d = 10 \Omega$ ;  $L_d = \infty$  și  $\alpha = 0$ .

c. În fig. 2.19, *i* și *j* sînt reprezentate formele de undă ale tensiunilor pe tiristoare.

d. Variația în timp a curentului secundar și a curentului primar este dată în fig. 2.19, *m* și *n*.

e. Pentru ambele transformatoare :

$$U_{d0 \text{ med}} = k_m U_{2m} = \frac{2}{\pi} \sqrt{2} 110 = 99 \text{ V};$$

$$I_{d0 \text{ med}} = \frac{U_{d0 \text{ med}}}{R_d} = \frac{99}{10} = 9,9 \text{ A}$$

$$P_{d0 \text{ med}} = U_{d0 \text{ med}} I_{d0 \text{ med}} = 99 \times 9,9 = 980 \text{ W}$$

$$I_T = \frac{I_{d0 \text{ med}}}{2} = \frac{9,9}{2} = 4,95 \text{ A}$$

— Valoarea efectivă a curentului prin tiristoare, pentru  $R_d = 10 \Omega$ ;  $L_d = 0$ ,  $\alpha = 0$ .

$$\begin{aligned} I_{T \text{ ef}} &= I'_T \text{ ef} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^\pi i_T^2 d(\omega t)} = \\ &= \frac{I_m}{2} = \frac{I_{d0 \text{ med}}}{2k_m} = \frac{I_{d0 \text{ med}}}{2 \frac{2}{\pi}} = \frac{\pi}{4} 9,9 = 7,77 \text{ A}, \end{aligned}$$

iar pentru  $R_d = 10 \Omega$ ;  $L_d = \infty$  și  $\alpha = 0$ .

$$I_{T \text{ ef}} = I'_T \text{ ef} = \frac{I_d}{\sqrt{2}} = \frac{9,9}{\sqrt{2}} = 7 \text{ A}.$$

— Valoarea efectivă a curentului din secundar, pentru  $R_d = 10 \Omega$ ;  $L_d = 0$ ;  $\alpha = 0$  este :

$$I_{2 \text{ ef}} = I_{T \text{ ef}} = 7,77 \text{ A}$$

$$I'_{2 \text{ ef}} = \sqrt{2} I_{T \text{ ef}} = \sqrt{2} \frac{\pi}{4} I_{d0 \text{ med}} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} I_{d0 \text{ med}} = \sqrt{2} 7,77 = 11 \text{ A}$$

iar pentru  $R_d = 10 \Omega$ ;  $L_d = \infty$ ;  $\alpha = 0$  :

$$I_{2 \text{ ef}} = I_{T \text{ ef}} = 7 \text{ A}$$

$$I'_{2 \text{ ef}} = \sqrt{2} I_{T \text{ ef}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} I_{d \text{ med}} = I_{d0 \text{ med}} = 9,9 \text{ A}.$$



— Valoarea efectivă a curenților din primar : pentru sarcină pur rezistivă este :

$$I_{1\text{ ef}} = I'_{1\text{ ef}} = \frac{1}{k} I'_{2\text{ ef}} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \frac{1}{k} I_{d0\text{ med}} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} 9,9 = 5,5 \text{ A}$$

iar pentru  $R_d = 10\Omega$ ;  $L_d = \infty$ ;  $\alpha = 0$

$$I_{1\text{ ef}} = I'_{1\text{ ef}} = \frac{1}{k} I'_{2\text{ ef}} = \frac{1}{k} I_{d0\text{ med}} = \frac{9,9}{2} = 4,95 \text{ A.}$$

— Puterea de calcul a înfășurării secundare : la schema cu priză mediană, pentru  $R_d = 10\Omega$ ;  $L_d = 0$ ;  $\alpha = 0$  este :

$$\begin{aligned} P_2 &= 2E_2 I_{2\text{ ef}} = 2 \frac{U_{m2}}{2} \frac{\pi}{4} I_{d0\text{ med}} = 2 \frac{\pi}{2\sqrt{2}} U_{d0} \frac{\pi}{4} I_{d0} = \frac{\pi^2}{4\sqrt{2}} P_{d0} = \\ &= 1,74 P_{d0\text{ med}} = 1,74 \cdot 980 = 1710 \text{ W,} \end{aligned}$$

iar pentru  $R_d = 10\Omega$ ;  $L_d = \infty$ ;  $\alpha = 0$

$$P_2 = 2E_2 I_{2\text{ ef}} = \frac{1}{2} \frac{U_{d0}^2}{\sqrt{2}} \frac{I_d}{\sqrt{2}} = \frac{\pi}{2} P_{d0\text{ med}} = 1,57 P_{d0} = 1,57 \cdot 980 = 1539 \text{ W.}$$

În cazul schemei în punte, puterea de calcul a înfășurării secundare este :

$$P'_{2f} = E_2 I'_{2\text{ ef}} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} U_{d0\text{ med}} \frac{\pi}{2\sqrt{2}} I_{d0\text{ med}} = \frac{\pi^2}{8} P_{d0} = 1,23 P_{d0\text{ med}} = 1205,4 \text{ W}$$

pentru  $R_d = 10\Omega$ ;  $L_d = 0$ ;  $\alpha = 0$ , respectiv

$$\begin{aligned} P'_{2f} &= E_2 I'_{2\text{ ef}} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} U_{d0\text{ med}} I_{d0\text{ med}} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} P_{d0} = 1,11 P_{d0\text{ med}} = \\ &= 1,11 \cdot 980 = 1088 \text{ W} \end{aligned}$$

pentru  $R_d = 10\Omega$ ;  $L_d = \infty$ ;  $\alpha = 0$ .

— Puterea de calcul a înfășurării primare pentru  $R_d = 10\Omega$ ;  $L_d = 0$ ;  $\alpha = 0$  în cazul schemei cu priză mediană

$$\begin{aligned} P_{1f} &= E_1 I_{1\text{ ef}} = k E_2 \frac{1}{k} \frac{\pi}{2\sqrt{2}} I_{d0\text{ med}} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} U_{d0} \frac{\pi}{2\sqrt{2}} I_{d0} = \frac{\pi^2}{8} P_{d0\text{ med}} = \\ &= 1,23 P_{d0\text{ med}}, \end{aligned}$$

iar în cazul schemei punte :

$$P'_1 = E_1 I'_{1\text{ ef}} = P_1 = 1,23 P_{d0\text{ med}}.$$

Pentru  $R_d = 10\Omega$ ;  $L_d = \infty$ ;  $\alpha = 0$ , puterea de calcul a înfășurării primare este,

$$P_1 = E_1 I_{1\text{ ef}} = k E_2 \frac{1}{k} I_{d0} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} P_{d0} = 1,11 P_{d0\text{ med}}$$

la schema cu priză mediană și

$$P_{1L} = 1,11 P_{d0}$$

la schema în punte.

— Puterea de calcul („tip”) a transformatorului:  
 schema în priză mediană

$$P = \frac{P_1 + P_2}{2} = \frac{1,23 + 1,74}{2} P_{d0 \text{ med}} = 1,485 P_{d0 \text{ med}} = 1,485 \cdot 980 = \\ = 1,455,3 \text{ W},$$

pentru  $R_d = 10\Omega$ ;  $L_d = 0$ ;  $\alpha = 0$

$$P = \frac{P_{1L} + P_{2L}}{2} = \frac{1,11 + 1,57}{2} P_{d0 \text{ med}} = 1,34 P_{d0 \text{ med}} = 1,34 \cdot 980 = 1\,313,2 \text{ W},$$

pentru  $R_d = 10\Omega$ ;  $L_d = \infty$ ;  $\alpha = 0$ ;

schema în punte

$$P' = \frac{P'_{1R} + P'_{2R}}{2} = \frac{1,23 + 1,23}{2} P_{d0 \text{ med}} = 1,23 P_{d0 \text{ med}} = 1,23 \cdot 980 = 1\,205,4 \text{ W},$$

pentru  $R_d = 10\Omega$ ;  $L_d = 0$ ;  $\alpha = 0$ .

$$P = \frac{P'_{1L} + P'_{2L}}{2} = \frac{1,11 + 1,11}{2} P_{d0 \text{ med}} = 1,11 P_{d0 \text{ med}} = 1\,088 \text{ W},$$

pentru  $R_d = 10\Omega$ ;  $L_d = \infty$ ;  $\alpha = 0$ .

— Valoarea maximă a tensiunii aplicate tiristoarelor în stare blocată;

$$U_{T \text{ max}} = 2U_{m2} = 2\sqrt{2}U_2 = 2\sqrt{2} \cdot 110 = 311,12 \text{ V}$$

la schema cu priză mediană

$$U_{T \text{ max}} = U_{m2} = \sqrt{2}U_2 = \sqrt{2} \cdot 110 = 155,56 \text{ V}.$$

la schema în punte.

— Căderea de tensiune în circuitul de sarcină:

$\Delta U = U_{dT}$ , la schema cu priză mediană;

$\Delta U' = 2U_{dT}$ , la schema în punte.

Din rezultatele calculelor, rezultă că schema de redresare în punte este de preferat, față de cea cu transformator cu priză mediană, deoarece transformatorul are putere mai mică (este utilizat mai bine) și solicitarea tiristoarelor în stare blocată, este mai mică. Căderea de tensiune mai mare la schema în punte, nu este esențială, mai ales în cazul când tensiunea redresată are valoare mare.

**Problema 2.1.4.6.** Fie o schemă de redresare monofazată în punte cu tensiunea de intrare:  $u_1 = \sqrt{2} 220 \sin 314 t$ . Parametrii sarcinii: 1)  $R_d = 2,86 \Omega$ ;  $L_d = 0$ ; 2)  $R_d = 2,86 \Omega$ ;  $L_d = \infty$ . Se cere:

a. să se determine raportul de transformare a transformatorului, astfel ca  $U_{d0} = 100 \text{ V}$ ;

b. să se aleagă tiristoarele;

- c. să se determine puterea de calcul a transformatorului;  
 d. să se aleagă siguranța ultrarapidă, prevăzută în secundarul transformatorului.

*Rezolvare*

$$a. U_2 = \frac{U_{m2}}{\sqrt{2}} = \frac{U_{d0}}{\sqrt{2}k_m} = \frac{100}{\sqrt{2} \cdot \frac{2}{\pi}} = 111 \text{ V.}$$

Pentru a ține seama de căderea de tensiune pe transformator și pe tiristoare se va considera :

$$U'_{2ef} = k_{u2ef} = 1,12 \cdot 111 = 124,32 \text{ V.}$$

— Raportul de transformare este :

$$k = \frac{U_1}{U'_2} = \frac{220}{124,32} = 1,77.$$

$$b. I_{dmed} = \frac{U_{d0}}{R_d} = \frac{100}{2,86} = 34,96 \text{ A}$$

— Valoarea medie a curentului prin tiristoare :

$$I_{dTmed} = \frac{I_{dmed}}{2} = 15,62 \text{ A.}$$

— Valoarea maximă a tensiunii aplicate tiristoarelor în stare blocată directă și inversă este :

$$U_{Tmax} = \sqrt{2}U_2 = \sqrt{2} \cdot 111 = 156,97 \text{ V.}$$

Din anexă s-au ales tiristoare tip T50 (I.P.R.S. Băneasa) cu  $I_0 = 50 \text{ A}$  ( $I_{d0}$  admisibil) ;  $U_{DWM} = U_{RWM} = 100 \div 800 \text{ V}$  ;  $V_T < 2,2 \text{ V}$ . Întrucât în catalog valoarea tensiunii admisibile aplicate tiristoarelor este cuprinsă în domeniul  $100 - 800 \text{ V}$ , la alegerea tiristoarelor se va avea în vedere faptul că :

$$U_{DMW} = U_{RWM} \geq k_S U_{Tmax} = 2,5 \cdot 156,97 = 392 \text{ V,}$$

unde  $k_S$  este coeficientul de siguranță.

$$c. P_{d0med} = U_{d0med} I_{d0med} = 100 \cdot 34,96 = 3496 \text{ A.}$$

$$P_{T(L=0)} = 1,23 P_{d0} = 1,23 \cdot 3496 = 4300 \text{ W}$$

$$P_{T(L=\infty)} = 1,11 P_{d0} = 1,11 \cdot 3496 = 3880 \text{ W.}$$

d. Alegerea siguranței se poate face în funcție de valoarea efectivă a curentului prin ramura în care este dispusă siguranța și de tensiunea la care lucrează circuitul.

— Valoarea efectivă a curentului, în ramura în care se dispune siguranța este :

$$I_{2\text{ ef}} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} I_{d\text{ med}} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} 31,25 = 34,68 \text{ A pentru } L_d = 0 \text{ și}$$

$$I_{2\text{ ef}} = I_{d\text{ med}} = 31,25 \text{ A pentru } L_d = \infty.$$

S-a ales siguranța tip 5SD470.

## 2.1.5. REDRESOARE TRIFAZATE STEA

**Problema 2.1.5.1.** Un redresor trifazat cu nul comandat, cu tiristoare ideale, (fig. 2.20, a), alimentat de la rețeaua de c.a. trifazată ( $U_f = 220 \text{ V}$ ;  $f = 50 \text{ Hz}$ ) debitează : a) pe o sarcină rezistivă;  $R_d = 12 \Omega$ ; b) pe o sarcină rezistiv-inductivă :  $R_d = 12 \Omega$ ;  $L = \infty$ . Raportul de transformare al transformatorului  $k = w_1/w_2 = 2,2$ . Se cere :

a. Variația în timp a curentului de sarcină  $i_d$  și a tensiunii de sarcină  $u_d$  pentru :

$$1) R_d = 12 \Omega; L_d = 0; \alpha_0 = 0; \alpha_0 = 60^\circ;$$

$$2) R_d = 12 \Omega; L_d = \infty; \alpha_0 = 0; \alpha_0 = 60^\circ.$$

b. Variația în timp a curentului  $i_d$  pentru cazurile considerate la punctul a.

c. Valoarea medie a tensiunii  $u_d$  și a curentului  $i_d$  pentru cazurile considerate la punctul a.

d. Valoarea medie și efectivă a curenților prin tiristoare.

*Rezolvare :*

a. În fig. 2.20, d, e, f, g sînt reprezentate formele de variație ale tensiunii și curentului redresat.

b. Graficul curentului de fază secundar  $i_a$  pentru cazurile considerate la punctul a sînt prezentate în fig. 2.20, h, i, j, k.

$$c. U_{d0\text{ med}} = k_m U_{2m} = \frac{3\sqrt{3}}{2\pi} \frac{\sqrt{2} 220}{2,2} = 116,95 \text{ V};$$

$$I_{d0\text{ med}} = \frac{U_{d0}}{R_d} = \frac{116,95}{12} = 9,73 \text{ A.}$$

— Valoarea medie a tensiunii pentru  $\alpha_0 = \pi/3$  [ $\alpha = \alpha_0 + \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} = \pi/2$ ],  $L_d = 0$  este :

$$U_{d0\text{ med}}(\alpha = \pi/2) = \frac{p}{2} U_{2m} [\cos \alpha - \cos (\beta + \alpha)] =$$

$$= \frac{3}{2\pi} \sqrt{2} 100 \left[ -\cos \left( \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2} \right) \right] = \frac{3\sqrt{2} 100}{2} \left( -\cos \frac{5\pi}{6} \right) = 58,47 \text{ V,}$$

iar pentru  $\alpha_0 = \pi/3$  și  $L_d = \infty$  :

$$U_{d0\text{ med}}(\alpha_0 = \pi/3) = U_{d0} \cos \alpha_0 = 116,95 \cos 60^\circ = 58,47 \text{ V.}$$

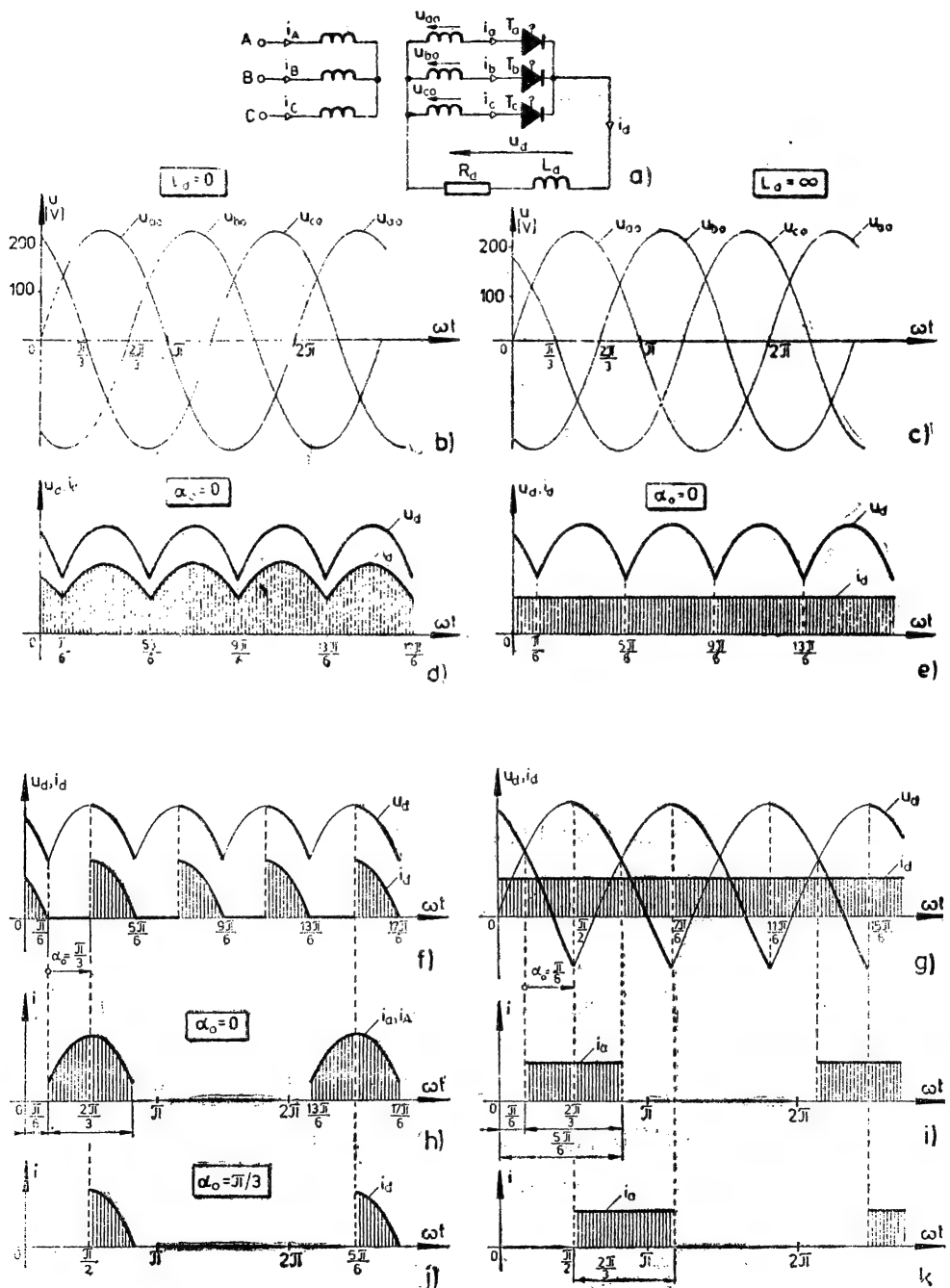


Fig. 2.20. Redresor trifazat cu nul cu sarcină  $R-L$ .

— Valoarea medie a curentului pentru  $\alpha_0 = \pi/3$ :

$$I_{d\text{ med}}(\alpha = \pi/2) = \frac{U_d(\pi/2)}{R_d} = 4,87 \text{ A.}$$

d. Valoarea medie a curenților prin tiristoare:

$$I_{T0\text{ med}} = I_{a\text{ med}} = I_{b\text{ med}} = I_{c\text{ med}} = \frac{I_{d0\text{ med}}}{3} = 3,24 \text{ A}$$

pentru  $\alpha_0 = 0$ , iar pentru  $\alpha_0 = \pi/3$

$$I_{T\text{ med}}(\alpha=\pi/2) = \frac{I_{d\text{ med}}(\alpha=\pi/2)}{3} = \frac{4,87}{3} = 3,24 \text{ A.}$$

— Valoarea efectivă a curentului prin tiristoare pentru  $L_d = 0$ , este:

$$\begin{aligned} I_{T\text{ ef}} &= \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{\alpha}^{\pi - (\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{p})} i_T^2 d(\omega t)} = I_m \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{\alpha}^{\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{p}} \sin^2 \omega t d(\omega t)} = \\ &= I_m \sqrt{\frac{1}{2} \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{p} - \alpha \right) - \frac{1}{2} \cos \left( \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{p} + \alpha \right) \sin \left( \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{p} - \alpha \right) \right]} = \\ &= I_m \sqrt{\frac{1}{2\pi} \left[ \frac{\pi}{p} - \frac{0}{2} + \frac{1}{2} \cos(\pi + \alpha_0) \sin \left( \alpha_0 - \frac{2\pi}{p} \right) \right]} \quad (2.80) \end{aligned}$$

Pentru  $p = 3$  și  $\alpha_0 = 0$  se obține:

$$\begin{aligned} I_{T\text{ ef}}(\alpha_0=0; L_d=0) &= I_m \sqrt{\frac{1}{6} + \frac{1}{4} \sin \frac{2\pi}{3}} = 0,485 I_m = 0,485 \frac{I_{d0\text{ med}}}{k_m} = \\ &= \frac{0,485}{0,826} I_{d0} = 0,58 I_{d0} = 0,58 \cdot 9,73 = 5,65 \text{ A,} \end{aligned}$$

iar pentru  $p = 3$  și  $\alpha_0 = \frac{\pi}{3}$ , rezultă:

$$\begin{aligned} I_{T\text{ ef}}\left(\alpha_0 = \frac{\pi}{3}; L_d=0\right) &= I_m \sqrt{\frac{1}{2\pi} \left[ \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6} + \frac{1}{2} \cos \left( \pi + \frac{\pi}{3} \right) \sin \left( \frac{\pi}{3} - \frac{2\pi}{3} \right) \right]} = \\ &= I_m \sqrt{\frac{1}{12} + \frac{1}{4\pi} \cos \frac{4\pi}{3} \sin \left( -\frac{\pi}{3} \right)} = 0,343 I_m = \frac{0,343}{k_m} I_{d0\text{ med}} = \\ &= 0,415 I_{d0\text{ med}} = 0,415 \cdot 9,73 = 4,04 \text{ A.} \end{aligned}$$

— Valoarea efectivă a curentului prin tiristoare pentru  $L_d = \infty$ , este:

$$I_{T\text{ ef}} = \sqrt{\frac{1}{2} \int_0^{2\pi/p} i_T^2 d(\omega t)} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi/p} I_d^2 d(\omega t)} = \frac{1}{\sqrt{p}} I_{d\text{ med}} \quad (2.81)$$

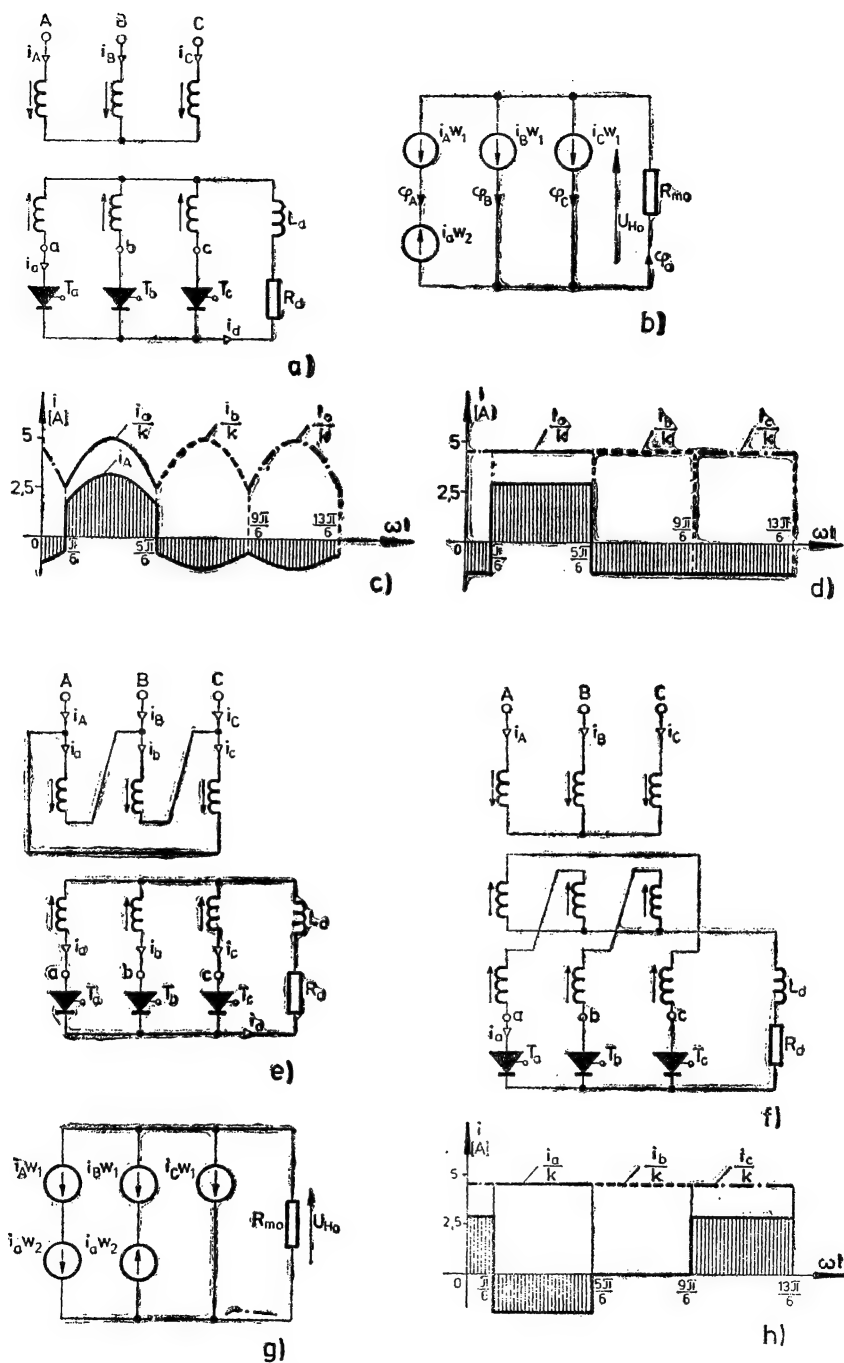


Fig. 2.21. Determinarea puterii transformatoarelor pentru schemele de redresare trifazate cu nul.

Pentru  $\alpha_0 = 0$

$$I_{T\text{ ef}}(\alpha_0=0; L_d=\infty) = \frac{1}{\sqrt{3}} I_{d0\text{ med}} = \frac{9,73}{\sqrt{3}} = 5,61 \text{ A}$$

iar pentru  $\alpha_0 = \frac{\pi}{3}$  rezultă:

$$I_{T\text{ ef}}\left(\alpha_0 = \frac{\pi}{3}; L_d = \infty\right) = \frac{I_{d\text{ med}}(\alpha=\pi/3)}{\sqrt{3}} = \frac{4,87}{\sqrt{3}} = 2,81 \text{ A.}$$

Observație. Dacă se compară valoarea efectivă a curentului prin tiristor

$$I_{T\text{ ef}}(\alpha_0=0; L_d=\infty) \text{ cu } I_{T\text{ ef}}^*(\alpha_0=0; L_d=\infty),$$

rezultă o diferență foarte mică:

$$\begin{aligned} \Delta I &= I_{T\text{ ef}}(\alpha_0=0; L_d=0) - I_{T\text{ ef}}(\alpha_0=0; L_d=\infty) = \\ &= 5,65 - 5,61 = 0,04 \text{ A}; \frac{\Delta I}{5,61} \cdot 100 = \frac{0,04}{5,61} \cdot 100 = 0,7\%. \end{aligned}$$

Din acest motiv, calculul valorii efective a curentului prin tiristor pentru  $R=0$ ;  $L_d=0$ ;  $\alpha_0=0$ ; se poate face cu relația (2,81), corespunzătoare cazului ( $R=0$ ;  $L_d=\infty$ ;  $\alpha=0$ ), eroarea fiind neglijabilă față de cazul utilizării relației (2,80).

**Problema 2.1.5.2.** Să se determine puterea de calcul a transformatorului din schema redresorului, din problema 2.1.5.1, pentru următoarele conexiuni ale transformatorului:

- a.  $Yy - 0$ ;
- b.  $Dy - 11$ ;
- c.  $Yz - 11$ . Se va considera  $\alpha_0 = 0$ .

*Rezolvare*

a. Pentru conexiunea  $Yy - 0$  (fig. 2.21, a, b), în ipoteza neglijării curentului de magnetizare corespund următoarele ecuații:

$$\begin{aligned} i_A w_1 - i_a w_2 - i_B w_1 &= 0 \\ i_A w_1 - i_a w_2 - i_C w_1 &= 0 \\ i_A + i_B + i_C &= 0 \end{aligned} \tag{2.82}$$

corespunzătoare intervalului  $\pi/6 < \omega t < 5\pi/6$ . Din acest sistem de ecuații rezultă:

$$i_A = \frac{2}{3} \frac{w_2}{w_1} i_a = \frac{2}{3} \frac{i_a}{k}; \quad i_B = i_C = -\frac{1}{3} \frac{i_a}{k}, \tag{2.83}$$

$$\text{iar } U_{H_0} = \frac{1}{3} \frac{i_a}{k} w_1.$$



În mod analog se obțin relațiile :

$$i_B = \frac{2}{3} \frac{i_b}{k} ; i_A = i_C = -\frac{1}{3} \frac{i_b}{k} ; u_{H_0} = -\frac{1}{3} \frac{i_b}{k} w_1 \quad (2.84)$$

pentru intervalul  $5\pi/6 < \omega t < 9\pi/6$ , respectiv

$$i_C = \frac{2}{3} \frac{i_c}{k} ; i_A = i_B = -\frac{1}{3} \frac{i_c}{k} ; u_{H_0} = -\frac{1}{3} \frac{i_c}{k} \quad (2.85)$$

pentru intervalul  $9\pi/6 < \omega t < 13\pi/6$ .

În baza acestor relații, cunoscându-se curenții  $i_a$ ,  $i_b$  și  $i_c$  (problema 2.1.5.1), s-a construit graficul  $i_A = f(t)$  pentru  $L_d = 0$  și  $L_d = \infty$  (fig. 2.21, c, d).

— Valoarea efectivă a curentului primar :

$$\begin{aligned} I_{A\text{ ef}} &= \sqrt{\frac{1}{2} \int_0^{2\pi} i_A^2 d(\omega t)} = \\ &= \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{\pi/6}^{5\pi/6} \left( \frac{2}{3} \frac{I_{d\text{ med}}}{k} \right)^2 d(\omega t) + \int_{5\pi/6}^{13\pi/6} \left( \frac{1}{3} \frac{I_{d\text{ med}}}{k} \right)^2 d(\omega t)} = \\ &= \frac{1}{k} I_{d\text{ med}} \sqrt{\frac{1}{2} \left[ \frac{4}{9} \cdot \frac{2\pi}{3} + \frac{1}{9} \frac{4\pi}{3} \right]} = \frac{\sqrt{2}}{3} \frac{1}{k} I_{d0\text{ med}}. \end{aligned} \quad (2.86)$$

— Cunoscînd valoarea efectivă a curentului primar se poate determina puterea de calcul a înfășurării primare :

$$\begin{aligned} P_1 &= 3 U_{d0} I_{A\text{ ef}} = 3k U_{d0} \frac{\sqrt{2}}{3} \frac{1}{k} I_{d0\text{ med}} = \frac{U_{d0}}{k_p} I_{d0\text{ med}} = \\ &= \frac{1}{k_p} P_{d0\text{ med}} = \frac{2\pi}{3\sqrt{3}} P_{d0\text{ med}} = 1,21 P_{d0\text{ med}}. \end{aligned}$$

— Puterea înfășurării de calcul a înfășurării secundare este :

$$P_2 = 3 U_{d0} I_{a\text{ ef}} = 3 \frac{U_{d0}}{2k_p} \frac{1}{3} I_{d0\text{ med}} = \frac{3 \cdot 2\pi}{\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} P_{d0\text{ med}} = 1,48 P_{d0\text{ med}}.$$

— Puterea de calcul a transformatorului :

$$\begin{aligned} P &= \frac{P_1 + P_2}{2} = \frac{1,21 + 1,48}{2} P_{d0\text{ med}} = 1,345 P_{d0\text{ med}} = 1,345 \cdot 116,95 \cdot 9,73 = \\ &= 1531 \text{ W}. \end{aligned}$$

**b.** În cazul conexiunii Dy — 11, pentru  $i_a \neq 0$ , circuitul magnetic echivalent are o structură analogă cu cea corespunzătoare conexiunii Yy — 0 (fig. 2.21, b). Dacă se consideră aceiași parametri ai sarcinii, atunci la aceeași tensiune secundară, curentul  $i_a$  este identic cu cel corespunzător conexiunii Yy — 0.

punzător conexiunii  $Yy - 0$ . Pentru a obține aceeași tensiune secundară, la  $w_2$  egal, este necesar ca în cazul conexiunii  $Dy - 11$ , înfășurările primare să aibă  $w'_1 = \sqrt{3} w_1$ , unde  $w_1$  este numărul de spire a înfășurărilor primare, în cazul conexiunii  $Yy - 0$ . Rezultă pentru conexiunea  $Dy - 11$ , în intervalul  $\pi/6 < \omega t < 5\pi/6$ , un sistem de ecuații analog cu (2.82) în care, în loc de  $w_1$  avem  $w'_1$ . Se obține:

$$I_{A\ ef} = \frac{\sqrt{2}}{3} \frac{w_2}{w'_1} I_{d\ med} = \frac{\sqrt{2}}{3} \frac{\sqrt{3} w_2}{\sqrt{3} w'_1} I_{d\ med} = \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} \frac{I_{d0\ med}}{K'}, \quad (2.87)$$

unde  $K'$  este raportul de transformare al transformatorului, pentru conexiunea  $Dy - 11$ :

$$K' = \frac{U_{AB}}{U_{ab}} = \frac{w'_1}{\sqrt{3} w_2} = \frac{\sqrt{3} w_1}{\sqrt{3} w_2} = K. \quad (2.88)$$

— Puterea de calcul a înfășurării primare:

$$\begin{aligned} P_1 &= 3U_{AB} I_{A\ ef} = 3K' U_{ab} \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} \frac{I_{d0}}{K'} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \sqrt{3} U_{a0\ med} I_{d0\ med} = \\ &= \frac{U_{d0\ med}}{k_m} I_{d0\ med} = \frac{2\pi}{3\sqrt{3}} P_{d0\ med} = 1,21 P_{d0\ med}, \end{aligned}$$

rezultă egală cu cea obținută în cazul conexiunii  $Yy - 0$  și deci și puterea de calcul a transformatorului va fi aceeași ca și la conexiunea  $Yy - 0$ :  $P_T = 1,345 P_{d0}$ .

Atît la conexiunea  $Yy - 0$ , cît și la  $Dy - 11$  apare, în coloanele miezului un flux magnetic pulsatoriu care premagnetizează tolele. Acest flux poate fi descompus într-o componentă constantă și o componentă alternativă; unda fundamentală a componentei alternative a fluxului are frecvența egală cu  $3f = 150$  Hz. În cazul în care primarul este legat în stea (conexiunea  $Yy - 0$ ), tensiunile induse de armonicile componentei alternative a fluxului contribuie la filtrarea tensiunii continue, efect asemănător cu cel produs de prezența unei bobine de filtrare în serie cu sarcina. La conexiunea primarului în triunghi ( $Dy - 11$ ), acest efect de filtrare nu apare, deoarece înfășurările primare legate în triunghi reprezintă un scurtcircuit pentru curenții de frecvență  $3f, 6f, 9f$  ș.a.m.d.

Prezența componentei continue a fluxului duce la necesitatea măririi reacțiunii miezului, pentru a evita apariția unui curent de magnetizare mare, din cauza saturației miezului.

c. Prin legarea secundarului în zig-zag, se poate elimina fluxul  $\varphi_0$  care premagnetizează miezul. Pentru conexiunea în  $Yz - 11$  circuitul magnetic echivalent este prezentat în figura 2.21, g. Rezultă următorul sistem de ecuații:

$$\begin{aligned} i_A w_1 + i_a w'_2 - i_C w_1 &= 0 \\ i_C w_1 - i_a w'_2 - i_C w_1 &= 0 \\ i_A + i_B + i_C &= 0 \end{aligned}$$

corespunzător intervalului  $\pi/6 < \omega t < 5\pi/6$ . Soluțiile acestui sistem sînt :

$$i_A = -\frac{w'_2}{w_1} i_a = -\frac{1}{\sqrt{3}k} i_a; \quad i_B = +\frac{w'_2}{w_1} i_a = \frac{1}{\sqrt{3}k} i_a; \quad i_C = 0,$$

unde  $k = w_1/w_2$  este raportul de transformare corespunzător conexiunii  $Y_Y - 0$ .

În fig. 2.21,  $h$  este reprezentat  $I_A = f(t)$  pentru  $L_d = \infty$ .

$$I_{A\ ef} = \frac{1}{\sqrt{3}k} \sqrt{\frac{1}{2\pi} I_{d0}^2 \frac{4\pi}{3}} = \frac{\sqrt{2}}{3} \frac{1}{k} I_{d0\ med}.$$

— Puterea de calcul a înfășurării primare este :

$$P_1 = 3 U_{A0} I_{A\ ef} = 3k U_{a0} \frac{\sqrt{2}}{3} \frac{1}{k} I_{d0\ med} = \frac{U_{d0\ med}}{k_p} I_{d0\ med} = 1,21 P_{d0\ med},$$

iar puterea de calcul a înfășurării secundare :

$$P_2 = 6 \frac{U_{a0}}{\sqrt{3}} I_{A\ ef} = 6 \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{U_{d0\ med}}{\sqrt{2} k_p} \frac{I_{d0\ med}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} P_{d0\ med} = 1,71 P_{d0\ med}.$$

— Puterea de calcul a transformatorului :

$$P_T = \frac{P_1 + P_2}{2} = \frac{1,21 + 1,71}{2} P_{d0\ med} = 1,46 P_{d0\ med} = 1,46 \cdot 116,95 \cdot 9,73 = 1\ 661,4\ W.$$

**Problema 2.1.5.3.** Un redresor trifazat cu nul comandat, cu tiristoare ideale (fig. 2.22, *a*) este alimentat de la rețeaua de c.a. trifazată ( $U_f = 220\ V$ ;  $f = 50\ Hz$ ). Transformatorul cu conexiunea  $Dy - 11$  are raportul de transformare  $k = w_1/\sqrt{3} w_2 = 1$ . Parametrii sarcinii :  $R = 5\ \Omega$ ;  $L = \infty$ .

Se cere :

- să se descompună în serie Fourier tensiunea  $U_d$ , pentru  $\alpha_0 = 0$ ;
- să se descompună în serie Fourier curentul primar de linie  $i_{AC}$ , pentru  $\alpha_0 = 0$ ;
- să se determine dependența de unghiul de comandă a valorii efective a armonicilor tensiunii redresate :  $U_{dn\ ef} = f(\alpha)$ .

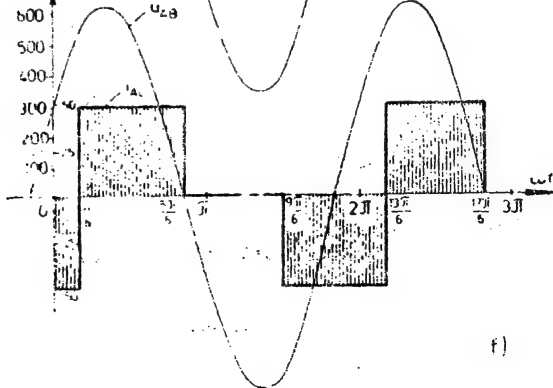
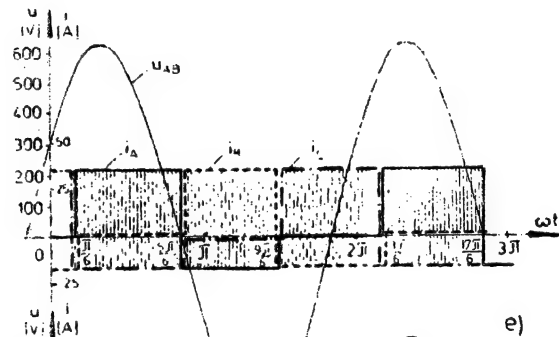
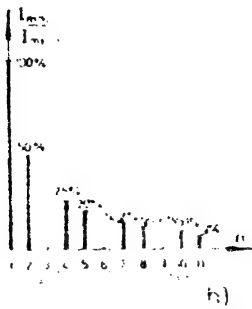
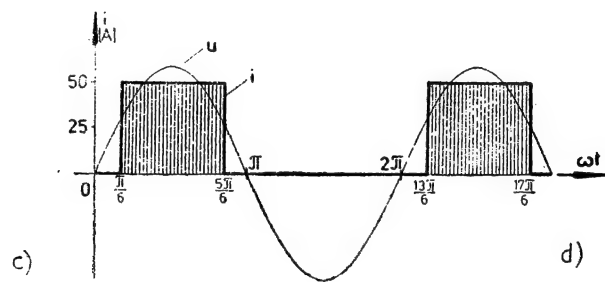
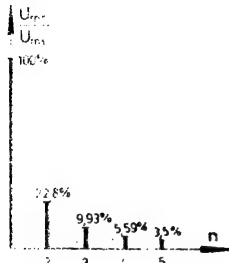
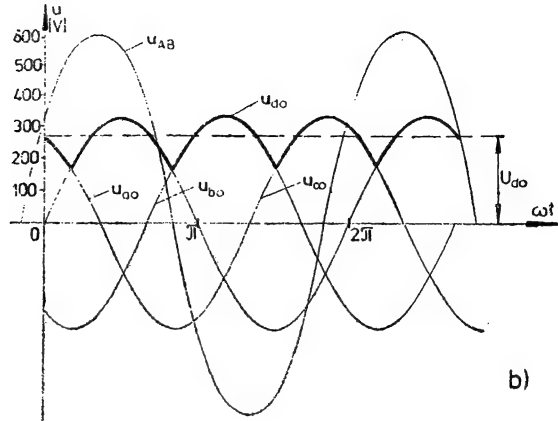
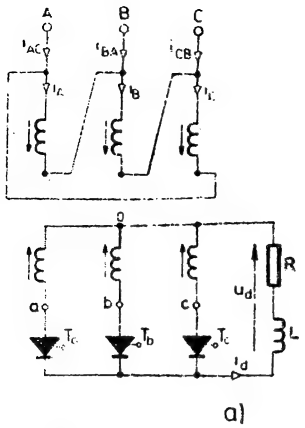
*Rezolvare*

**a.** Valoarea medie a tensiunii redresate este :

$$U_{d0\ med} = k_m U_{ma\ 0} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \sqrt{2} 220 = 257,29\ V.$$

Deoarece  $U_{d0\ med} = f(t)$  este o funcție pară, în descompunerea în serie Fourier (A.1.18) nu apar termenii în sinus.

$$u_{d0}(t) = U_{d0\ med} + \sum_{n=1}^{\infty} U_{An} \cos n\omega t,$$



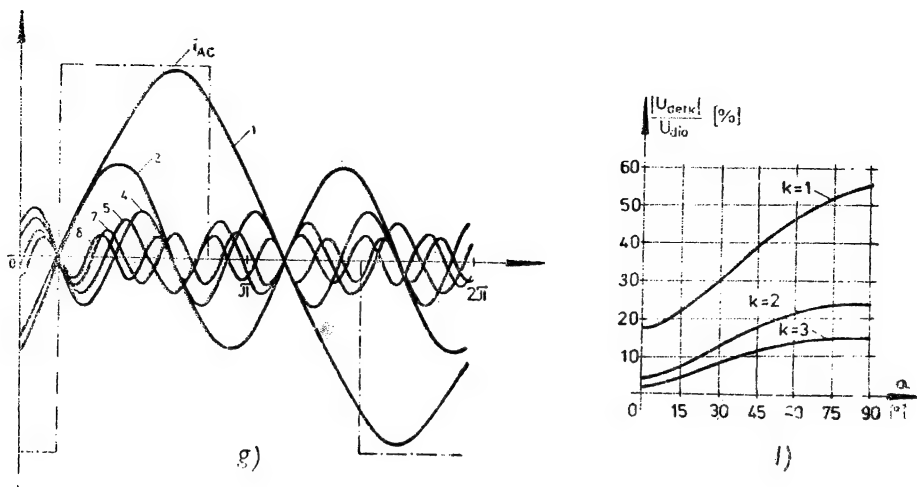


Fig. 2.22. Redresor trifazat cu nul cu sarcină  $R-L$ .

unde valoarea maximă a armoniciei de ordinul  $n$  este :

$$U_{An} = U_{m0} k_p \frac{2}{1 - n^2 p^2} \cos \alpha_0 = U_{d0 \text{ med}} \frac{2}{1 - 9p^2}$$

și rezultă :

$$U_{A1} = 259,29 \frac{2}{1 - 9} = -64,75 \text{ V}; U_{A2} = -14,81 \text{ V};$$

$$U_{A3} = -6,43 \text{ V}; U_{m4} = -3,62 \text{ V}; U_{m5} = -2,31 \text{ V}; U_{m6} = -1,6 \text{ V};$$

$$U_{A7} = -1,17 \text{ V};$$

$$\begin{aligned} u_{d0}(t) = & 257,29 - 64,75 \cos 3 \left( \omega t - \frac{\pi}{6} \right) - 14,81 \cos 6 \left( \omega t - \frac{\pi}{6} \right) - \\ & - 6,43 \cos 9 \left( \omega t - \frac{\pi}{6} \right) - 3,62 \cos 12 \left( \omega t - \frac{\pi}{6} \right) - 2,31 \cos 15 \left( \omega t - \frac{\pi}{6} \right) - \\ & - 1,6 \cos 18 \left( \omega t - \frac{\pi}{6} \right) - 1,71 \cos 21 \left( \omega t - \frac{\pi}{6} \right). \end{aligned}$$

Spectrul armonicilor tensiunii  $u_{d0}$  este reprezentat în fig. 2.22, c.

— Pulsăția tensiunii redresate se apreciază prin factorul de ondulație (A.1.15) :

$$k_v = \frac{U_{d \text{ ef0}}}{U_{d0 \text{ med}}} = \frac{\sqrt{U_{d \text{ ef0}}^2 - U_{d0 \text{ med}}^2}}{U_{d0 \text{ med}}} = \sqrt{k_f^2 - 1} = 0,189$$

sau

$$k_v = \frac{\sqrt{U_1^2 + U_2^2 + U_3^2 + U_4^2 + \dots + U_n^2}}{U_{di0}} =$$

$$= \frac{\sqrt{45,78^2 + 10,47^2 + 4,54^2 + 2,55^2 + 1,63^2 + 1,13^2 + 0,8273^2}}{259,29} = 0,182$$

b. Valoarea medie a curentului este:

$$I_{d0 \text{ med}} = \frac{U_{d0 \text{ med}}}{R} = \frac{259,29}{5} = 51,85 \text{ A.}$$

Descompunerea în serie Fourier a curentului  $i_{AC}$  în intervalul  $0 < \omega t < 2\pi$  este (A.1.19):

$$i_{AC}(t) = \frac{I_{d0 \text{ med}}}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin n\omega t + \sum_{n=1}^{\infty} I_{An} \cos n\omega t =$$

$$= I_{0 \text{ med}} + \sum_{n=1}^{\infty} I_{nn} \sin(n\omega t + \gamma_k),$$

unde:

$$I_{d0 \text{ med}} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} i_{AC}(t) d(\omega t) = 0$$

$$I_{Bn} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} i_{AC}(t) \sin n\omega t d(\omega t) = \frac{1}{\pi} I_{d0} -$$

$$- \left[ \int_0^{\pi/6} \sin n\omega t d(\omega t) + \int_{\pi/6}^{5\pi/6} \sin n\omega t d(\omega t) - \int_{9\pi/6}^{2\pi} \sin n\omega t d(\omega t) \right] =$$

$$= \frac{2}{\pi} \frac{I_{d0 \text{ med}}}{n} \left( \cos \frac{k\pi}{6} - \cos \frac{k7\pi}{6} \cos \frac{k\pi}{3} \right)$$

$$I_{An} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} i_{AC}(t) \cos n\omega t d(\omega t) = \frac{1}{\pi} I_{d0} \left[ - \int_0^{\pi/6} \cos n\omega t d(\omega t) + \right.$$

$$+ \int_{\pi/6}^{\pi/6} \cos n\omega t d(\omega t) - \int_{9\pi/6}^{2\pi} \cos n\omega t d(\omega t) =$$

$$= \frac{2}{\pi} \frac{I_{d0 \text{ med}}}{n} - \sin \frac{k\pi}{6} + \sin \frac{k7\pi}{6} \cos \frac{k\pi}{3} \left. \right].$$

$$I_{mn} = \sqrt{I_{An}^2 + I_{Bn}^2}; \quad \gamma_h = \arctg \frac{I_{An}}{I_{Bn}};$$

$$I_{B1} = \frac{2}{\pi} 51,85 \left( \cos \frac{\pi}{6} - \cos \frac{7}{6} \cos \frac{\pi}{3} \right) = 42,87$$

$$I_{A1} = \frac{2}{\pi} 51,85 \left( -\sin \frac{\pi}{6} + \sin \frac{7\pi}{6} \cos \frac{\pi}{3} \right) = -24,75$$

$$I_{m1} = \sqrt{(42,87)^2 + (-24,75)^2} = 49,5 \text{ A};$$

$$\gamma_1 = \arctg \frac{-24,75}{42,87} = -30^\circ$$

.....

Rezultă :

$$i_{AC} = 49,5 \sin(\omega t - 30^\circ) + 24,74 \sin(2\omega t - 60^\circ) + 12,36 \sin(4\omega t + 60^\circ) + \\ + 9,89 \sin(5\omega t + 30^\circ) + 7,06 \sin(7\omega t - 30^\circ) + 6,17 \sin(8\omega t - 60^\circ) + \\ + 4,94 \sin(10\omega t + 60^\circ) + 4,49 \sin(11\omega t + 30^\circ) + \dots$$

În fig. 2.22,  $g$  s-a reprezentat unda fundamentală 1 și armonicile de ordin 2, 4, 5, 7, 8. Armonicile de ordin  $3n$  ( $n = 1, 2, 3 \dots$ ) sînt egale cu zero. Spectrul armonicilor curentului  $i_{AC}(t)$  este reprezentat în fig. 2.22,  $h$ .

$$c. \quad U_{d \text{ ef } n} = U_{d \text{ med}} \frac{\sqrt{2}}{1 - n^2 p^2} \cos \alpha_0 \sqrt{1 + n^2 m^2 \operatorname{tg}^2 \alpha_0} \quad (2.89)$$

sau

$$\frac{|U_{d \text{ ef } n}|}{U_{d0 \text{ med}}} = \frac{\sqrt{2}}{|1 - n^2 m^2|} \cos \alpha_0 \sqrt{1 + n^2 m^2 \operatorname{tg}^2 \alpha_0}$$

$$\frac{|U_{d \text{ ef } n}|}{U_{d0 \text{ med}}} = \frac{\sqrt{2}}{|1 - 9|} \cos \alpha_0 \sqrt{1 + 9 \operatorname{tg}^2 \alpha_0}$$

$$\frac{|U_{d \text{ ef } 2}|}{U_{d0 \text{ med}}} = \frac{\sqrt{2}}{|1 - 9 \cdot 2^2|} \cos \alpha_0 \sqrt{1 + 36 \operatorname{tg}^2 \alpha_0} \text{ ș.a.m.d.}$$

În fig. 2.21,  $l$  este dată dependența raportului  $\frac{U_{d \text{ ef } n}}{U_{d0 \text{ med}}}$  în funcție de unghiul de comandă, pentru armonicile  $n = 1, 2$  și  $3$ .

**Problema 2.1.5.4.** Un motor de curent continuu cu parametrii:  $P_N = 20 \text{ kW}$ ;  $U_N = 110 \text{ V}$ ;  $R_A = 0,08 \Omega$ ;  $L_d = \infty$ ,  $k_\Phi \Phi_e = 0,86 \text{ Wb}$ , se conectează la rețeaua de c.a. trifazată ( $U_f = 220 \text{ V}$ ;  $f = 50 \text{ Hz}$ ) prin intermediul unui redresor trifazat cu nul (fig. 2.23), cu transformator Yy, cu raport de transformare  $1:0,75$ . Se cere:

a. unghiul de comandă  $\alpha$  și turația pentru care motorul funcționează la tensiunea și puterea nominală;

b. unghiul de comandă  $\alpha$  pentru care motorul este frinat cu o putere de  $P_F = 15 \text{ kW}$ , la  $n = 750 \text{ rot/min}$ ;

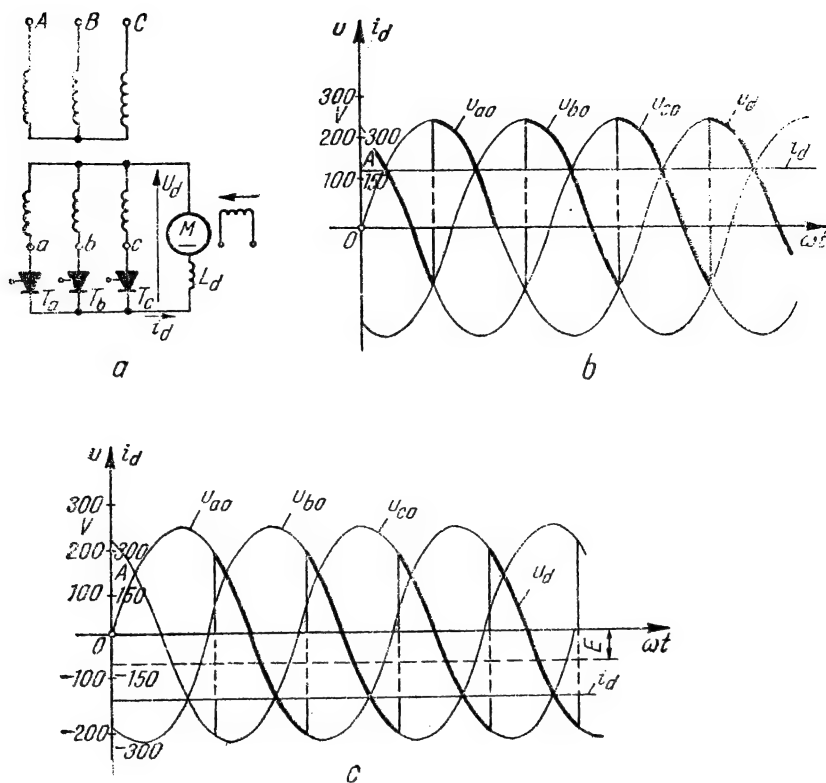


Fig. 2.23. Redresor trifazat cu nul avînd sarcina o mașină de curent continuu.

e. să se reprezinte variația în timp a curentului și tensiunii pentru cazurile considerate la punctele a și b;

d. să se determine unghiul de comandă maxim, în regim de inverter, pentru: 1) transformator ideal; 2) căderea de tensiune inductivă  $\omega L_{2\sigma} I_{2f} = 0,05 U_{2f}$ .

*Rezolvare*

a. 
$$U_{d\alpha med} = k_m U_m \cos \alpha = U_N$$

$$\cos \alpha = \frac{U_N}{k_m U_m} = \frac{101}{\frac{3}{\pi} \sin \frac{\pi}{3} \sqrt{2} \cdot 0,75 \cdot 220} = 0,581 \Rightarrow 55^\circ$$

$$I_{d med} = \frac{P_N}{U_N} = \frac{20\,000}{110} = 181,82 \text{ A}$$

$$E = U_N - I_{d med} R_A = 110 - 181,82 \cdot 0,08 = 95,45 \text{ V}$$

$$n = \frac{E}{2\pi k_e \Phi_e} = \frac{95,45}{2\pi \cdot 0,86} = 17,66 \text{ rot/s} \approx 1\,060 \text{ rot/min.}$$



$$\begin{aligned} \text{b. } U_{dx \text{ med}} &= -E + I_{d \text{ med}} R_A = -\omega k_e \Phi_e + \frac{x_F}{\omega k_e \Phi_e} R_A = - \\ &= -\frac{2\pi 750}{60} 0,86 + \frac{15\,000}{\frac{2\pi 750}{60} 0,86} 0,08 = -67,54 + 17,76 = -49,78 \text{ V} \end{aligned}$$

$$\cos \alpha = \frac{U_{dx \text{ med}}}{k_m U_m} = -\frac{49,78}{0,827 \sqrt{2} 0,75 \cdot 220} = -0,1764 \Rightarrow \alpha = 100^\circ$$

$$I_{d \text{ med}} = \frac{P_F}{\omega k_e \Phi_e} = 222 \text{ A.}$$

e. În fig. 2.23, *b* și *c* sînt reprezentate formele de undă ale tensiunii  $u_d$  și curentului  $i_d$  pentru cazurile considerate la punctele *a* și *b*.

$$\text{d. } \alpha_{max1} = 2\pi - \frac{2\pi}{p} - \frac{\pi}{p} - \beta_s.$$

Presupunînd că tiristoarele au timpul de revenire de 50  $\mu$ s, se va considera unghiul de siguranță  $\beta_s = 1^\circ$ . În acest caz rezultă:

$$\alpha_{max1} = 2\pi - \frac{3\pi}{3} - \frac{1}{180} = \pi - 5,55 \cdot 10^{-3} = 3,136 \text{ rad} = 179^\circ.$$

$$\alpha_{max2} = 2\pi - \frac{2\pi}{p} - \gamma - \frac{\pi}{p} - \beta_s = \alpha_{max1} - \gamma = 179^\circ - 21^\circ = 158^\circ$$

$$\begin{aligned} \cos \alpha - \cos(\alpha + \gamma) &= \frac{\omega L_{2\sigma} I_{d \text{ med}}}{U_m \sin \frac{\pi}{p}} = \frac{\omega L_{2\sigma} \cdot I_{2f}}{\sqrt{2} U_{2f} \sin \frac{\pi}{p}} \cdot \frac{I_d}{I_{2f}} = \\ &= \frac{0,05 U_{2f}}{\sqrt{2} U_{2f} \sin \frac{\pi}{3}} \sqrt{3} = \frac{0,05}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}/2} = \frac{2 \cdot 0,05}{2} = 0,0707 \rightarrow \gamma = 21^\circ. \end{aligned}$$

**Problema 2.1.5.5.** Un motor de curent continuu cu excitație independentă este alimentat de la rețeaua de c.a. trifazată ( $U_f = 220 \text{ V}$ );  $f = 50 \text{ Hz}$ ) prin intermediul unui redresor trifazat cu nul (fig. 2.24). Parametrii motorului sînt:  $R_A = 0,6 \, \Omega$ ;  $L_A = 2,12 \text{ mH}$ ;  $k_e \Phi_e = 1,78 \text{ Wb}$ . Se cere:

a. expresia curentului pentru:  $\alpha = 30^\circ$ ;  $n = 1\,000 \text{ rot/min}$ ;

b. valoarea inductivității bobinei de netezire, astfel încît pentru  $\alpha = 30^\circ$ , curentul limită  $I_{AL} = 15 \text{ A}$ ;

c. unghiul de comandă limită  $\alpha_{0L}$ , sub care funcționarea redresorului are loc numai în regim neîntrerupt.

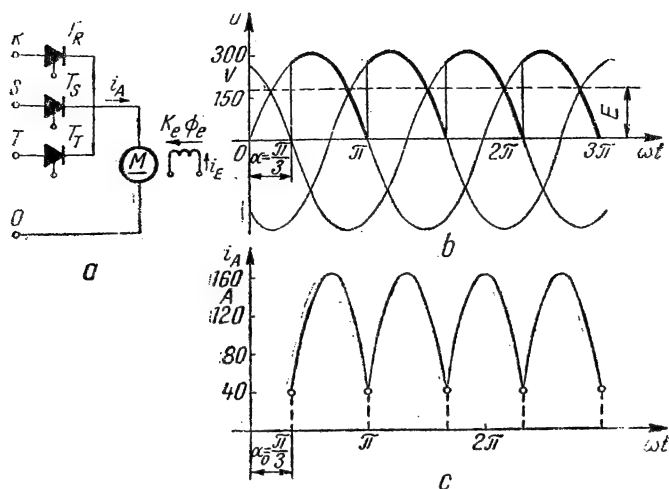


Fig. 2.24. Redresor trifazat cu nul.

### Rezolvare

a. Expresia curentului  $i_A$ , pentru regimul de curent neîntrerupt permanent, este (v. rel. 2.8):

$$i_A = I_m \sin(\omega t - \varphi) - \frac{E}{R_A} - \left[ I_m \sin(\alpha_0 - \varphi) - \frac{E}{R_A} \right] e^{-(\omega t - \alpha_0) \operatorname{ctg} \varphi} + I_{0\infty} e^{-(\omega t - \alpha_0) \operatorname{ctg} \varphi},$$

în care:

$$I_{0\infty} = I_m \frac{\sin\left(\frac{2\pi}{p} + \alpha_0 - \varphi\right) - \sin(\alpha_0 - \varphi) e^{-\frac{2\pi}{p} \operatorname{ctg} \varphi}}{1 - e^{-\frac{2\pi}{p} \operatorname{ctg} \varphi}} - \frac{E}{R}.$$

Cu datele problemei, se obține:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L_A}{R_A} = \frac{314 \cdot 2,12 \cdot 10^{-3}}{0,6} = 1,109 \rightarrow \varphi = 47,49^\circ = 0,837 \text{ rad}$$

$$I_m = \frac{U_m}{Z} = \frac{\sqrt{2} \cdot 220}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} = \frac{\sqrt{2} \cdot 220}{\sqrt{0,6^2 + (314 \cdot 2,12 \cdot 10^{-3})^2}} = 347 \text{ A}$$

$$E = \Omega k_e \Phi_e = \frac{2\pi \cdot 1000}{60} \cdot 1,42 = 148,7 \text{ V}$$

$$\alpha_0 = \alpha + \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3} \text{ rad} = 60^\circ$$

$$I_{0\infty} = 347 \frac{\sin(120^\circ + 60^\circ - 47,97^\circ) - \sin(60^\circ - 47,97^\circ) e^{-\frac{2\pi}{3} \cdot 0,901}}{1 - e^{-\frac{2\pi}{3} \cdot 0,901}} - \frac{148,7}{0,6} = 43 \text{ A}$$

$$i_A = 347 \sin(\omega t - 0,837) - 248 + 175 e^{-(\omega t - 1,04)0,901} + 43 e^{-(\omega t - 1,04)0,901}.$$

b. Valoarea inductivității totale, rezultă din relația :

$$L_d = 1,26 \frac{U_{d0 \max}}{I_{dL}} \sin \alpha = 1,26 \frac{\sqrt{2} \cdot 220}{15} \sin 30^\circ = 13,06 \text{ mH.}$$

Inductivitatea bobinei de netezire :

$$L_B = L_d - L_A = 13,06 - 2,12 = 10,94 \text{ mH.}$$

$$\text{e.} \quad \alpha_{0L} = \arctg \frac{\frac{p}{\pi} \sin^2 \frac{\pi}{p}}{1 - \frac{p}{2\pi} \sin \frac{2\pi}{p}} \quad (2.90)$$

$$\alpha_{0L} = \arctg \frac{\frac{3}{\pi} \sin^2 \frac{\pi}{3}}{1 - \frac{3}{2} \sin \frac{2\pi}{3}} = 50,68^\circ$$

$$\alpha_L = 50,68^\circ - 30^\circ = 20,68^\circ.$$

#### 2.1.6. REDRESOARE TRIFAZATE ÎN PUNTE

**Problema 2.1.6.1.** Un redresor trifazat punte comandat (fig. 2.25, a) alimentat de la rețeaua de c.a. trifazată ( $U_f = 220 \text{ V}$ ;  $f = 50 \text{ Hz}$ ) debitează pe o sarcină rezistiv-inductivă :  $R_d = 5 \Omega$ ;  $L_d = 0,016 \text{ H}$ . Raportul de transformare al transformatorului :  $k = w_1/w_2 = 2,4 : 1$ .

Se cere :

a. expresia curentului  $i_d$ , corespunzătoare regimului de conducție permanentă ;

b. graficul tensiunii  $u_d$  și a curentului  $i_d$ , pentru  $\alpha = 0^\circ$ ;  $\alpha = 75^\circ$ ;

c. valoarea medie a tensiunii  $U_d$  pentru  $\alpha = 0^\circ$  și  $\alpha = 75^\circ$ ;

d. variația tensiunii  $u_d$  și a curentului  $i_d$ , pentru : 1)  $R_d = 5 \Omega$ ;  $L_d = 0$ ;  $\alpha = 90^\circ$ ; 2)  $R_d = 5 \Omega$ ;  $L_d = \infty$ ;  $\alpha = 90^\circ$ .

e. Variația tensiunii  $u_d$  și a curentului  $i_d$  pentru  $R_d = 5 \Omega$ ;  $L_d = \infty$ ,  $\alpha = 90$ , în cazul conectării în paralel cu sarcina a diodei de fugă

*Rezolvare*

a. Expresia curentului  $i_d$  este :

$$i_d = I_m [\sin(\omega t - \varphi) - \sin(\alpha_0 - \varphi) e^{-(\omega t - \alpha_0) \operatorname{ctg} \varphi}] + I_{0\infty} e^{-(\omega t - \alpha_0) \operatorname{ctg} \varphi}.$$

$$I_m = \frac{U_m}{Z} = \frac{\sqrt{2} \cdot 380/2,4}{\sqrt{5^2 + (314 \cdot 0,016)}} = 31,6 \text{ A}$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L}{R} = \frac{314 \cdot 0,016}{5} = 1 \rightarrow \varphi = 45^\circ$$

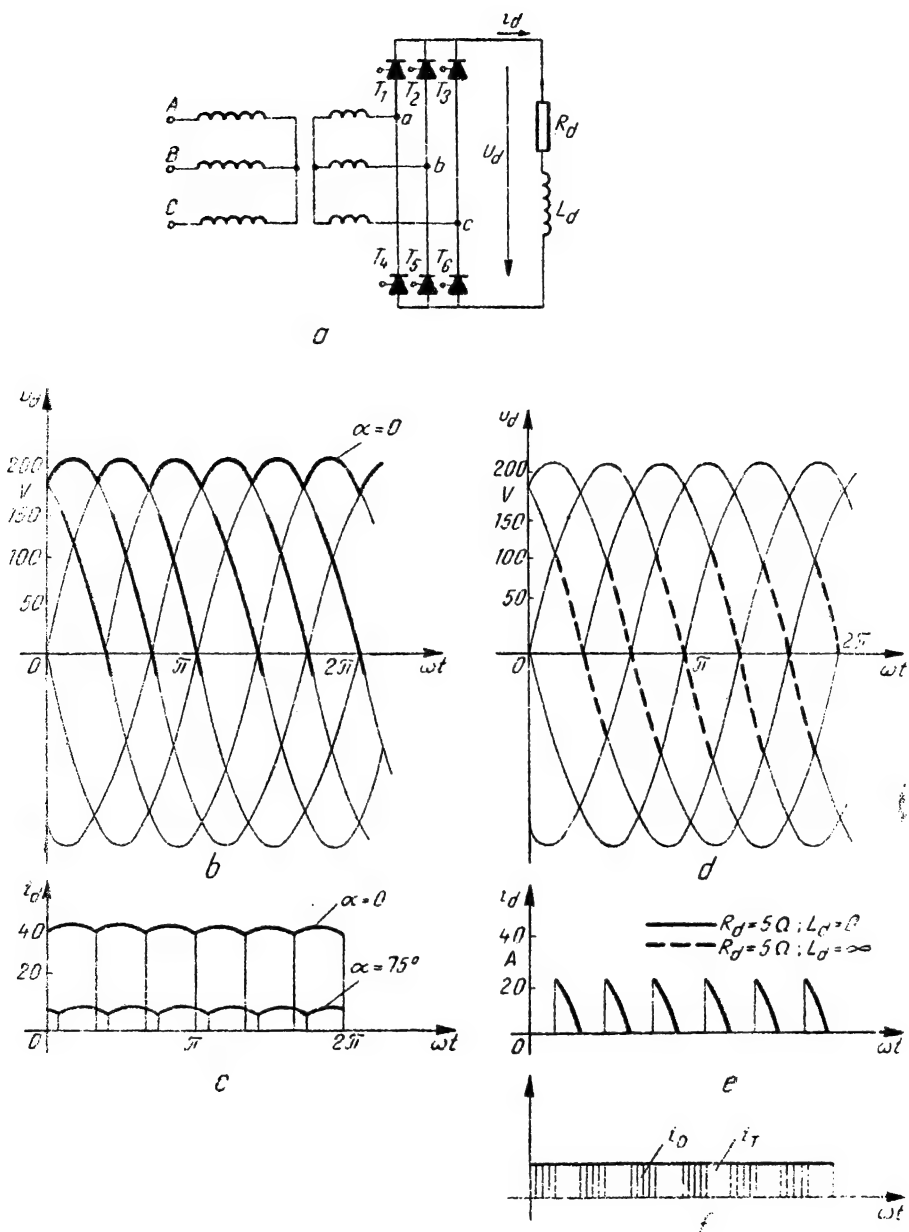


Fig. 2.25. Redresor trifazat în punte.

$$I_{0\infty} = I_m \frac{\sin\left(\frac{2\pi}{m} + \alpha_0 - \varphi\right) - \sin(\alpha_0 - \varphi)e^{-\frac{2\pi}{m}\operatorname{ctg}\varphi}}{1 - e^{-\frac{2\pi}{m}\operatorname{ctg}\varphi}} =$$

$$= 48,87 \sin(\alpha + 75^\circ) - 17,26 \sin(\alpha + 15^\circ).$$

$$i_d = 31,6[\sin(\omega t - 45^\circ) - \sin(\alpha + 15^\circ)e^{-(\omega t - \alpha - \pi/3)}] +$$

$$+ [48,87\sin(\alpha + 75^\circ) - 17,26 \sin(\alpha + 15^\circ)]e^{-(\omega t - \alpha - \pi/3)}.$$

b. Pentru  $\alpha = 0$ :

$$i_{d0} = 31,6[\sin(\omega t - 45^\circ) - \sin 15^\circ e^{-(\omega t - \pi/3)}] +$$

$$+ (48,87 \sin 75^\circ - 17,26 \sin 15^\circ)e^{-(\omega t - \pi/3)} =$$

$$= 31,6 \sin(\omega t - 45^\circ) - 8,17 e^{-(\omega t - \pi/3)} +$$

$$+ 42,62 e^{-(\omega t - \pi/3)},$$

iar pentru  $\alpha = 75^\circ$ :

$$i_c = 31,6[\sin(\omega t - 45^\circ) - \sin(75^\circ + 15^\circ)e^{-(\omega t - 2,356)}] +$$

$$+ [48,87 \sin(75^\circ + 75^\circ) - 17,26 \sin(75^\circ + 15^\circ)]e^{-(\omega t - 2,356)} =$$

$$= 31,6 \sin(\omega t - 45^\circ) - 31,6 e^{-(\omega t - 2,356)} + 7,17 e^{-(\omega t - 2,356)}$$

$$c. \quad U_{d0 \text{ med}} = k_p U_m = \frac{p}{\pi} \sin \frac{\pi}{m} U_m = \frac{6}{\pi} \sin \frac{\pi}{p} \frac{\sqrt{2} \cdot 380}{2,4} = 214 \text{ V}$$

$$U_{d \text{ med}}(\alpha = 75^\circ) = U_{d0 \text{ med}} \cos \alpha = 214 \cos 75^\circ = 55,4 \text{ V}.$$

d. În fig. 2.25, *b* este reprezentată forma de undă a tensiunii  $u_d$ , iar în fig. 2.25, *c* variația curentului  $i_d$  pentru  $R_d = 5 \Omega$ ;  $L_d = 0$ ;  $\alpha = 0$  și  $\alpha = 75^\circ$ .

e. În fig. 2.25, *d* și *e* s-au reprezentat formele de undă ale tensiunii  $u_d$  și curentului  $i_d$  pentru  $R_d = 5 \Omega$ ;  $L_d = \infty$ ;  $\alpha = 90^\circ$ , în prezența diodei de fugă.

**Problema 2.1.6.2.** Parametrii sarcinii redresorului trifazat în punte (fig. 2.26, *a*) sînt:  $R_d = 12 \Omega$ ;  $L_d = \infty$ . Raportul de transformare al transformatorului  $k = w_1/w_2 = 2:1$ , iar reactanța de dispersie a înfășurărilor secundare  $X_\sigma = \omega L_{2\sigma} = 0,3 \Omega$ . Tensiunea de fază primară:  $U_f = 220 \text{ V}$ ;  $f = 50 \text{ Hz}$ .

Se cer:

a. graficele curenților:  $i_d = f(t)$ ;  $i_{T1} = f(t)$  și  $i_{T4} = f(t)$ ; pentru  $\alpha = 0$ .

b. valoarea medie a curentului  $i_d$  și a tensiunii  $u_d$ .

c. unghiul de comutație  $\gamma$ .

d. valoarea medie a curentului prin tiristoare.

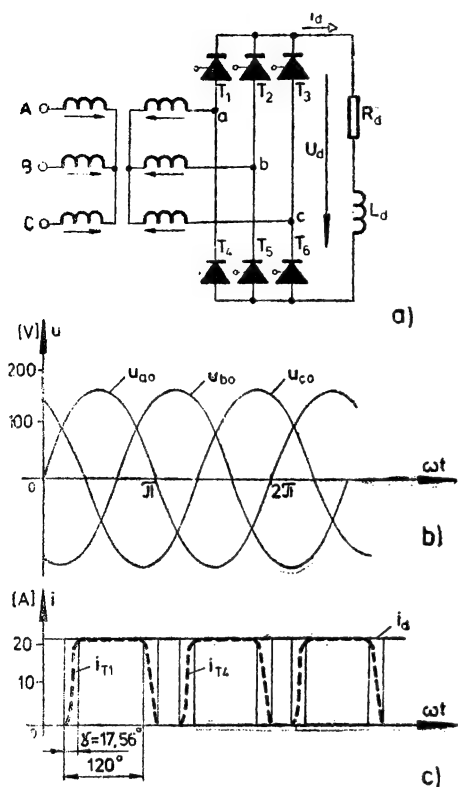


Fig. 2.26. Redresor trifazat în punte.

*Rezolvare*

a. v. fig. 2.21, b.

b. Valoarea medie a curentului este dată de relația:

$$I_{d \text{ med}} = \frac{U_{d0}}{R_d + \frac{3X_\sigma}{\pi}} = \frac{2,34 \cdot 220/2}{12 + \frac{3 \cdot 0,3}{\pi}} = 20,94 \text{ A}$$

iar valoarea medie a tensiunii redresate:

$$U_{d0\gamma \text{ med}} = U_{d0 \text{ med}} - \frac{2 I_{d \text{ med}} X_\sigma}{2\pi/3} = 2,34 \cdot 110 - \frac{2 \cdot 20,94 \cdot 0,3}{2\pi/3} = 251,4 \text{ V.}$$

c. Unghiul de comutație  $\gamma$  rezultă din expresia:

$$\begin{aligned} \cos \gamma &= 1 - \frac{I_{d \text{ med}} X_\sigma}{\sqrt{2} U_f \sin \frac{\pi}{3}} \\ &= 1 - \frac{20,94 \cdot 0,3}{\sqrt{2} \cdot 110 \cdot \sqrt{3}/2} \\ &= 0,953 \rightarrow \gamma = 17,56^\circ \end{aligned}$$

$$d. I_T \text{ med} = \frac{I_{d \text{ med}}}{3} = \frac{20,94}{3} = 6,98 \text{ A.}$$

## 2.2. INVERTOARE CU COMUTAȚIE DE LA SARCINĂ

Invertoarele realizează convertirea curentului continuu în curent alternativ. Energia reactivă de comutație poate fi furnizată de la:

a) *Rețeaua de curent alternativ*, spre care se transmite energia electrică. Din această categorie fac parte convertoarele de două cadrane cu comutație naturală de la rețea, care sînt tratate în paragraful 2.1 la redresoarele în regim de invertor.

b) *Circuite de stingere* cu condensatoare. Aceste invertoare sînt cu comutație proprie și sînt tratate la convertoare cu comutație forțată paragraful 3.4.

c) *Sarcină* capabilă să furnizeze energia reactivă necesară comutației. Aici se pot enumera invertoarele care alimentează mașinile sincrone și invertoarele cu circuit oscilant, tratate în paragraful care urmează.

### 2.2.1. INVERTOARE CU CIRCUIT OSCILANT SERIE

În figura 2.27 este prezentat un invertor monofazat în punte cu circuit *RLC* serie.

Sînt comandate concomitent tiristoarele  $T_1$  și  $T_3$ , respectiv după o semiperioadă  $T_2$  și  $T_4$ . Tensiunea  $U_d$  este aplicată sarcinii în mod alternativ, cu sens pozitiv și negativ. Astfel se poate scrie:

$$u_s = U_d, \quad 0 < t < 0,5 T; \quad (2.91.1)$$

$$u_s = -U_d, \quad 0,5 T < t < T. \quad (2.91.2)$$

Pulsația undei de ieșire este:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f, \quad (2.92)$$

unde  $f$  este frecvența fundamentalei.

Dacă parametrii *RLC* ai circuitului de sarcină sînt astfel aleși încît la variația rectangulară a tensiunii răspunsul să fie un curent de sarcină oscilatoriu, atunci curentul  $i_s$  poate să-și schimbe sensul înainte de schimbarea sensului tensiunii. Astfel, la sfîrșitul fiecărei semiperioade curentul este preluat de o diodă. În regim stabilizat, variația curentului pe semiperioada a doua este de sens opus. Astfel se poate scrie:

$$i_s(0) = i_s(T) = I_{s0} \quad (2.93)$$

$$i_s(0,5T) = i_s(1,5T) = -I_{s0}, \quad (2.94)$$

unde

$$i_s(0) = I_{s0} > 0. \quad (2.95)$$

Durata de conducție a tiristorului  $T_1$  depinde de momentul  $t_d$  de trecere a curentului prin zero, cînd  $T_1$  se blochează. Pe durata de conducție a diodei  $D_1$ , tiristorul  $T_1$  este polarizat invers, dar de la începutul semiperioadei a doua, iarăși va fi polarizat direct. Astfel, pentru asigurarea blocării tiristoarelor este necesar ca:

$$\frac{T}{2} - T_d = T_q > t_{rev}, \quad (2.96)$$

unde  $t_{rev}$  este timpul de revenire a tiristoarelor. Pentru ca invertorul să fie cu comutație naturală trebuie să fie satisfăcută condiția (2.95) și (2.96).

Se poate realiza un invertor monofazat cu mai puține dispozitive semiconductoare, dacă se dublează sursa. Un astfel de invertor este prezentat în figura 2.28. Din punctul de vedere al sarcinii, acest invertor realizează aceeași funcție ca cel în punte (fig. 2.27), diferă însă prin puterea absorbită de la surse. Aici curentul unei surse  $i_{d1}$  sau  $i_{d2}$  va avea valoarea medie și efectivă, 0,5 respectiv 0,707 ori  $i_d$  curentul sursei de la schema în punte.

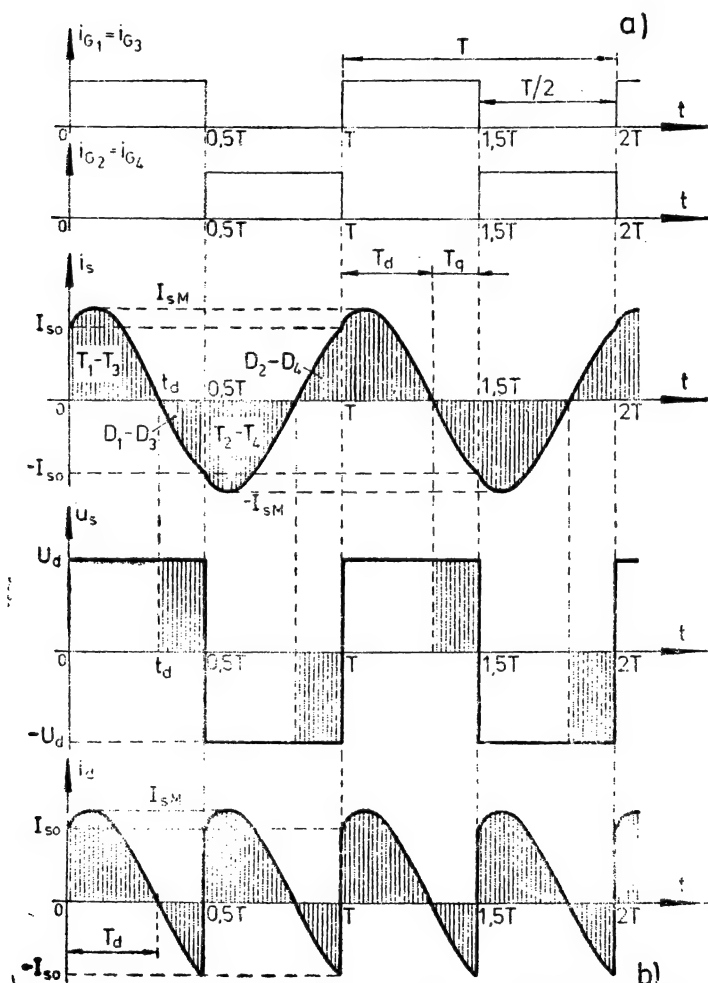
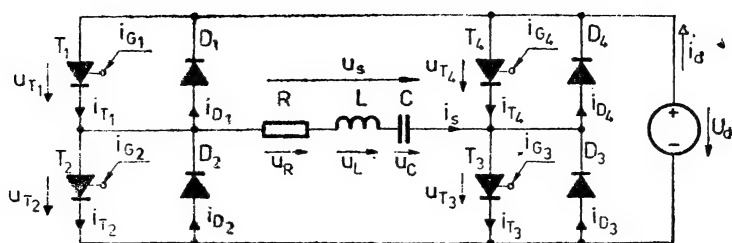


Fig. 2.27. Invertor monofazat în punte cu circuit  $RLC$  serie:  
*a* — schema electrică; *b* — variația în timp a curentului  $i_s$  și tensiunii  $u_s$   
 a sarcinii și curentul  $i_d$  prin sursa de c.c.



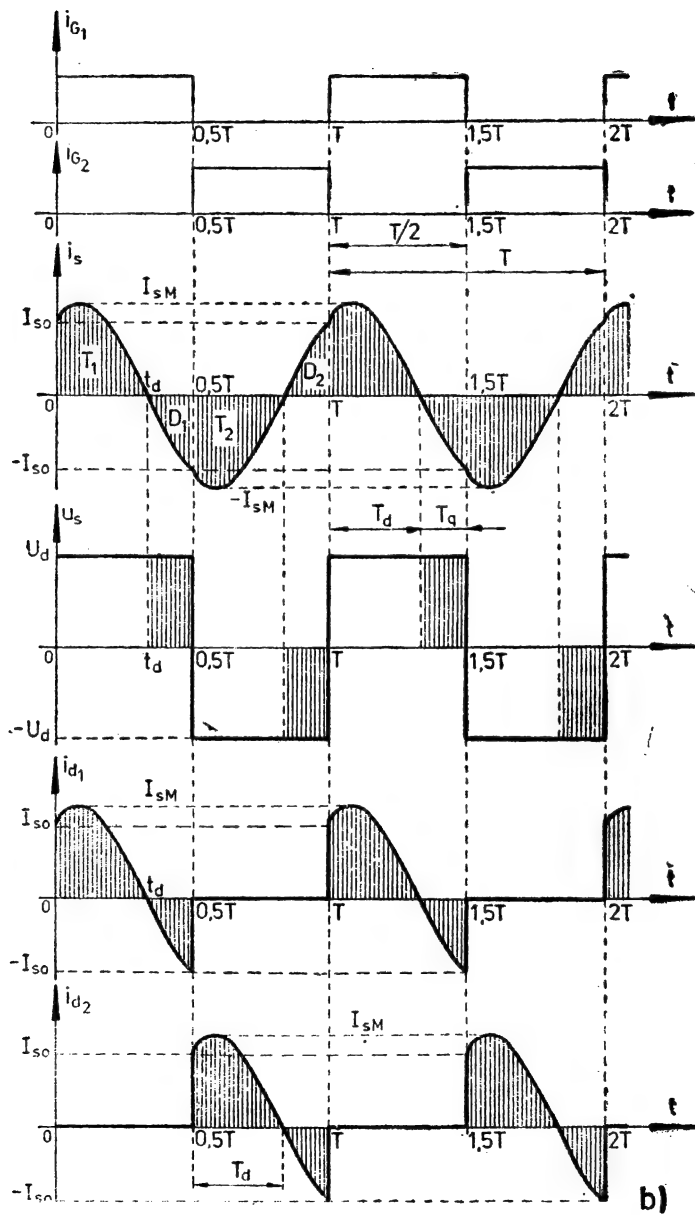
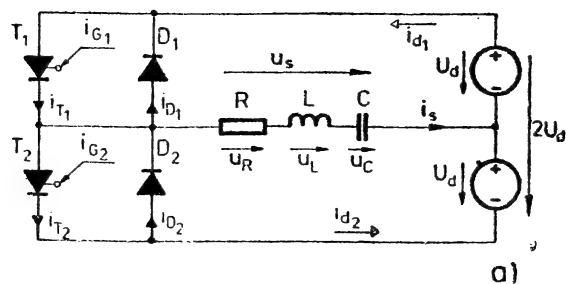


Fig. 2.28. Invertor monofazat alimentat de la două surse de c.c.:  
a — schema electrică; b — variația în timp a curentului  $i_s$  și a tensiunii  $u_s$ , a sarcinii și a curenților  $i_{d1}$ , respectiv  $i_{d2}$  prin sursele de c.c.

Indiferent care variantă se discută, tensiunea sarcinii poate fi scrisă :

$$u_s = u_R + u_L + u_C \quad (2.97)$$

relație care poate fi scrisă sub forma :

$$u_s = Ri_s + L \frac{di_s}{dt} + \frac{1}{C} \int_0^t i_s dt + U_{C0} \quad (2.98)$$

unde

$$u_C(0) = U_{C0} \quad (2.99)$$

este tensiunea inițială pe condensator.

Știind că  $u_s$  este totdeauna o constantă, vezi (2.91.1) și (2.91.2), prin derivare se obține :

$$\frac{d^2 i_s}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{di_s}{dt} + \frac{1}{LC} i_s = 0. \quad (2.100)$$

Deoarece curentul trebuie să fie oscilatoriu trebuie satisfăcută (A.2.17), adică factorul de amortizare a circuitului

$$\delta = \frac{R}{2L} \quad (2.101)$$

trebuie să fie mai mic decît pulsația proprie a circuitului :

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad (2.102)$$

deci se poate scrie

$$\delta^2 < \omega_0^2, \quad (2.103.1)$$

adică :

$$C < \frac{4L}{R^2}. \quad (2.103.2)$$

În aceste condiții soluția ecuației diferențiale (2.100) este de forma expresiei (A.2.18).

Constantele de integrare se determină din condițiile (2.93) și (2.94) și astfel se obține :

$$i_s = I_{s0} e^{-\delta t} \left[ \cos(\omega_p t) - \frac{e^{\frac{\delta T}{2}} + \cos \omega_p \frac{T}{2}}{\sin \omega_p \frac{T}{2}} \sin \omega_p t \right], \quad (2.104)$$

unde

$$\omega_p = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}, \quad (2.105)$$

este *pseudopulsația* circuitului.

Curentul  $I_{s0}$  și tensiunea  $U_{c0}$  se determină din relația (2.93) dacă se cunoaște variația lui  $u_s$ . În cazul inverterului monofazat cu punct median,  $u_s$  este dat de expresiile (2.91.1) și (2.91.2). Determinarea curentului prin această metodă este destul de greoaie. Utilizînd descompunerea în serie Fourier se poate lucra cu componenta fundamentală a curentului și calculele sînt mai simple.

Variația tensiunii sarcinii poate fi scrisă conform anexei A.1 sub forma :

$$u_s = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4U_d}{n\pi} \sin n\omega t \quad n = 1, 3, 5 \dots \quad (2.106)$$

Astfel curentul sarcinii este

$$i_s = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4U_d}{n\pi Z_n} \sin(n\omega t - \varphi_n) \quad n = 1, 3, 5 \dots \quad (2.107)$$

unde

$$Z_n = \sqrt{R^2 + \left(n\omega L - \frac{1}{n\omega C}\right)^2}, \quad (2.108)$$

$$\varphi_n = \arctg \frac{n\omega L - \frac{1}{n\omega C}}{R}. \quad (2.109)$$

Curentul de sarcină în momentul inversării tensiunii sursei se obține din (2.107) la  $t = 0$ . Dacă  $I_{s0} > 0$  inverterul poate fi cu comutație naturală, dar cînd  $I_{s0} < 0$  totdeauna este necesară asigurarea comutației forțate. Deoarece cu creșterea ordinului scade amplitudinea curentului armonicii respective, cu bună aproximație se poate lucra cu curentul fundamentalei.

**Problema 2.2.1.1.** Consumatorul inductiv cu datele  $R = 1,5 \, \Omega$  și  $L = 4 \, \text{mH}$  este alimentat de la sursa de tensiune continuă cu  $U_d = 24 \, \text{V}$  prin intermediul unui inverter monofazat cu punct median care lucrează la 400 Hz. Tiristoarele au un timp de revenire  $t_{rev} = 80 \, \mu\text{s}$ .

Să se determine :

- Capacitatea condensatorului care legat în serie cu sarcina asigură comutația naturală ;
- Variația curentului prin sarcină ;
- Variația tensiunii rezistenței, bobinei și condensatorului ;
- Variația curentului prin dispozitive semiconductoare și sursă.

*Rezolvare*

Pentru ca inverterul să lucreze cu comutație naturală trebuie asigurate condițiile (2.95) și (2.96).

Pentru predimensionare se va lucra cu fundamentala curentului. Ținînd seama de condiția (2.95), din (2.109) la  $n = 1$  se obține :

$$\tg \varphi_1 = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} < 0. \quad (2.110)$$

Înmulțind relația (2.105) cu  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  se poate scrie :

$$\pi - \omega T_{d1} = \omega T_{q1} = -\varphi_1 > \omega t_{rev} \quad (2.111)$$

Indicele 1 indică faptul că este vorba de unda fundamentală).

a. Din relațiile (2.110) și (2.111) rezultă formula de dimensionare a condensatorului :

$$C \leq \frac{1}{\omega} \frac{1}{\omega L + R \operatorname{tg}(\sigma \omega t_{rev})}, \quad (2.112)$$

unde  $\sigma$  este factorul de siguranță. Cu datele problemei, luând  $\sigma = 1,5$  și știind că

$$\omega = 2\pi f = 2\pi 400 = 2\,513,3 \text{ rad/s},$$

se obține :

$$\begin{aligned} C &\leq \frac{1}{2\pi 400} \frac{1}{2\pi 400 \times 4 \times 10^{-3} + 1,5 \cdot \operatorname{tg}(2\pi 400 \times 1,5 \cdot 8 \cdot 10^{-5})} = \\ &= 37,8 \cdot 10^{-6} \text{ F} = 37,8 \text{ } \mu\text{F}. \end{aligned}$$

Se va lua pentru condensator  $C = 37,5 \text{ } \mu\text{F}$ . Se verifică inegalitatea (2.103.2) pentru a asigura regimul oscilant.

$$\frac{4L}{R^2} = \frac{4 \times 4 \cdot 10^{-3}}{1,5^2} = 7,11 \text{ mF} > C = 37,5 \text{ } \mu\text{F}.$$

Se recalculează mărimile

$$\varphi_1 = \arctg \frac{2\pi 400 \times 4 \cdot 10^{-3} - \frac{10^6}{2\pi 400 \times 37,5}}{1,5} = -0,389 \simeq -22^\circ 19'$$

$$t_{q1} = -\frac{\varphi_1}{\omega} = \frac{0,389}{2\pi 400} = 155 \text{ } \mu\text{s} > t_{rev} = 80 \text{ } \mu\text{s}.$$

Pulsația proprie a circuitului, conform relației (2.102) este

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{4 \cdot 10^{-3} \times 37,5 \cdot 10^{-6}}} = 2\,582 \text{ rad/s}.$$

adică o frecvență proprie de  $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = 410,9 \text{ Hz}$ .

Factorul de amortizare este

$$\delta = \frac{R}{2L} = \frac{1,5}{2 \times 4 \cdot 10^{-3}} = 187,5 \text{ s}^{-1};$$

și pseudopulsația :

$$\omega_p = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} = 2\,575 \text{ rad/s}.$$

căruia îi corespunde o frecvență și o perioadă :

$$f_p = 409,8 \text{ Hz}; T_p = 2,44 \text{ ms}.$$

b. Pentru determinarea variației în timp a curentului sarcinii trebuie calculat  $I_{s0}$ , după cum urmează:

Se calculează mărimile corespunzătoare undei fundamentale:

$$U_{m1} = \frac{4U_d}{\pi} = \frac{4 \times 24}{\pi} = 30,56 \text{ V},$$

$$U_{ef1} = \frac{U_{m1}}{\sqrt{2}} = \frac{30,56}{\sqrt{2}} = 21,61 \text{ V},$$

$$X_{L1} = 2\pi fL = 800\pi \times 4 \cdot 10^{-3} = 10,05 \text{ } \Omega,$$

$$X_{C1} = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{10^6}{800\pi \times 37,5} = 10,61 \text{ } \Omega,$$

$$Z_1 = \sqrt{R^2 + (X_{L1} - X_{C1})^2} = \sqrt{1,5^2 + (10,05 - 10,61)^2} = 1,6 \text{ } \Omega,$$

$$I_{m1} = \frac{U_{m1}}{Z_1} = \frac{30,56}{1,6} = 19,085 \text{ A},$$

$$I_{ef1} = \frac{I_{m1}}{\sqrt{2}} = 13,495 \text{ A},$$

$$\varphi_1 = \arctg \frac{X_{L1} - X_{C1}}{R} = \arctg \frac{10,56 - 10,61}{1,5} = -0,3917 \text{ rad} = -22^\circ 27',$$

$$i_{s1} = I_{m1} \sin(\omega t - \varphi_1) = 19,085 \sin(800\pi t + 0,3917) \text{ [A]},$$

$$i_{s1}(0) = 19,085 \sin 0,3917 = 7,286 \text{ A},$$

$$i_{s1}(0,5T) = 19,085 \sin(\pi + 0,3917) = -7,286 \text{ A}.$$

Se calculează mărimile corespunzătoare armonicii de ordinul trei:

$$U_{m3} = \frac{U_{m1}}{3} = \frac{4U_d}{3\pi} = \frac{30,56}{3} = 10,18 \text{ V},$$

$$U_{ef3} = \frac{U_{m3}}{\sqrt{2}} = \frac{10,18}{\sqrt{2}} = 7,2 \text{ V},$$

$$X_{L3} = 3X_{L1} = 3 \times 10,05 = 30,15 \text{ } \Omega,$$

$$X_{C3} = \frac{X_{C1}}{3} = \frac{10,61}{3} = 3,54 \text{ } \Omega,$$

$$Z_3 = \sqrt{R^2 + (X_{L3} - X_{C3})^2} = 26,65 \text{ } \Omega,$$

$$I_{m3} = \frac{U_{m3}}{Z_3} = 0,382 \text{ A},$$

$$I_{ef3} = \frac{I_{m3}}{\sqrt{2}} = 0,27 \text{ A},$$

$$\varphi_3 = \arctg \frac{X_{L3} - X_{C3}}{R} = \arctg \frac{30,15 - 3,54}{1,5} = 1,5145 \text{ rad} \cong 86^\circ 46',$$

$$i_{s3} = I_{m3} \sin(3\omega t - \varphi_3) = 0,382 \sin(2400\pi t - 1,5145) \text{ [A]},$$

$$i_{s3}(0) = 0,382 \sin(-1,5145) = -0,381 \text{ A},$$

$$i_{s3}(0,5T) = 0,382 \sin(3\pi - 1,5145) = +0,381 \text{ A}.$$

Mărimile corespunzătoare armoniilor superioare se calculează asemănător și se întocmește tabelul 2.3.

Tabelul 2.3

	UM	Ordinul armonicii: $n$					
		1	3	5	7	9	11
$U_{mn}$	V	30,56	10,18	6,11	4,36	3,4	2,78
$U_{efn}$	V	21,61	7,2	4,32	3,09	2,4	1,96
$X_{Ln}$	$\Omega$	10,05	30,15	50,25	7,35	90,4	110,55
$X_{Cn}$	$\Omega$	10,61	3,54	2,12	1,51	1,18	0,96
$Z_n$	$\Omega$	1,6	26,65	48,15	68,85	89,23	109,6
$\varphi_n$	rad	0,3917	1,5145	1,5396	1,549	1,554	1,557
$I_{mn}$	A	19,085	0,382	0,127	0,063	0,038	0,025
$I_{efn}$	A	13,495	0,270	0,089	0,045	0,027	0,018
$i_{sn}(0)$	A	7,286	- 0,381	- 0,127	- 0,063	- 0,39	- 0,025
$i_{sn}(0,5 T)$	A	- 7,286	0,381	0,127	0,063	0,038	0,025

Se poate vedea că amplitudinea curentului scade brusc cu creșterea ordinului armonicii. Cu datele din tabel se poate scrie expresia curentului sarcinii, conform (2.107) :

$$\begin{aligned}
 i_s(t) = & 19,085 \sin(800 \pi t + 0,3917) + \\
 & + 0,382 \sin(2\,400 \pi t - 1,5145) + \\
 & + 0,127 \sin(4\,000 \pi t - 1,5396) + \\
 & + 0,063 \sin(5\,600 \pi t - 1,549) + \\
 & + 0,038 \sin(6\,300 \pi t - 1,554) + \\
 & + 0,025 \sin(8\,800 \pi t - 1,557) + \dots [A].
 \end{aligned}$$

Valoarea inițială a curentului la începutul perioadei este :

$$I_{s0} = i_s(0) + i_{s3}(0) + i_{s5}(0) + \dots \quad (2.113)$$

și se obține

$$I_{s0} = 7,286 - 0,381 - 0,127 - 0,063 - 0,038 - 0,025 \dots = 6,652 \text{ A.}$$

Din expresia (2.113) se poate obține variația în timp a curentului :

$$\begin{aligned}
 i_s(t) = & 6,652 \cdot e^{-187,5t} \left[ \cos 2\,575 t - \frac{e^{\frac{187,5}{2 \times 400}} + \cos \frac{2575}{2 \times 400}}{\sin \frac{2575}{2 \times 400}} \sin 2\,575 t \right] [A] = \\
 = & 6,652 \cdot e^{-187,5t} [\cos 2\,575 t + 3,465 \sin 2\,575 t] [A] = \\
 = & 23,99 \cdot e^{-187,5t} \sin (2\,575 t + 0,281) [A].
 \end{aligned}$$

În semialternanța a doua curentul are aceeași variație, dar cu semn schimbat; în relația de mai sus  $t$  se înlocuiește cu  $t - T/2$ .

Curentul se anulează la  $t = T_d$ , deci egalând cu zero expresia curentului se obține:  $\sin(2575 T_d + 0,281) = 0$ , și rezultă:

$$T_d = \frac{\pi - 0,281}{2575} \text{ s} = 1,11 \text{ ms},$$

și din (2.105) se obține:

$$T_q = \frac{2,5}{2} - 1,11 = 0,14 \text{ ms} > t_{rev}.$$

Se poate observa că acest  $T_q = 109 \mu\text{s}$  calculat exact diferă de  $T_{q1} = 155 \mu\text{s}$ , calculat la prima aproximație din defazajul unei fundamentale. Datorită armonicilor superioare (de ordinul 3, 5, 7 etc.) curentul sarcinii este mai puțin defazat înaintea tensiunii, decât unda fundamentală de curent. De aceea totdeauna se consideră la dimensionare un factor de siguranță și apoi se verifică  $T_q > t_{rev}$  utilizând expresia exactă a lui  $i_s$ , conform relației (2.113).

e. Tensiunea pe rezistență,  $u_R$ , variază proporțional cu curentul:

$$u_R = R i_s = 35,985 e^{-187,5t} \sin(2575 t + 0,281) \text{ [V]}.$$

Tensiunea pe bobină se calculează prin derivarea expresiei curentului:

$$\begin{aligned} u_L = L \frac{di_s}{dt} &= 4 \cdot 10^{-3} \frac{d}{dt} [23,99 e^{-187,5t} \sin(2575 t + 0,281)] = \\ &= -247,75 e^{-187,5t} \sin(2575 t - 1,217) \text{ [V]}. \end{aligned}$$

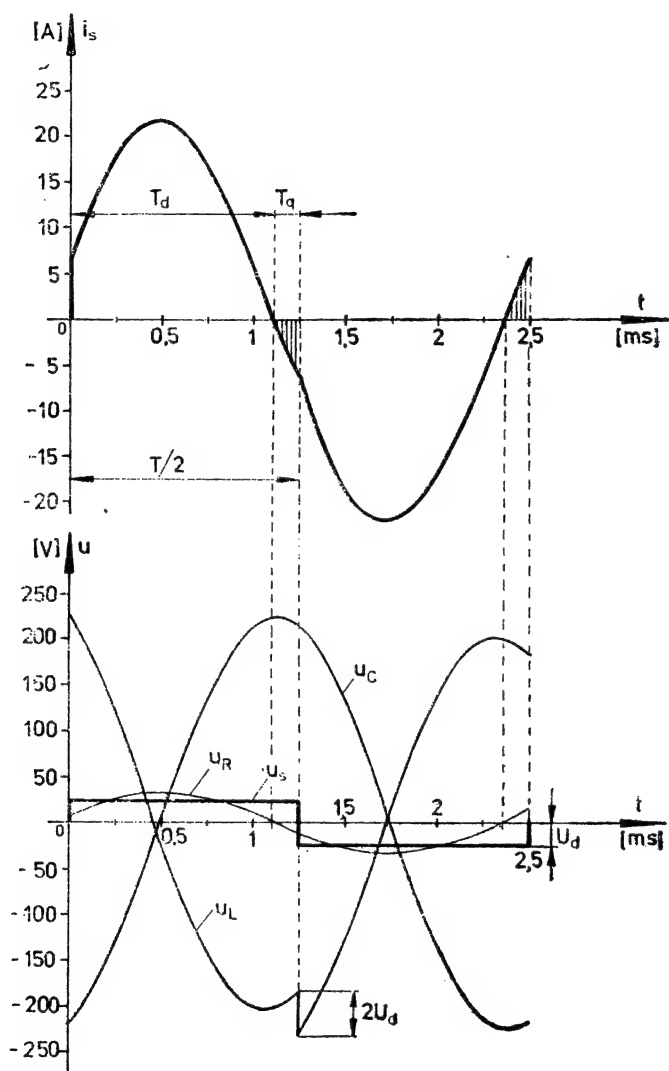
Tensiunea inițială pe condensator poate fi determinată din ecuația (2.106) la  $t = 0$ , când  $u_s(0) = \frac{U_d}{2} = 24 \text{ V}$  și  $u_C(0) = U_{C0}$  deci:

$$\begin{aligned} U_{C0} &= U_d - u_R(0) - u_L(0) = \\ &= 24 - 35,985 \sin 0,281 + 247,75 \sin(-1,217) = \\ &= 24 - 9,98 - 232,4 = -218,38 \text{ V}. \end{aligned}$$

Variația tensiunii pe plăcile condensatorului se obține prin integrarea curentului sarcinii

$$\begin{aligned} u_C &= \frac{1}{C} \int_0^t i_s dt + U_{C0} = \\ &= \frac{10^6}{37,5} \int_0^t 6,652 e^{-187,5t} \sin(2575t + 0,281) dt - 218,38 = \\ &= -68,7 e^{-187,5t} \sin(2575 t + 1,779) - 151,17 \text{ V} \end{aligned}$$

În figura 2.29 este reprezentată variația în timp a curentului sarcinii și tensiunea pe rezistență, inductivitatea și capacitatea sarcinii. Se poate vedea că tensiunea maximă pe condensator nu depășește valoarea  $(u_C)_{max} < 68,7 + 166,52 \approx 235$  V. În regim inițial condensatorul trebuie încărcat inițial la o tensiune negativă.



H1

Fig. 2.29. Variația în timp a curentului sarcinii unui invertor RLC serie și variația tensiunilor pe rezistență, inductivitate și condensator.



d. În figura 2.30 s-a reprezentat variația curenților prin dispozitive semiconductoare și surse. Curentul prin tiristoarele  $T_1$  și  $T_3$  variază conform expresiei  $i_s(t)$  pe intervalul  $0 \dots T_d = 1,11$  ms, apoi este zero pînă la sfîrșitul perioadei  $T = 1/f = 2,5$  ms. Curentul prin tiristoarele  $T_2$  și  $T_4$  are aceeași variație, dar pe intervalul de timp  $T/2 \dots T/2 + T_d$ , adică  $1,25 \dots 2,36$  ms, în rest este zero.

Curentul prin diodele  $D_1$  și  $D_3$  circulă în intervalul  $T_d \dots T/2$ , iar prin  $D_2$  și  $D_4$  în intervalul  $T/2 + T_d \dots T$  și are variația curentului de sarcină. În figura 2.27 este indicat care dispozitiv conduce curentul sarcinii. De asemenea, se poate observa că prin sursă circulă un curent care se repetă în fiecare semialternanță, și rezultă din expresia curentului de sarcină: în prima semialternanță este identică cu aceasta iar în semialternanța următoare este cu semn schimbat.

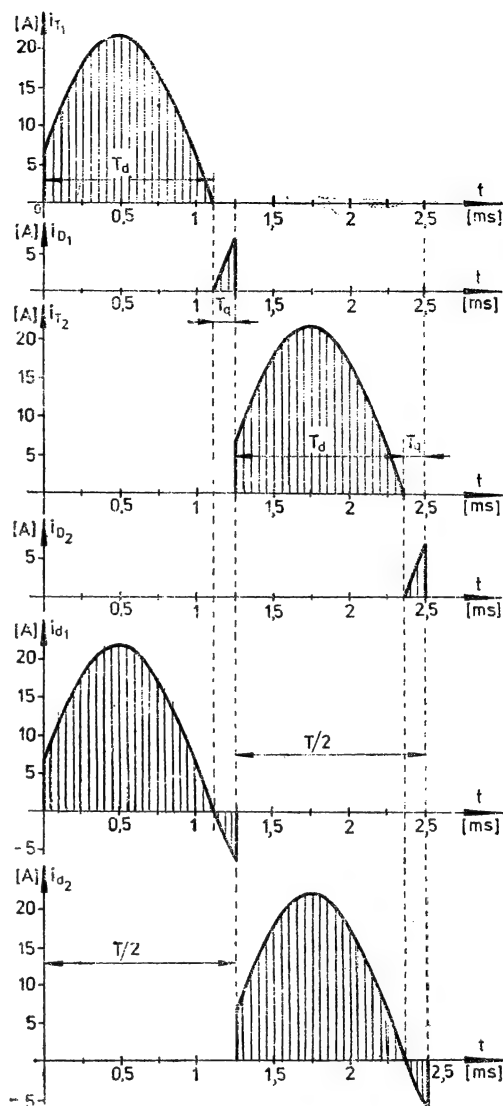


Fig. 2.30. Variația în timp a curenților prin tiristoarele, diodele și sursele de alimentare ale unui nvertor în punte cu punct median cu sarcină serie  $RLC$ .

### 3. CONVERTOARE CU COMUTAȚIE FORȚATĂ (PROPRIE)

Convertoarele cu comutație proprie nu dispun de tensiune sau putere reactivă din exteriorul convertorului pentru realizarea comutației curentului de sarcină de pe un dispozitiv semiconductor pe cel următor. Această comutație se poate realiza numai în mod forțat. Fenomenul comutației forțate este tratat în [7].

Comutația forțată presupune existența unui circuit de blocare care dispune de tensiunea necesară fenomenului de comutație. În majoritatea cazurilor această tensiune de blocare se obține de la condensatoare numite de blocare sau de comutație, circuitele de comutație realizate pe baza energiei inductive acumulate fiind mai rar utilizate.

În circuitele cu comutație forțată, fenomenele de comutație sînt rapide și determină în general o variație bruscă a curenților și tensiunilor. Din acest motiv convertoarele cu comutație forțată impun cerințe pretențioase dispozitivelor semiconductoare.

#### 3.1. VARIATOARE DE TENSIUNE CONTINUĂ

Variatorul de tensiune continuă, *chopperul*, este un convertor care transformă o tensiune continuă aplicată la intrare în impulsuri dreptunghiulare de tensiune la ieșire. Valoarea medie a tensiunii de ieșire se poate modifica între 0 și valoarea tensiunii de alimentare, dînd posibilitate să se efectueze astfel reglajul prin tensiune a motoarelor de curent continuu.

În principiu, un variator de tensiune continuă reprezintă un întreruptor la care se poate comanda timpul de conectare și deconectare. În general aceste variatoare se realizează cu tiristoare și necesită mijloace auxiliare de blocare, deoarece nu se dispune de putere reactivă din exteriorul convertorului pentru realizarea comutației.

### 3.1.1. VARIATORUL DE TENSIUNE CONTINUĂ CU IMPULS IDEAL

În figura 3.1 este reprezentată o schemă de alimentare a unei sarcini  $RL$  și tensiune electromotoare (motor de c.c.) de la o sursă de curent continuu prin intermediul unui comutator static (CS). CS (care este de fapt un variator de tensiune continuă) este simbolizat ca un dispozitiv semiconductor fictiv cu doi electrozi de comandă, unul pentru amorsarea sa și altul pentru blocarea sa. Se consideră că variatorul este cu impuls ideal dacă cele două dispozitive (CS și dioda de fugă  $D$ ) sînt ideale, adică au rezistența zero în sensul de conducție și infinită în sensul de blocare și comută brusc din stare de blocare în cea de conducție și invers. În plus, se va considera că sursa are impedanța zero (decî  $U_d = ct$ ) și  $E = \text{constant}$ .

Se notează cu  $T_c$  durata de conducție a lui CS și cu  $T$  perioada de comandă a lui CS. Considerînd  $T_c$  și  $T$  constante, funcționarea variatorului poate fi urmărită cu ajutorul figurii 3.2. Cît timp CS este închis, tensiunea  $U_d$  se aplică sarcinii, iar cît CS este deschis, curentul circulă prin dioda de fugă și tensiunea la bornele sarcinii este nulă (fig. 3.2, a). În regimul tranzițoriu de pornire, curentul prin sarcină este reprezentat în figura 3.2, b. După un timp regimul se stabilizează și curentul de sarcină  $i_s$  variază între două limite  $I_{s \max}$  și  $I_{s \min}$ , regim reprezentat în figura 3.2, c. În timpul intervalului  $n$  de conducție a lui CS, curentul de sarcină are ecuația :

$$U_d - E = i_s R + L \frac{di_s}{dt}; \quad t \in [0; T_c] \quad (3.1)$$

cu  $i_{s(0)} = I_{s(n-1)}$

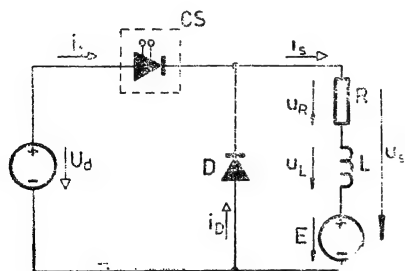


Fig. 3.1. Schema unui variator de curent continuu.

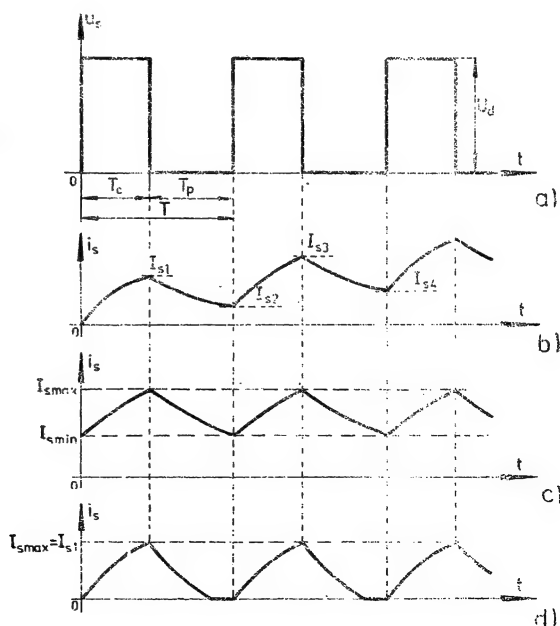


Fig. 3.2. Tensiunea la bornele sarcinii și curenții prin sarcină (la diferite regimuri de lucru) la variatorul cu impuls ideal.

cu soluția :

$$I_{s(n)} = \frac{U_d - E}{R} (1 - e^{-t/\tau}) + I_{s(n-1)} e^{-t/\tau}, \quad (3.2)$$

unde

$$\tau = \frac{L}{R}. \quad (3.3)$$

Cu  $t = T_c$ , din (3.2) se obține valoarea curentului la sfîrșitul celui de al  $n$ -lea interval de conectare :

$$I_{s(n)} = \frac{U_d - E}{R} (1 - e^{-T_c/\tau}) + I_{s(n-1)} e^{-T_c/\tau}. \quad (3.4)$$

Pentru cel de al  $n+1$  interval de deconectare (cînd curentul circulă prin  $D$  și sarcină), presupus după intervalul  $n$  de conectare, din ecuația curentului de sarcină :

$$-E = i_s R + L \frac{di_s}{dt}; \quad t \in [0; T_p] \quad (3.5)$$

unde :

$$T_p = T - T_c \quad (3.6)$$

$$i_{s(0)} = I_{s(n)}$$

rezultă soluția :

$$i_{s(n+1)} = I_{s(n)} e^{-t/\tau} - \frac{E}{R} (1 - e^{-t/\tau}). \quad (3.7)$$

La sfîrșitul intervalului de descărcare, curentul rezultă din (3.7) cu  $t = T_p$ , avînd valoarea :

$$I_{s(n+1)} = I_{s(n)} e^{-T_p/\tau} - \frac{E}{R} (1 - e^{-T_p/\tau}). \quad (3.8)$$

Avîndu-se în vedere că în regimul stabilizat

$$I_{s(n-1)} = I_{s(n+1)} = I_{s \min} \text{ și } I_{s(n)} = I_{s \max},$$

relațiile (3.4) și (3.8) devin :

$$I_{s \max} = \frac{U_d - E}{R} (1 - e^{-T_c/\tau}) + I_{s \min} e^{-T_c/\tau} \quad (3.9)$$

$$I_{s \min} = I_{s \max} e^{-T_p/\tau} - \frac{E}{R} (1 - e^{-T_p/\tau}). \quad (3.10)$$

Rezolvînd sistemul în raport cu  $I_{s \max}$  și  $I_{s \min}$  rezultă :

$$I_{s \max} = \frac{U_d}{R} \frac{1 - e^{-T_c/\tau}}{1 - e^{-T/\tau}} - \frac{E}{R}, \quad (3.11)$$

$$I_{s \min} = \frac{U_d}{R} \frac{e^{T_c/\tau} - 1}{e^{T/\tau} - 1} - \frac{E}{R}. \quad (3.12)$$

Pentru determinarea valorii medii a curentului în regimul stabilizat se folosește relația (3.2) cu  $I_{s(n-1)} = I_{s \min}$  și relația (3.7) cu  $I_{s(n)} = I_{s \max}$ . Cu aceste înlocuiri, rezultă :

$$\begin{aligned} I_{s \text{ med}} &= \frac{1}{T} \left[ \int_0^{T_c} i_{s(n)} dt + \int_0^{T_p} i_{s(n+1)} dt \right] = \\ &= \frac{1}{T} \left\{ \int_0^{T_c} \left[ \frac{U_d - E}{R} (1 - e^{-t/\tau}) + I_{s \min} e^{-t/\tau} \right] dt + \right. \\ &\quad \left. + \int_0^{T_p} \left[ I_{s \max} e^{-t/\tau} - \frac{E}{R} (1 - e^{-t/\tau}) \right] dt \right\} = \\ &= \frac{\frac{T_c}{T} U_d - E}{R} = \frac{U_{s \text{ med}} - E}{R}, \end{aligned} \quad (3.13)$$

unde

$$U_{s \text{ med}} = \frac{T_c}{T} U_d.$$

Dacă schema lucrează în regim de conducție întreruptă, regim reprezentat în figura 3.2, *d*, atunci  $I_{s \max} = I_{s1}$  și  $I_{s \min} = 0$ . Se poate determina dacă variatorul lucrează în regim de conducție întreruptă calculând pe  $I_{s2}$ , care rezultă din (3.12) sau din (3.4) cu  $I_{s1(0)} = 0$  și care este :

$$I_{s2} = \frac{U_d - E}{R} (1 - e^{-T_c/\tau}) e^{-T_p/\tau} - \frac{E}{R} (1 - e^{-T_p/\tau}). \quad (3.14)$$

Dacă  $I_{s2} < 0$  variatorul lucrează în regim de conducție întreruptă, limita între cele două regimuri fiind  $I_{s2} = 0$ . Comparînd (3.14) cu (3.12) rezultă că dacă  $I_{s \min} < 0$  calculat cu (3.12) regimul este de curent întrerupt.

**Problema 3.1.1.1.** Un variator ideal de tensiune continuă, figura 3.1, alimentează o sarcină caracterizată de valorile  $R = 3\Omega$ ,  $L = 2,4 \text{ mH}$ ,  $E = 20 \text{ V}$ . Tensiunea de alimentare  $U_d = 120 \text{ V}$ . Frecvența de lucru este  $f = 500 \text{ Hz}$ , iar durata relativă de conducție a lui CS este 60%.

Să se calculeze :

a. între ce limite variază curentul de sarcină în regimul stabilizat de lucru?

b. valoarea medie a curentului de sarcină și variația curentului de sarcină în raport cu valoarea medie?

c. ce valoare (minimă) trebuie să aibă inductivitatea sarcinii încît variația curentului de sarcină să nu depășească 2% din valoarea medie a curentului?

### Rezolvare

a. Constanta de timp a circuitului este :

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{2,4 \cdot 10^{-3}}{3} = 0,8 \cdot 10^{-3} \text{ s.}$$

Perioada de lucru

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{500} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ s.}$$

Durata de conducție a lui CS

$$T_c = \frac{60}{100} T = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ s.}$$

Durata pauzei

$$T_p = T - T_c = 0,8 \cdot 10^{-3} \text{ s.}$$

Înlocuind datele în (3.11) și (3.12), rezultă :

$$I_{s \max} = \frac{120}{3} \frac{1 - e^{-\frac{1,2 \cdot 10^{-3}}{0,8 \cdot 10^{-3}}}}{1 - e^{-\frac{2 \cdot 10^{-3}}{0,8 \cdot 10^{-3}}}} - \frac{20}{3} = 27,18 \text{ A}$$

și

$$I_{s \min} = \frac{120}{3} \frac{e^{\frac{1,2 \cdot 10^{-3}}{0,8 \cdot 10^{-3}}} - 1}{e^{\frac{2 \cdot 10^{-3}}{0,8 \cdot 10^{-3}}} - 1} - \frac{20}{3} = 5,78 \text{ A.}$$

b. Valoarea medie a curentului de sarcină este (3.13) :

$$I_{s \text{ med}} = \frac{120 \frac{1,2}{2} - 20}{3} = 17,3 \text{ A.}$$

unde

$$U_{s \text{ med}} = \frac{T_c}{T} U_d = \frac{1,2}{2} 120 = 72 \text{ V}$$

Variația curentului de sarcină în raport cu valoarea sa medie este :

$$\frac{\Delta i_s}{I_{s \text{ med}}} = \frac{I_{s \max} - I_{s \min}}{I_{s \text{ med}}} = \frac{27,18 - 5,78}{17,3} = 1,236 \text{ adică } 123,6\%$$

e. Se cere ca :

$$\frac{\Delta i_s}{I_{s \text{ med}}} = \frac{I_{s \text{ min}} - I_{s \text{ med}}}{I_{s \text{ med}}} = \frac{2}{100} = 0,02. \quad (3.15)$$

Înlocuind (3.11), (3.12) și (3.13) în (3.15), ar rămîne ca necunoscută  $\tau$ . Această ecuație nu se poate însă rezolva în raport cu  $\tau$ . O rezolvare relativ simplă se face reprezentînd grafic  $\frac{\Delta i_s}{I_{s \text{ med}}} = f\left(\frac{\tau}{T}\right)$ .

În tabelul 3.1 se dau punctele calculate, iar în figura 3.3 reprezentarea grafică.

Tabelul 3.1

$\frac{\tau}{T}$		10	15	20	25	30
$I_{s \text{ min}}$	[A]	16,85	17,012	17,092	17,14	17,17
$I_{s \text{ max}}$	[A]	17,81	17,652	17,573	17,525	17,493
$I_{s \text{ med}}$	[A]	17,33	17,332	17,3328	17,33	17,33
$\frac{\Delta i_s}{I_{s \text{ med}}}$	[%]	5,54	3,7	2,78	2,22	1,87

Din curbă rezultă că  $\frac{\Delta i_s}{I_{s \text{ med}}} < \frac{\Delta i_s}{I_{s \text{ med}}}$   
 $< 2\%$  pentru  $\frac{\tau}{T} \approx 27,5$ . Pentru  
 $\frac{\tau}{T} = 27,5$  rezultă :

$$I_{s \text{ min}} = 17,1585 \text{ A} ; I_{s \text{ max}} = 17,507 \text{ A} ; I_{s \text{ med}} = 17,333 \text{ A}$$

$$\text{și } \frac{\Delta i_s}{I_{s \text{ med}}} = 2,0106\%.$$

Deci pentru o inductivitate

$$L > R\tau = R 27,5T =$$

$$= 3 \cdot 27,5 \cdot 2 \cdot 10^{-3} =$$

$$= 165 \cdot 10^{-3} \text{H} = 165 \text{ mH}$$

este îndeplinită condiția dată.

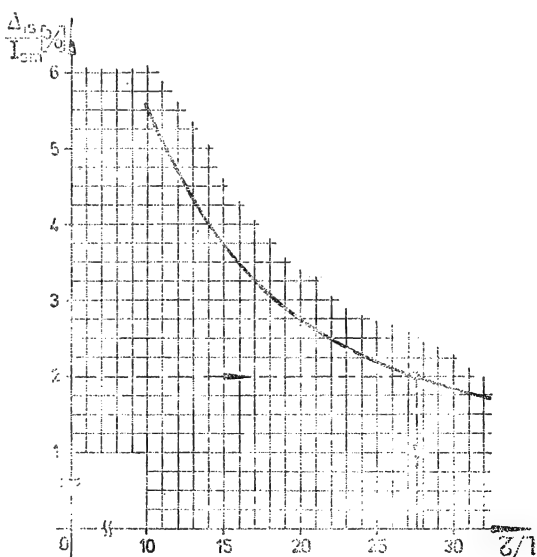


Fig. 3.3. Variația curentului funcție de  $\tau/T$ .

**Problema 3.1.1.2.** Se consideră că la variatorul din problema 3.1.1.1. tensiunea electromotoare a crescut la  $E = 60$  V. Să se verifice dacă în această situație variatorul lucrează în regim de conducție întreruptă. Dacă da, să se determine la ce frecvență de lucru dispăre regimul de conducție întreruptă.

*Rezolvare*

Cu (3.14) rezultă :

$$I_{s2} = \frac{120 - 60}{3} \left( 1 - e^{-\frac{1,2 \cdot 10^{-3}}{0,8 \cdot 10^{-3}}} \right) e^{-\frac{0,8 \cdot 10^{-3}}{0,8 \cdot 10^{-3}}} - \frac{60}{3} \left( 1 - e^{-\frac{0,8 \cdot 10^{-3}}{0,8 \cdot 10^{-3}}} \right) = -6,926 \text{ A.}$$

Deoarece  $I_{s2} < 0$ , regimul de lucru este cu conducție întreruptă. Acest regim încetează când  $I_{s2} = 0$ . Înlocuind  $T_c = 0,6$  T și  $T_p = 0,4$  T în (3.14) și punând condiția de mai sus rezultă o ecuație în  $T$ :

$$0 = \frac{120 - 60}{3} \left( 1 - e^{-\frac{0,6 T}{0,8 \cdot 10^{-3}}} \right) e^{-\frac{0,4 T}{0,8 \cdot 10^{-3}}} - \frac{60}{3} \left( 1 - e^{-\frac{0,4 T}{0,8 \cdot 10^{-3}}} \right).$$

Făcînd calculele rezultă :

$$2e^{-0,5 \cdot 10^3 T} = 1 + e^{-1,25 \cdot 10^3 T} \quad (3.16)$$

Valorile mărimilor în funcție de frecvență sînt calculate în tabelul 3.2.

*Tabelul 3.2*

$f(\text{Hz})$	$T[\text{s}]$	$A = 2, e^{-0,5 \cdot 10^3 T}$	$B = 1 + e^{-1,25 \cdot 10^3 T}$
750	$1,333 \cdot 10^{-3}$	1,0268	1,1889
1 000	$1 \cdot 10^{-3}$	1,2131	1,2865
1 500	$0,666 \cdot 10^{-3}$	1,4331	1,4346
1 600	$0,625 \cdot 10^{-3}$	1,4632	1,45783
1 550	$0,6456 \cdot 10^{-3}$	1,4486	1,44644
1 525	$0,6557 \cdot 10^{-3}$	1,4409	1,44058

Reținem  $f = 1\,525$  Hz. Pentru această valoare

$$\frac{A - B}{B} 100\% = \frac{1,4409 - 1,44058}{1,44058} 100 = 0,022\%,$$

o precizie satisfăcătoare pentru un calcul practic.

Cu  $f = 1\,525$  Hz rezultă  $I_{s2} = 6,778 \cdot 10^{-3} \text{ A} = 6,778 \text{ mA}$ .



3.1.2. SOLICITARILE DISPOZITIVELOR  
SEMICONDUCTOARE  
ÎN CIRCUITE SIMPLE DE c.c.

**Problema 3.1.1.2.** Se consideră circuitul de curent continuu din figura 3.4. Închiderea circuitului se face cu ajutorul tiristorului  $T$ , pentru care sînt date următoarele mărimi :

- curentul nominal  $I_0 = 50$  A
- tensiunea repetitivă  $U_{DRM} = U_{RRM} = 500$  V.
- panta maximă a curentului  $\left. \frac{di}{dt} \right|_{max} = 50$  A/ $\mu$ s.

Se mai cunosc :

- tensiunea de alimentare  $U_d = 220$  V,
- inductivitatea circuitului  $L = 10$   $\mu$ H și
- rezistența  $R = 5\Omega$ .

Se cere să se verifice dacă cu tiristorul dat se poate face această manevră, circuitul rămînînd conectat un timp nelimitat.

*Rezolvare*

Curentul nominal  $I_0$  al tiristorului este valoarea medie a curentului la un semnal sinusoidal semialternanță la 50 Hz, pe care tiristorul este capabil să-l conducă un timp nelimitat. În curent continuu, tiristorul poate fi solicitat la un curent mai mare decît  $I_0$ .

Dacă  $I_0 \geq \frac{U_d}{R}$ , tiristorul este bun din punct de vedere al curentului.

Dacă însă  $I_0 < \frac{U_d}{R}$ , se poate afirma că tiristorul este bun numai dacă pierderile în tiristor la curentul  $\frac{U_d}{R}$  sînt mai mici decît pierderile la  $I_0$ .

Pentru o asemenea verificare trebuie cunoscute fie diagrama de pierderi, fie tensiunea de prag  $V_{T(T0)}$  și rezistența aparentă  $r_T$ .

În cazul de față :

$$\frac{U_d}{R} = \frac{220}{5} = 44 \text{ A} < I_0 = 50 \text{ A},$$

deci din punct de vedere al curentului tiristorul rezistă. În montajul din fig. 3.4 tiristorul este solicitat în tensiune numai în direct deci trebuie ca :

$$V_{DRM} = 500 \text{ V} > U_d = 220 \text{ V},$$

condiție îndeplinită.

După cum se știe, tiristorul se poate distruge și dacă panta curentului în circuit depășește panta critică a tiristorului. Curentul în circuit este :

$$i_s = \frac{U_d}{R} (1 - e^{-t/\tau}) \quad (3.17)$$

$$\text{cu } \tau = \frac{L}{R}.$$

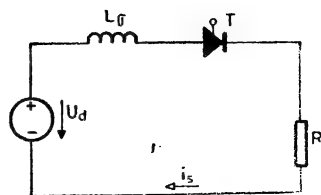


Fig. 3.4. Relativ la solicitarea tiristorului într-un circuit  $R-L$ .

Panta maximă a lui  $i_s$  este în origine, ea fiind

$$\frac{di_s}{dt} = \frac{U_d}{L_\sigma}. \quad (3.18)$$

Trebuie ca :

$$\frac{U_d}{L_\sigma} = \frac{220}{10} = 22 \frac{A}{\mu s} < \left. \frac{di}{dt} \right|_{max} = 50 \frac{A}{\mu s}.$$

**Problema 3.1.2.1.** Cu ajutorul unui tiristor care are  $\left. \frac{di}{dt} \right|_{max} = 25 \frac{A}{\mu s}$  urmează să fie conectată o sarcină cu  $R = 10 \Omega$  și  $L = 10 \mu H$  la o sursă de c.c. de 500 V. Rezistențele și inductivitățile conductoarelor și ale sursei sînt neglijabile. Să se verifice dacă tiristorul rezistă. Dacă nu rezistă, să se propună o soluție.

*Rezolvare*

Panta maximă a curentului în circuit (3.18) este :

$$\frac{di_s}{dt} = \frac{U_d}{L} = \frac{500}{10} = 50 \frac{A}{\mu s},$$

valoare care este mai mare decît panta critică a tiristorului. Pentru a se putea folosi tiristorul dat trebuie legat în serie cu el o inductivitate suplimentară  $L_1$ , astfel ca :

$$\frac{di_s}{dt} = \frac{U_d}{L + L_1} \leq \left. \frac{di}{dt} \right|_{max}. \quad (3.19)$$

Deci

$$L_1 \geq \frac{U_d}{\left. \frac{di}{dt} \right|_{max}} - L = \frac{500}{25} - 10 = 10 \mu H. \quad (3.20)$$

Schema circuitului este dată în figura 3.5.

**Problema 3.1.2.2.** O rezistență  $R = 145 \Omega$  trebuie conectată la o sursă de curent continuu de 110 V (tensiunea electromotoare), sursă care are o rezistență internă de  $5 \Omega$  și o inductivitate internă de  $5 \mu H$ . Firele de legătură au rezistență și inductivitate zero. Să se aleagă un tiristor cu care să se facă conectarea. Schema circuitului este dată în figura 3.6, datele fiind :

$$U_d = 110 \text{ V}; r = 5 \Omega; L = 5 \mu H; R = 145 \Omega.$$

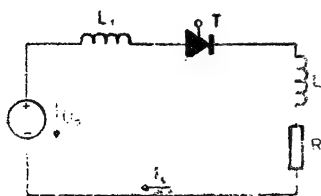


Fig. 3.5. Conectarea unui circuit de curent continuu cu ajutorul unui tiristor.

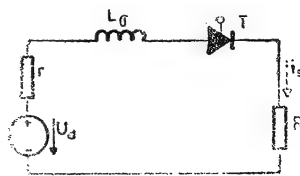


Fig. 3.6. Solicitarea tiristorului la conectarea unei sarcini rezistive.

### Rezolvare

În regim permanent, curentul prin tiristor este:

$$I_s = \frac{U_d}{r + R} = \frac{110}{5 + 150} = 0,733 \text{ A.}$$

Se alege un tiristor de fabricație românească T1N-2, care are:

$$I_0 = 1 \text{ A}; V_{DRM} = V_{RRM} = 200 \text{ V}; \left. \frac{di}{dt} \right|_{max} = 10 \frac{\text{A}}{\mu\text{s}}; I_{TSM} = 15 \text{ A.}$$

Se vede că  $I_0 > I_s$ , ca atare tiristorul ales suportă curentul din circuit în regim permanent.

Tensiunea în stare blocată este mai mare decât  $U_d$ , deci tiristorul poate menține circuitul întrerupt.

Panta maximă a curentului din circuit este:

$$\frac{di_s}{dt} = \frac{U_d}{L} = \frac{110}{5} = 22 \frac{\text{A}}{\mu\text{s}},$$

fiind mai mare decât  $\left. \frac{di}{dt} \right|_{max}$ .

Sînt două soluții:

a) alegerea unui tiristor cu  $\left. \frac{di}{dt} \right|_{max} > 22 \text{ A}/\mu\text{s}$ . Acesta este tiristorul de 50 A curent nominal, care are  $\left. \frac{di}{dt} \right|_{max} = 50 \text{ A}/\mu\text{s}$ . În acest caz, soluția este neeconomică datorită diferenței mari de preț a celor două tiristoare.

b) Conectarea unei inductanțe de limitare. Valoarea ei trebuie să fie:

$$L_1 \geq \frac{U_d}{\left. \frac{di}{dt} \right|_{max}} - L = \frac{110}{10} - 5 = 10,7 \mu\text{H}$$

Se alege  $L_1 = 11 \mu\text{H}$ .

**Problema 3.1.2.4.** Pentru întreruperea circuitului din problema 3.1.2.1 se realizează un circuit de blocare format dintr-un condensator  $C$  și un întreruptor  $I$ , rezultînd circuitul din figura 3.7. Știind că tiristorul  $T$  are un timp de dezamorsare prin comutarea circuitului  $t_q = 250 \mu\text{s}$  și viteza critică de creștere a tensiunii în stare de blocare directă  $\left. \frac{dv}{dt} \right|_{max} = 500 \text{ V}/\mu\text{s}$ , să se determine valoarea capacității știut fiind faptul că  $U_{C0} = U_d$  (tensiunea de încărcare a lui  $C$ ).

### Rezolvare

Înainte de închiderea lui  $K$ , curentul prin sarcină este egal cu  $U_d/R$ , (fig. 3.8, a). La  $t = 0$  se închide  $K$  și condensatorul se descarcă. Într-o primă instanță se poate considera că el produce prin  $T$  un curent de semn contrar cu  $i_s$ , aducînd curentul prin  $T$  practic instantaneu la zero.  $T$  blo-

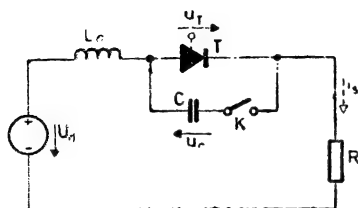


Fig. 3.7. Montaj pentru comutație forțată.

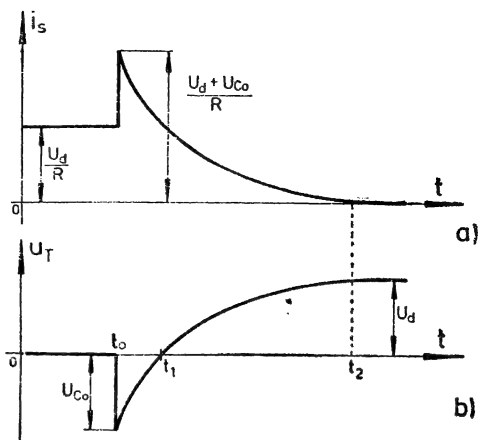


Fig. 3.8. Formele de undă la comutarea forțată a circuitului din figura 3.7.

chează. În continuare  $C$  se descarcă prin sursă,  $R$  și  $L$ . Cum  $L$  este mic, se poate considera că  $C$  se descarcă cu o constantă de timp  $\tau = RC$ . După  $t = 0$  curentul prin sarcină (și condensator) evoluează după relația:

$$i_s = \frac{U_d + U_{c0}}{R} e^{-t/RC},$$

unde  $U_{c0}$  este  $U_c$  la  $t = 0$ , și tensiunea la bornele condensatorului  $U_c$  este:

$$U_c = (U_{c0} + U_d)e^{-t/CR} - U_d. \quad (3.21)$$

Tensiunea la bornele tiristorului este zero pentru  $K$  deschis și  $u_T = -u_c$  pentru  $t \geq 0$  (fig. 3.8, b). Pentru  $t = t_1$ , când  $u_T = 0$  tiristorul trebuie să-și recapete capacitatea de blocare, adică:

$$t_q < t_1. \quad (3.22)$$

Timpul cât se aplică tensiune inversă lui  $T$ ,  $t_1$ , se obține din (3.21) cu:

$$u_c = 0; t = t_1. \quad (3.23)$$

Luînd  $t_1 = 1,3 t_q$ , din (3.23) și (3.21) rezultă valoarea lui  $C$ :

$$C = \frac{1}{R} \frac{1,3 t_q}{\ln \left( \frac{U_{c0} + U_d}{U_d} \right)} = \frac{1}{5} \frac{1,3 \cdot 250 \cdot 10^{-6}}{\ln \left( \frac{220 + 220}{220} \right)} = 93,77 \cdot 10^{-6} \text{ F}. \quad (3.24)$$

Se alege  $C = 95 \mu\text{F}$ . Cu această capacitate i se aplică lui  $T$  tensiune inversă un timp [v. (3.23) și (3.21)]:

$$t_1 = RC \ln \frac{U_{c0} + U_d}{U_d} = 5 \cdot 95 \cdot 10^{-6} \ln 2 = 329,24 \cdot 10^{-6} \text{ s}.$$

Tiristorul poate intra din nou în conducție dacă panta tensiunii la bornele sale depășește după  $t_1$  panta critică. Această tensiune directă are panta maximă în  $t_1$  (v. și fig. 3.6, b) și este :

$$\left. \frac{du_T}{dt} \right|_{t_1} = - \left. \frac{du_C}{dt} \right|_{t_1} = \frac{U_{C0} + U_d}{RC} e^{-\frac{t_1}{RC}} = \frac{220 + 220}{5.95 \cdot 10^{-6}} e^{-\frac{329.24 \cdot 10^{-6}}{5.95 \cdot 10^{-6}}} =$$

$$= 0.463 \cdot 10^8 \cdot \frac{V}{s} = 0.463 \frac{V}{\mu s}.$$

Condiția de verificare este :

$$\left. \frac{du_T}{dt} \right|_{t_1} < \left. \frac{dv}{dt} \right|_{max}. \quad (3.25)$$

În cazul de față :

$$0.463 \frac{V}{\mu s} < 500 \frac{V}{\mu s}.$$

### 3.1.3. VARIATOARE CU CIRCUITUL DE BLOCARE PARALEL CU TIRISTORUL PRINCIPAL

La această categorie de variatoare, condensatorul de blocare este legat în paralel cu tiristorul principal în timpul procesului de comutație.

**Problema 3.1.3.1.** Variatorul de c.c. din figura 3.9 alimentează o rezistență  $R = 10 \Omega$  în serie cu o inductivitate  $L$  suficient de mare încît curentul de sarcină să fie constant. Tensiunea de alimentare este  $U_d = 120 V$ , Capacitatea condensatorului de blocare este  $C = 4 \mu F$  și inductivitatea bobinei de comutație este  $L_c = 1 mH$ . Variatorul lucrează cu o frecvență de 500 Hz, reglajul curentului de sarcină făcîndu-se prin lățimea impulsurilor.

Se cere :

a. valoarea tensiunii la bornele rezistenței  $U_R$ , și curentul prin sarcină pentru o durată de conectare  $T_c = 1,4 ms$  ;

b. știind că tiristorul principal  $T_1$  are  $t_q = 20 \mu s$ , să se verifice dacă i se aplică un timp suficient de mare tensiune inversă.

c. care este frecvența maximă la care ar putea lucra schema ? (se face abstracție dacă tiristoarele rezistă sau nu).

*Rezolvare.*

a) Forma tensiunii la bornele sarcinii este dată în figura 3.10.

Valoarea medie a acestei tensiuni este :

$$U_{s med} = \frac{T_c}{T} U_d, \quad (3.26)$$

$T_c$  fiind durata de conducție a lui  $T_1$ , plus durata de conducție a lui  $T_2$ .

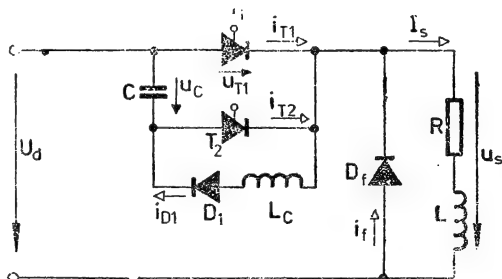


Fig. 3.9. Schema de variator cu circuit de comutație paralel.

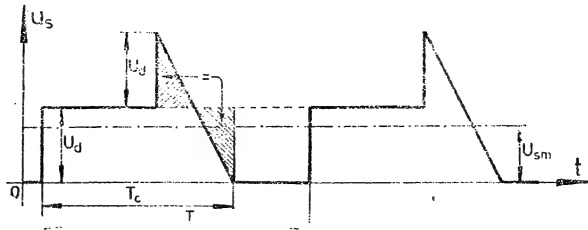


Fig. 3.10. Forma tensiunii la bornele sarcinii.

Pe rezistența sarcinii tensiunea este constantă în ipoteza de față ( $L$  mare) și egală cu  $U_{s \text{ med}}$ , lucru ce rezultă din faptul că  $i_s = ct = I_s$ , deci

$$U_R = U_{s \text{ med}} \quad (3.27)$$

$$\text{Perioada } T = \frac{1}{f} = \frac{1}{500} = 2 \cdot 10^{-3}$$

și

$$U_R = \frac{T_c}{T} U_d = \frac{1 \cdot 4 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-3}} 120 = 84 \text{ V.} \quad (3.28)$$

Curentul prin sarcină este :

$$I_s = \frac{U_R}{R} = \frac{84}{10} = 8,4 \text{ A}$$

b) Tiristorului principal  $T_1$  i se aplică tensiune inversă un timp  $t_i$  egal cu :

$$t_i = \frac{CU_d}{I_s}. \quad (3.29)$$

Se observă că acest timp scade cu creșterea curentului de sarcină, ca atare verificarea trebuie făcută la curent de sarcină maxim în regim de impuls. La limită, acest regim trece în regimul cu  $T_1$  în conducție permanentă, în care caz curentul este :

$$I_{s \text{ max}} = \frac{U_d}{R} = \frac{120}{10} = 12 \text{ A}$$

și

$$t_i = \frac{4 \cdot 10^{-6} \cdot 120}{12} = 40 \text{ } \mu\text{s.}$$

Cum timpul cît se aplică tensiune inversă se ia în general  $(1,3 \div 1,5)t_q$ , pentru o blocare sigură, în cazul de față  $T_1$  se blochează la orice curent.

Verificare :

$$40 \text{ } \mu\text{s} > (1,3 \div 1,5)20 = 26 \div 30 \text{ } \mu\text{s.}$$

c) Dacă nu se ține seama de timpii de revenire  $t_d$  ai tiristoarelor, frecvența maximă de lucru este limitată numai de procesele din condensatorul

de comutație. În acest caz, regimul de lucru este conducția lui  $T_1$  pînă cînd  $C$  și-a schimbat polaritatea și apoi conducția lui  $T_2$  pînă ce condensatorul s-a descărcat și reîncărcat. Variația tensiunii la bornele condensatorului pentru acest regim este dată în figura 3.11.

Timpul  $t_1$  este independent de curentul de sarcină și este egal cu :

$$t_1 = \pi \sqrt{L_c C} = \pi \sqrt{4 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-3}} = 19,87 \cdot 10^{-5} \text{ s.} \quad (3.30)$$

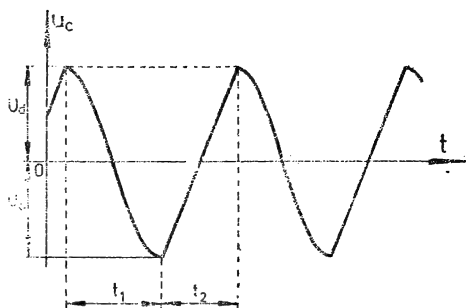


Fig. 3.11. Tensiunea la bornele condensatorului la regim de curent minim.

Timpul  $t_2$  este egal cu  $2t_i$  și este minim la curent de sarcină maxim. Deci :

$$t_2 = 2t_i = 2 \frac{C \cdot U_d}{I_{s \max}} = 2 \cdot 40 \cdot 10^{-6} = 80 \cdot 10^{-6} \text{ s.} \quad (3.31)$$

Perioada minimă de lucru este :

$$T = t_1 + t_2 = 278,7 \cdot 10^{-6} \text{ s}$$

și frecvența maximă :

$$f_{\max} = \frac{1}{T} = \frac{1}{278,7 \cdot 10^{-6}} = 3,58 \text{ kHz.}$$

**Problema 3.1.3.2.** Variatorul de curent continuu din figura 3.9 alimentează o rezistență în serie cu o inductanță a cărei valoare se poate considera infinită. Tensiunea de alimentare este furnizată de un acumulator cu inductivitatea și rezistența neglijabile, care are tensiunea în funcție de încărcarea lui

$$U = 200 \begin{matrix} + 10 \% \\ - 15 \% \end{matrix} \text{ V.}$$

Cu acest variator, curentul prin sarcină poate fi variat între 10 A și 50 A.

Să se determine :

a. Valoarea capacității  $C$  și a inductivității  $L_c$  din circuitul de comutație, știind că timpul de revenire al tiristorului principal  $T_1$  este  $t_q = 35 \mu\text{s}$  și valoarea curentului repetitiv  $I_{TRM} = 80 \text{ A}$ .

b. valoarea medie a curentului prin dispozitivele semiconductoare, pentru cazul în care timpii de conducție și blocare ai tiristorului principal sînt egali  $t_A = t_B = 10 \text{ ms}$ , cînd curentul prin sarcină este maxim.

c. care va fi frecvența maximă de funcționare a schemei?

*Rezolvare*

a. Condițiile cele mai grele de blocare le are  $T_1$ , atunci cînd curentul de sarcină este maxim și tensiunea de încărcare a lui  $C$  minimă. Această tensiune este minimă cînd tensiunea de alimentare este minimă.

Se consideră un timp de protecție

$$t_i = 1,3 t_q = 1,3 \cdot 35 = 45,5 \mu\text{s}$$

din (3.29) se calculează  $C$  :

$$C \geq \frac{I_{s \max} t_i}{U_{d \min}} = \frac{50 \cdot 45,5 \cdot 10^{-6}}{170} = 13,38 \cdot 10^{-6} \text{ F} = 13,38 \text{ } \mu\text{F}.$$

Inductivitatea de comutație  $L_c$  se determină astfel încît să nu se depășească curentul repetitiv al lui  $T_1$ . Curentul prin  $T_1$  este maxim atunci cînd curentul de sarcină este maxim și tensiunea condensatorului (deci și cea de alimentare) este maximă și este dat de relația :

$$i_{T_1 \max} = I_{s \max} + \frac{U_{d \max}}{\omega L_c} = I_{s \max} + U_{d \max} \sqrt{\frac{C}{L_c}}.$$

Cu condiția  $i_{T_1 \max} \leq I_{TRM}$  din (3.32) rezultă :

$$L_c \geq C \frac{U_{d \max}^2}{(I_{TRM} - I_{s \max})^2} = 13,38 \cdot 10^{-6} \frac{220^2}{(80 - 50)^2} = 0,719 \cdot 10^{-3} \text{ H} = 0,719 \text{ mH}.$$

**b.** Formele curenților prin dispozitivele semiconductoare sînt date în figura 3.12, din care rezultă relațiile de calcul pentru valorile medii ale curenților.

Valoarea medie, a curentului prin  $D_1$  este :

$$I_{D1 \text{ med}} = \frac{1}{T} \int_0^{t_{D1}} I_{D1 \max} \sin \omega t \, dt = \frac{I_{D1 \max}}{\omega T} = \frac{30}{10195 \cdot 0,02} = 0,147 \text{ A},$$

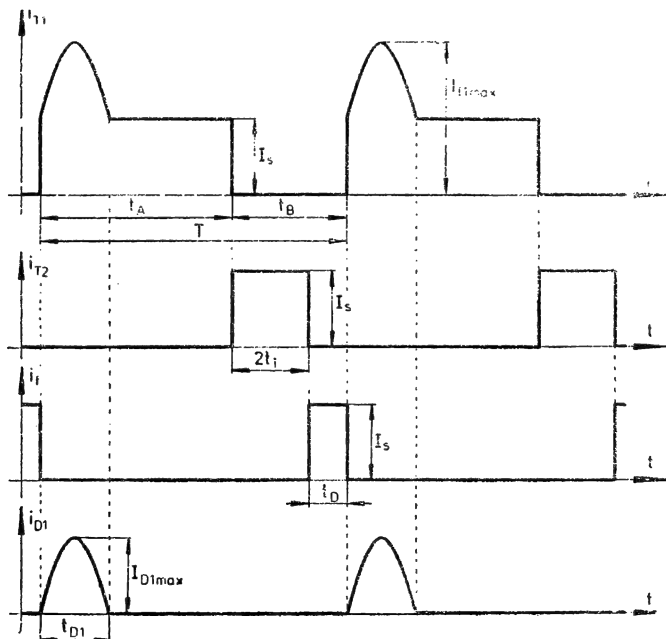


Fig. 3.12. Formele de undă ale curenților.



în care:

$$t_{D1} = \frac{\pi}{\omega}, \quad T = t_A + t_B \quad (3.34)$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{L_c C}} = \frac{1}{0,917 \cdot 10^{-3} \cdot 13,38 \cdot 10^{-6}} = 10\,195 \text{ s}^{-1}$$

și:

$$I_{D, \max} = \frac{U_{d \max}}{L_c} = \frac{220}{0,719 \cdot 10^{-3} \cdot 10\,195} = 30 \text{ A.}$$

Valoarea medie a curentului prin  $T_1$  este:

$$I_{T_1, \text{med}} = I_{s \max} \frac{t_A}{t_A + t_B} + I_{D_1, \text{med}} = 50 \frac{0,01}{0,02} + 0,147 = 25,14 \text{ A}$$

Valoarea medie a curentului, prin  $T_2$ :

$$I_{T_2, \text{med}} = I_{s \max} \frac{2t_i}{t_A + t_B} = 50 \frac{91 \cdot 10^{-6}}{0,02} = 0,227 \text{ A}$$

Valoarea medie a curentului prin dioda de fugă  $D_f$  este:

$$I_{f \text{ med}} = I_{s \max} \frac{t_B - 2t_i}{t_A + t_B} = 50 \frac{10 \cdot 10^{-3} - 91 \cdot 10^{-6}}{20 \cdot 10^{-3}} = 25 \text{ A}$$

c) Perioada minimă de lucru conform relațiilor (3.30) și (3.31) este:

$$T_{\min} = \pi \sqrt{L_c C} + 2t_i = \pi \sqrt{13,38 \cdot 10^{-6} \cdot 0,719 \cdot 10^{-3}} + 91 \cdot 10^{-6} = 3,99 \cdot 10^{-4} \text{ s}$$

și frecvența maximă:

$$f_{\max} = \frac{1}{T_{\min}} = \frac{1}{3,99 \cdot 10^{-4}} = 2,5 \cdot 10^3 \text{ Hz.}$$

**Problema 3.1.3.3.** Variatorul de tensiune continuă din figura 3.9 alimentează o rezistență  $R = 10 \, \Omega$  în serie cu o inductanță suficient de mare încît curentul prin sarcină să fie constant. Frecvența de lucru este constantă,  $f = 800 \text{ Hz}$ , reglajul curentului prin sarcină făcîndu-se prin varierea duratei de conducție a tiristorului principal. Parametrii circuitului de comutație sînt:  $C = 5 \mu\text{F}$ ;  $L_c = 1,5 \text{ mH}$ , tensiunea de alimentare  $U_d = 150 \text{ V}$ .

Se cere:

- a. Între ce limite poate fi reglat curentul prin sarcină?
- b. Știind că  $T_2$  are  $t_q = 50 \, \mu\text{s}$ , să se verifice dacă i se aplică timp suficient tensiune inversă.

Rezolvare:

- a. Perioada de lucru este:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{800} = 1,25 \cdot 10^{-3} \text{ s.}$$

Curentul de sarcină (3.26) :

$$I_s = \frac{U_R}{R} = \frac{T_c}{T} \frac{U_d}{R}. \quad (3.35)$$

Durata  $T_c$  cît sarcina este conectată la sursă se compune din durata de conducție a lui  $T_1$  și durata de conducție a lui  $T_2$ . Curentul maxim se obține numai cînd  $T_1$  și  $T_2$  schimbă între ele conducția, sarcina fiind legată tot timpul la sursă.

În acest caz :

$$T_c = T \quad (3.36)$$

și din (3.35) rezultă :

$$I_{s \max} = \frac{U_d}{R} = \frac{150}{10} = 15 \text{ A.}$$

Curentul minim se obține atunci cînd  $T_1$  și  $T_2$  conduc timpi suficienți pentru schimbarea polarității și încărcarea lui  $C$  la  $U_d$  (v. fig. 3.11). În acest caz din (3.30) și (3.31) rezultă :

$$T_{c \min} = \pi \sqrt{L_c C} + 2 \frac{CU_d}{I_{s \min}}. \quad (3.37)$$

Dar curentul minim (3.35) este :

$$I_{s \min} = \frac{T_{c \min}}{T} \frac{U_d}{R}. \quad (3.38)$$

Relațiile (3.37) și (3.38) dau ecuația :

$$I_{s \min}^2 - \frac{\pi \sqrt{L_c C} U_d}{TR} I_{s \min} - \frac{2U_d^2 C}{TR} = 0 \quad (3.39)$$

$$I_{s \min}^2 - \frac{\pi \sqrt{1,5 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^{-6}} \cdot 150}{1,25 \cdot 10^{-3} \cdot 10} I_{s \min} - \frac{2 \cdot 150^2 \cdot 5 \cdot 10^{-6}}{1,25 \cdot 10^{-3} \cdot 10} = 0$$

rezultă :  $I_{s \min} = 6,117 \text{ A.}$

**b.** Tiristorului  $T_2$  i se aplică tensiunea inversă atunci cînd  $C$  se descarcă prin  $L_c$  și  $T_1$ . Timpul cît această tensiune este inversă pentru  $T_2$  este un sfert din perioada de oscilație a lui  $L_c$  și  $C$ .

Deci trebuie ca :

$$\frac{\pi}{2} \sqrt{L_c C} \geq (1,3 \div 1,5) t_q \quad (3.40)$$

$$\frac{\pi}{2} \sqrt{1,5 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^{-6}} = 136 \text{ } \mu\text{s} > 1,3 \cdot 50 = 65 \text{ } \mu\text{s}.$$

**Problema 3.1.3.4.** Se consideră variatorul din problema 3.1.3.1. În ipoteza că inductivitatea liniei de alimentare este  $L_1 = 120 \text{ } \mu\text{H}$ , să se verifice dacă tiristoarelor li se aplică un timp suficient tensiune inversă. Se va considera că  $t_q = 20 \text{ } \mu\text{s}$  și pentru  $T_2$ . În cazul în care nu se verifică, să se propună o soluție.

### Rezolvare

Schema variatorului este cea din figura 3.13.

Datorită inductanței  $L_1$ , condensatorul de comutație  $C$  rămâne încărcat la o tensiune  $-U_C < U_d$ , lucru care poate duce la nefuncționarea schemei. În timpul de conducție a lui  $T_2$  condensatorul se încarcă la o tensiune  $U_{C \max}$ :

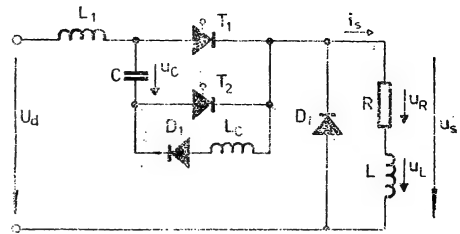


Fig. 3.13. Schema de variator cu circuit de comutație paralel, la care se ține seamă de inductivitatea liniei de alimentare.

$$U_{C \max} = U_d + I_{s \max} \sqrt{\frac{L_1}{C}} = 120 + 12 \sqrt{\frac{120 \cdot 10^{-6}}{4 \cdot 10^{-6}}} = 185,7 \text{ V} \quad (3.41)$$

descărcându-se apoi (la sfârșitul perioadei de conducție a lui  $T_2$ ) sub  $U_d$  cu cât se încărcase peste  $U_d$ :

$$\begin{aligned} U_{C \min} &= U_d - (U_{C \max} - U_d) = 2U_d - U_{C \max} = \\ &= 2 \cdot 120 - 185,7 = 54,3 \text{ V}. \end{aligned} \quad (3.42)$$

Rezultatul descărcării lui  $C$  este că timpul de polarizare inversă a lui  $T_1$  se micșorează, el fiind:

$$t_i = \frac{U_{C \min} C}{I_{s \max}} = \frac{54,3 \cdot 4 \cdot 10^{-6}}{12} = 18 \mu\text{s}$$

și se constată că  $t_i < t_q$ , adică  $T_1$  nu se mai blochează. Pentru  $T_2$  timpul cât se aplică tensiune inversă nu depinde de tensiunea de încărcare a lui  $C$  (3.40). El este:

$$\begin{aligned} t &= \frac{\pi}{2} \sqrt{L_c C} = \frac{\pi}{2} \sqrt{1 \cdot 10^{-3} \cdot 4 \cdot 10^{-6}} = \\ &= 99,35 \mu\text{s} > 1,3 t_q = 1,3 \cdot 20 = 26 \mu\text{s}, \end{aligned}$$

ca atare  $T_2$  se blochează.

Pentru buna funcționare a schemei se pot lua următoarele măsuri:

1. Alegerea unui tiristor principal cu  $t_q$  mai mic și anume:

$$1,3 t_q \leq t_i = 18 \mu\text{s}; t_q \leq \frac{18}{1,3} = 13,8 \mu\text{s}.$$

2. Alegerea unui condensator de comutație cu o capacitate mai mare:

$$C \geq \frac{I_{s \max} \cdot 1,3 t_q}{U_{C \min}} = \frac{12 \cdot 1,3 \cdot 20 \cdot 10^{-6}}{54,3} = 5,75 \cdot 10^{-6} \text{ F} = 5,75 \mu\text{F}.$$

De fapt  $C$  poate fi ceva mai mic, deoarece cu creșterea lui  $C$ , crește și  $U_{C \min}$  (3.42). După câteva iterații, se ajunge la  $C \geq 5,1 \mu\text{F}$ .

3. Înlocuirea diodei  $D_1$  din circuitul de comutație cu un tiristor, rezultînd schema din figura 3.14. Acest tiristor primește semnal de comandă

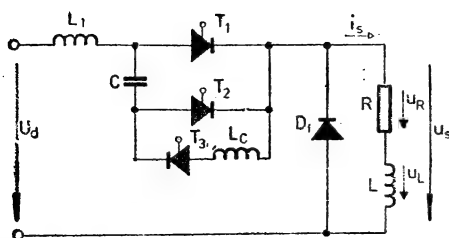


Fig. 3.14. Schemă pentru evitarea micșorării tensiunii condensatorului de comutație.

caz este însă dictată și de curentul repetitiv prin  $T_1$  și de  $t_q$  al tiristorului  $T_2$ .

**Problema 3.1.3.5.** Variatorul din figura 3.9 este alimentat de la o sursă de 500 V, putînd da în sarcină un curent maxim de 30 A. Inductivitatea sarcinii este mare rezultînd un curent constant, iar impedanța sursei este zero. Elementele circuitului de comutație sînt  $C = 3 \mu\text{F}$  și  $L_C = 1,2 \text{ mH}$ . Tiristorul principal  $T_1$  are o viteză maximă de creștere a curentului  $di/dt_{\max} = 100 \text{ A}/\mu\text{s}$  și o viteză maximă de creștere a tensiunii  $dv/dt_{\max} = 1000 \text{ V}/\mu\text{s}$ . Pentru  $T_2$ ,  $di/dt_{\max} = 80 \text{ A}/\mu\text{s}$  și  $dv/dt_{\max} = 800 \text{ V}/\mu\text{s}$ . Tensiunile repetitive pentru ambele tiristoare sînt  $V_{\text{DRM}} = V_{\text{RRM}} = 1000 \text{ V}$ .

Se cere:

a. să se calculeze inductivitățile pentru limitarea pantei curentului prin tiristoare;

b. să se verifice celelalte date ale tiristoarelor.

Rezolvare.

a. În funcționare, comutația curentului se face între  $T_1$  și  $T_2$ ;  $T_2$  și  $D_f$ ;  $D_f$  și  $T_1$ . Dacă în laturile acestor dispozitive semiconductoare nu apar inductivități, comutația este instantanee, tiristoarele putîndu-se distruge prin depășirea pantei critice a curentului. Pentru prevenirea acestui lucru se înseriază cu  $T_1$  și  $T_2$  câte o inductanță.

Calculul acestor inductivități se poate face cu relația (v. (3.18)):

$$L \geq \frac{U}{\left. \frac{di}{dt} \right|_{\max}}, \quad (3.43)$$

unde  $U$  este tensiunea la bornele tiristorului în momentul amorsării sale.

Tiristorul  $T_1$  preia conducția de la  $D_f$  cînd  $U_s = 0$ . Ca atare i se aplică  $U_d$ , rezultînd:

$$L_1 \geq \frac{U_d}{\left. \frac{di}{dt} \right|_{\max}} = \frac{500}{100} = 5 \mu\text{H}.$$

Tiristorul  $T_2$  preia conducția de la  $T_1$ , situație cînd  $U_s = U_d$  și  $U_C = -U_d$  rezultînd  $U_T = U_d$  și:

$$L_2 \geq \frac{U_d}{\left. \frac{di}{dt} \right|_{\max}} = \frac{500}{80} = 6,25 \mu\text{H}.$$

Schema variatorului va fi cea din fig. 3.15.

odată cu  $T_1$ . În acest caz condensatorul rămîne încărcat la  $U_{C\max}$ , motiv pentru care capacitatea sa poate fi mai mică

$$C \geq \frac{I_{s\max} \cdot 1,3 t_q}{U_{C\max}} = \frac{12 \cdot 1,3 \cdot 20 \cdot 10^{-6}}{185,7} = 1,68 \mu\text{F}$$

și în acest caz  $C$  poate fi luat mai mic deoarece cu scăderea lui  $C$ , crește și  $U_{C\max}$  (3.42). Valoarea lui  $C$  în acest

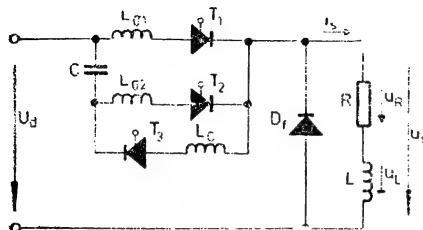


Fig. 3.15. Variator cu inductivități pentru limitarea pantei curentului.

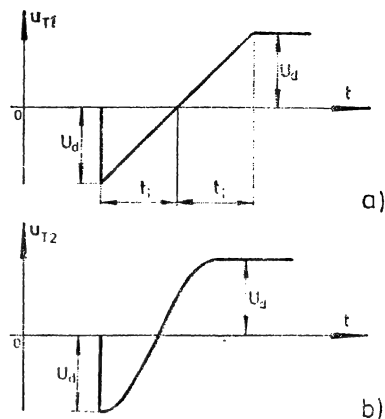


Fig. 3.16. Tensiunea la bornele tiristorului principal (a) și la bornele tiristorului de comutație (b).

b. Variația tensiunilor la bornele celor două tiristoare în timpul blocării este dată în figura 3.16.

Panta tensiunii aplicată în sens direct lui  $T_1$  este :

$$\frac{du}{dt} = \frac{U_d}{t_i} = \frac{U_d}{\frac{CU_d}{I_s}} = \frac{I_s}{C} = \frac{30}{3} = 10 \text{ V}/\mu\text{s} \quad (3.44)$$

Lui  $T_2$  i se aplică tensiune directă avînd o variație sinusoidală :

$$U_T = U_d \sin \omega t \quad (3.45)$$

cu panta maximă în origine și egală cu :

$$\frac{du}{dt} = U_d \cdot \omega = 5 \cdot 1,66 \cdot 10^6 = 8,33 \cdot 10^6 \frac{\text{V}}{\text{s}} = 8,33 \frac{\text{V}}{\mu\text{s}},$$

unde

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{L_c C}} = \frac{1}{\sqrt{1,2 \cdot 10^{-3} \cdot 3 \cdot 10^{-6}}} = 1,66 \cdot 10^4 \text{ s}^{-1}.$$

Se vede că în ambele cazuri pantele sînt mai mici decît cele maxime admisi-bile ale tiristoarelor. Din punctul de vedere al tensiunilor, cele două tiristoare sînt solicitate la  $U_d$  atît în direct cît și în invers. Admițînd un factor de siguranță de 1,5, trebuie ca :

$$1,5 U_d = 1,5 \cdot 500 = 750 \text{ V} < V_{RRM}, V_{DRM} = 1000 \text{ V}$$

**Problema 3.1.3.6.** Variatorul de tensiune continuă din figura 3.17 este alimentat de la o tensiune  $U_d = 60 \text{ V}$ , frecvența de lucru fiind  $f = 800 \text{ Hz}$ . Se cunosc :

$$L = 200 \mu\text{H}; L_1 = 3 \mu\text{H}; L_2 = 3 \mu\text{H}; C = 10 \mu\text{F}; L_c = 1 \text{ mH};$$

$$R = 10 \Omega, L = 0,1 \text{ H}.$$

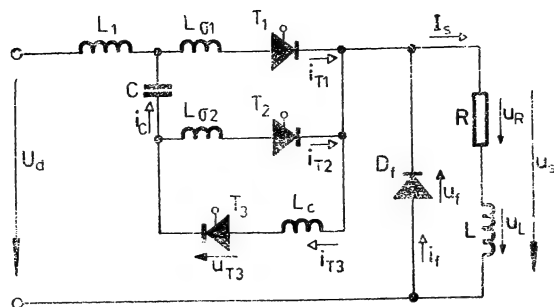


Fig. 3.17. Variator cu circuit de comutație paralel (schema completă).

Tiristorul  $T_1$  are: curentul nominal  $I_0 = 6$  A; curentul repetitiv  $I_{TRM} = 80$  A; valoarea efectivă a curentului  $I_{TRMS} = 9$  A; panta maximă a curentului  $\left. \frac{di}{dt} \right|_{max} = 50$  A/ $\mu$ s; timpul de dezamorsare prin comutație  $t_q = 25$   $\mu$ s; tensiunea repetitivă  $V_{DRM} = V_{RRM} = 400$  V; variația maximă a tensiunii de blocare  $\left. \frac{dv}{dt} \right|_{max} = 200$  V/ $\mu$ s.

Tiristorul de blocare  $T_2$  are:

$$I_0 = 3$$
 A;  $I_{TRM} = 30$  A;  $I_{TRMS} = 4,5$  A;  $\left. \frac{di}{dt} \right|_{max} = 50$  A/ $\mu$ s;

$$t_q = 100$$
  $\mu$ s;  $V_{DRM} = V_{RRM} = 200$  V;  $\left. \frac{dv}{dt} \right|_{max} = 10$  V/ $\mu$ s.

Tiristorul  $T_3$  are:

$$I_0 = 3$$
 A;  $I_{TRM} = 22$  A;  $I_{TRMS} = 4,5$  A;  $\left. \frac{di}{dt} \right|_{max} = 25$  A/ $\mu$ s;

$$t_q = 100$$
  $\mu$ s;  $V_{DRM} = V_{RRM} = 200$  V;  $\left. \frac{dv}{dt} \right|_{max} = 10$  V/ $\mu$ s.

Dioda de fugă,  $D_f$  are:

$$I_0 = 4,5$$
 A;  $I_{FRM} = 15$  A;  $I_{FRMS} = 7$  A;  $V_{RRM} = 400$  V.

Se cere:

Să se verifice tiristoarele și dioda  $D_f$ .

Rezolvare

Perioada regimului de lucru:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{800} = 1,25 \text{ ms.}$$

Constanta de timp a sarcinii:

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{0,1}{10} = 0,01 \text{ s} = 10 \text{ ms.}$$

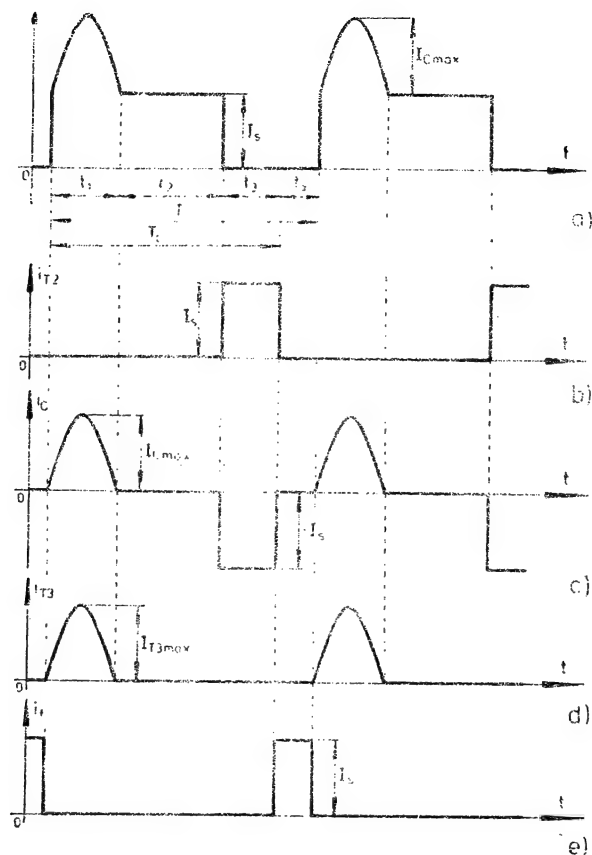


Fig. 3.18. Curenții prin laturile circuitului din figura 3.17.

Deoarece constanta de timp a sarcinii este de 8 ori mai mare decât perioada de lucru, se va considera constant curentul de sarcină  $I_s = \text{ct.}$  Formele curenților prin diferitele laturi ale circuitului sînt date în figura 3.18.

Timpul  $t_1$  este constant și egal cu (3.30) :

$$t_1 = \pi \sqrt{(L_c + L_1)C} = \pi \sqrt{(10^{-3} + 3 \cdot 10^{-6}) \cdot 10 \cdot 10^{-6}} = 0,314 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

a. Verificarea lui  $T_1$ .

Curentul maxim prin sarcină este :

$$I_{s \max} = \frac{U_d}{R} = \frac{60}{10} = 6 \text{ A.}$$

Curentul maxim prin  $T_1$  este (3.32) :

$$i_{T1 \max} = I_{s \max} + U_{C \max} \sqrt{\frac{C}{L_c + L_1}} = 6 + 87 \sqrt{\frac{10 \cdot 10^{-6}}{10^{-3}}} = 14,7 \text{ A,}$$

unde (3.41) :

$$U_{C \max} = U_d + I_{s \max} \sqrt{\frac{L_1 + L_2}{C}} = 60 + 6 \sqrt{\frac{20^3 \cdot 10^{-6}}{10 \cdot 10^{-6}}} = 87 \text{ V.}$$

Trebuie ca :

$$i_{T1 \max} < I_{TRM}; 14,7 \text{ A} < 80 \text{ A.}$$

Durata de conducție a lui  $T_1$  la  $I_{s \max}$  este :

$$t_1 + t_2 = T - t_3 = T - 2 \frac{U_{C \max} C}{I_{s \max}} = 1,25 \cdot 10^{-3} - \\ - 2 \frac{87 \cdot 10 \cdot 10^{-6}}{6} = 0,96 \text{ ms.}$$

Valoarea efectivă a curentului prin  $T_1$  la curent de sarcină maxim se calculează cu ajutorul relației (v. fig. 3.18, a).

$$I_{T_1} = \sqrt{\frac{1}{T} \left[ \int_0^{t_1} (I_{s \max} + I_{C \max} \sin \omega t)^2 dt + \int_0^{t_2} I_{s \max}^2 dt \right]} = \\ = \sqrt{I_{s \max}^2 \frac{t_1 + t_2}{T} + 2 I_{s \max} I_{C \max} \frac{t_1}{T} + I_{C \max}^2 \frac{t_1}{2T}} = \\ = \sqrt{6^2 \frac{0,96}{1,25} + 2 \cdot 6 \cdot 8,7 \frac{0,314}{1,25} + 8,7^2 \frac{0,314}{2 \cdot 1,25}} = 7,96 \text{ A,} \quad (3.46)$$

unde (v. 3.32) :

$$I_{C \max} = U_{C \max} \sqrt{\frac{C}{L_c + L_{\sigma 1}}} = 87 \sqrt{\frac{10 \cdot 10^{-6}}{01^{-6}}} = 8,7 \text{ A.}$$

Trebuie ca :

$$I_{T_1} < I_{TRMS}; 7,96 \text{ A} < 9 \text{ A.}$$

Valoarea medie maximă a curentului prin  $T_1$  este tot la curent de sarcină maxim și este (v. problema 3.1.3.2) :

$$I_{T_1 \text{ med}} = I_{s \max} \frac{t_1 + t_2}{T} + \frac{I_{C \max}}{\omega T} = 6 \frac{0,96}{1,25} + \frac{8,7}{10^4 \cdot 1,25 \cdot 10^{-3}} = 5,3 \text{ A,}$$

cu :

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{(L_c + L_1)C}} = \frac{1}{\sqrt{(10^{-3} + 3 \cdot 10^{-6})10 \cdot 10^{-6}}} = 10^4 \text{ s}^{-1}.$$

Deoarece

$$I_{T_1 \text{ med}} = 5,3 \text{ A} < I_0 = 6 \text{ A}$$

și

$$I_{T_1} < I_{TRMS},$$



cei doi curenți avînd valorile maxime la aceeași sarcină ( $I_{s \max}$ ), tiristorul este verificat din punct de vedere termic.

Viteza maximă de creștere a curentului prin  $T_1$  este :

$$\frac{di_{T_1}}{dt} = \frac{U_d}{L_{\sigma 1}} = \frac{60}{3} = 20 \frac{A}{\mu s}.$$

Trebuie ca :

$$\frac{di_{T_1}}{dt} < \left. \frac{di}{dt} \right|_{\max} ; 20 \text{ A}/\mu s < 50 \text{ A}/\mu s.$$

Timpu minim cînd i se aplică lui  $T_1$  tensiune inversă este la  $I_{s \max}$  și are valoarea :

$$t_i = \frac{t_3}{2} = \frac{CU_{C \max}}{I_{c \max}} = \frac{10 \cdot 10^{-6} \cdot 87}{6} = 145 \mu s.$$

Trebuie ca :  $t_i > (1,3 \div 1,5)t_q$  ;  $145 \mu s < 1,5 \cdot 25 = 37,5 \mu s$ .

Tensiunea maximă în direct și în invers este  $U_{C \max}$  și luînd un coeficient de siguranță 2 trebuie ca :

$$2U_{C \max} \leq V_{DRM}, V_{RRM} ; 174 \text{ V} < 400 \text{ V}.$$

Viteza maximă de variație a tensiunii, în direct, la bornele lui  $T_1$  este (3.44) :

$$\frac{du}{dt} = \frac{I_{s \max}}{C} = \frac{6}{10} = 0,6 \text{ V}/\mu s.$$

Trebuie ca :

$$\frac{du}{dt} < \left. \frac{dv}{dt} \right|_{\max} ; 0,6 \frac{V}{\mu s} < 200 \frac{V}{\mu s}$$

**b. Verificarea lui  $T_2$ .**

Durata de conducție a lui  $T_2$  depinde de valoarea curentului de sarcină  $I_s$ , odată direct :

$$t_3 = 2 \frac{U_C C}{I_s} \quad (3.47)$$

și odată indirect prin tensiunea condensatorului :

$$U_C = U_d + I_s \sqrt{\frac{L_1 + L_2}{C}}. \quad (3.48)$$

Relația (3.47) arată că  $t_3$  crește odată cu scăderea lui  $I_s$  iar pe de altă parte din (3.48) rezultă că în același timp  $t_3$  scade datorită scăderii lui  $U_c$ .

Deoarece nu știm exact la ce sarcină solicitarea în curent a lui  $T_2$  este maximă, se vor calcula valorile medii și efective ale lui  $i_T$ , pentru  $I_s = I_{s \max}$  și  $I_s < I_{s \max}$ , valori ce se vor compara cu datele de catalog.

Pentru  $I_s = I_{s \max} = 6$  A rezultă :

$$t_3 = 2 \frac{U_{C \max} C}{I_{s \max}} = 2 \cdot \frac{87 \cdot 10 \cdot 10^{-6}}{6} = 290 \text{ } \mu\text{s}.$$

Valoarea medie a curentului (v. problema 3.1.3.2) :

$$I_{T_1 \text{ med}} = I_{s \max} \frac{t_3}{T} = 6 \frac{0,29}{1,25} = 1,39 \text{ A}.$$

Valoarea efectivă a curentului (v. fig. 3.18 b)

$$I_{T_1 \text{ ef}} = I_{s \max} \sqrt{\frac{t_3}{T}} = 6 \sqrt{\frac{0,29}{1,25}} = 2,9 \text{ A}$$

Trebuie ca :

$$I_{T_1 \max} = I_{s \max} < I_{TRM}; \quad 6 \text{ A} < 30 \text{ A}$$

$$I_{T_1 \text{ ef}} < I_{TRMS}; \quad 2,9 \text{ A} < 4,5 \text{ A}$$

$$I_{T_1 \text{ med}} < I_0; \quad 1,39 \text{ A} < 3 \text{ A},$$

ultimele două verificări arătînd că  $T_2$  nu se încălzește peste limitele admisibile.

Pentru  $I_s = \frac{3}{4} I_{s \max} = 4,5$  A rezultă :

$$U_C = U_d + I_s \sqrt{\frac{L_1 + L_2}{C}} = 60 + 4,5 \sqrt{\frac{20^3 \cdot 10^{-6}}{10 \cdot 10^{-6}}} = 80,27 \text{ V}$$

$$t_3 = 2 \frac{80,27 \cdot 10 \cdot 10^{-6}}{4,5} = 356,7 \text{ } \mu\text{s}$$

$$I_{T_1 \text{ med}} = 4,5 \frac{0,356}{1,25} = 1,28 \text{ A}$$

$$I_{T_1 \text{ ef}} = 4,5 \sqrt{\frac{0,356}{1,25}} = 2,4 \text{ A}.$$

Se observă că solicitarea lui  $T_2$  scade cu scăderea lui  $I_s$ , ca atare verificarea făcută la  $I_{s \max}$  este suficientă.

Panta maximă a curentului prin  $T_2$  este (v. problema 3.1.3.5) :

$$\frac{di_{T_2}}{dt} = \frac{U_{C \max}}{L_2} = \frac{87}{3} = 29 \frac{\text{A}}{\mu\text{s}}$$

Verificare :

$$\frac{di_{T_2}}{dt} = 29 \frac{\text{A}}{\mu\text{s}} < \left. \frac{di}{dt} \right|_{\max} = 50 \text{ A}/\mu\text{s}$$

Durata minimă cît se aplică tensiune inversă lui  $T_2$  este  $t_1/2$ .

Verificare :

$$\frac{t_1}{2} = 157 \text{ } \mu\text{s} > 1,5 t_q = 1,5 \cdot 100 = 150 \text{ } \mu\text{s}.$$

Viteza de creștere a tensiunii pozitive pe  $T_2$  este :

$$\frac{du_{T_2}}{dt} = U_{D\max} \omega = 84 \cdot 10^4 = 0,84 \text{ V}/\mu\text{s}.$$

Verificare :

$$\frac{du_{T_2}}{dt} = 0,84 \text{ V}/\mu\text{s} < \left. \frac{dv}{dt} \right|_{\max} = 10 \text{ V}/\mu\text{s}.$$

Tensiunea maximă ce se aplică lui  $T_2$  este  $U_{C\max}$ .

Cu un coeficient de siguranță de 2, rezultă condiția de verificare :

$$2U_{C\max} < V_{RRM}, V_{DRM}; 174 \text{ V} < 200 \text{ V}.$$

e. Verificarea lui  $T_3$  :

Curentul prin  $T_3$  are valoarea maximă când  $U_C = U_{C\max}$ , valoarea sa de vîrf fiind :

$$I_{T_3\max} = I_{C\max} = 8,7 \text{ A}.$$

Valoarea efectivă a curentului este (v. fig. 3.18, d) :

$$\begin{aligned} I_{T_3\text{ef}} &= \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^{t_1} I_{T_3\max}^2 \sin^2 \omega t dt} = I_{T_3\max} \sqrt{\frac{t_1}{2T}} = \\ &= 8,7 \sqrt{\frac{0,314}{2 \cdot 1,25}} = 3,08 \text{ A}. \end{aligned}$$

Valoarea medie (v. 3.33) :

$$I_{T_3\text{med}} = \frac{i_{T_3\max}}{\omega T} = \frac{8,7}{10^4 \cdot 1,25 \cdot 10^{-3}} = 0,696 \text{ A}.$$

Trebuie ca :

$$I_{T_3\max} < I_{TRM}; \quad 8,7 \text{ A} < 22 \text{ A}$$

$$I_{T_3\text{ef}} < I_{TRMS}; \quad 3,08 \text{ A} < 4,5 \text{ A}$$

$$I_{T_3\text{med}} < I_0; \quad 0,696 \text{ A} < 3 \text{ A}.$$

Tensiunea maximă care se aplică lui  $T_3$  este  $U_{C\max}$  și admițînd un coeficient de siguranță de 2, rezultă verificarea

$$2U_{C\max} = 174 \text{ V} < V_{DRM}, V_{RRM} = 200 \text{ V}.$$

Panta maximă a curentului este :

$$\frac{di_{T_3}}{dt} = i_{T_3\max} \omega = 8,7 \cdot 10 \text{ A/s} = 0,087 \text{ A}/\mu\text{s}.$$

Verificare :

$$0,087 \text{ A}/\mu\text{s} < 25 \text{ A}/\mu\text{s}.$$

Lui  $T_3$  i se aplică tensiune inversă un timp egal cu  $t_1/2$ . Deci trebuie ca :

$$\frac{t_1}{2} > 1,5 t_o ; 157 \mu s > 150 \mu s.$$

Viteza de creștere a tensiunii pozitive este :

$$\frac{du_{T_3}}{dt} = U_{C \max} \omega = 0,87 \text{ V}/\mu s.$$

d. Verificarea diodei de fugă  $D_f$ .

După cum rezultă din figura 3.18, e, pe măsură ce crește durata de conducție a lui  $D_i$  scade amplitudinea curentului.

Durata de conducție este :

$$t_d = T - T_c. \quad (3.49)$$

Curentul prin  $D_f$  este  $I_s$  :

$$I_f = I_s = \frac{T_c}{T} \frac{U_d}{R} = \frac{T_c}{T} I_{s \max}. \quad (3.50)$$

Valoarea efectivă a lui  $i_f$  este :

$$I_{f \text{ ef}} = I_f \sqrt{\frac{t_d}{T}} = I_{s \max} \frac{T_c}{T} \sqrt{1 - \frac{T_c}{T}}$$

și are valoarea maximă pentru  $T_c = \frac{T}{2}$ .

Această valoare este :

$$I_{f \text{ ef}} = \frac{I_{s \max}}{2\sqrt{2}} = \frac{6}{2\sqrt{2}} = 2,12 \text{ A}.$$

Valoarea medie a curentului  $I_f$  este :

$$I_{f \text{ med}} = I_f \frac{t_d}{T} = \frac{T - T_c}{T} \cdot \frac{T_c}{T} I_{s \max} = T_c \frac{T - T_c}{T} I_{s \max}. \quad (3.51)$$

Și acest curent are valoarea sa maximă la  $T_c = \frac{T}{2}$ , valoare ce este :

$$I_{f \text{ med}} = \frac{1}{4} I_{s \max} = \frac{6}{4} = 1,5 \text{ A}.$$

Deoarece valorile medie și efectivă maxime apar la același curent de sarcină, este suficientă verificarea :

$$I_{f \text{ med}} < I_0 ; 1,5 \text{ A} < 4,5 \text{ A}$$

$$I_{f \text{ ef}} < I_{FRMS} ; 2,12 < 7 \text{ A}.$$

În plus, trebuie ca :

$$I_{s \max} < I_{FRM} ; 6 \text{ A} < 15 \text{ A}.$$

Tensiunea maximă care se aplică lui  $D_f$  ca tensiune inversă este tensiunea maximă de la bornele sarcinii. Această tensiune apare în momentul intrării în conducție a lui  $T_2$  și este:

$$-U_{f\max} = U_d + U_{C\max} = 60 + 87 = 147 \text{ V.}$$

Trebuie ca:

$$2|-U_{f\max}| < U_{RRM}; 294 \text{ V} < 400 \text{ V.}$$

Și aici s-a luat un coeficient de siguranță de 2.

**Problema 3.1.3.7.** Pentru variatorul din problema 3.1.3.6, să se facă un calcul exact al timpilor de comutație în cazul curentului de sarcină egal cu  $I_{c\max} = 6 \text{ A}$ .

*Rezolvare*

Calculul se face după [7], unde toate relațiile sînt demonstrate. Pentru ușurarea înțelegerii, s-au preluat și o mare parte din notații.

a. Durata de comutație între  $T_1$  și  $T_2$ ,  $t_2 - t_1$ :

$$\begin{aligned} t_2 - t_1 &= \sqrt{L_2 C} \arcsin \frac{U_d \sqrt{\frac{L_2}{C}}}{U_{C_1} R} = \\ &= \sqrt{3 \cdot 10^{-6} \cdot 10 \cdot 10^{-6}} \arcsin \frac{60 \sqrt{\frac{3}{10}}}{87 \cdot 10} = 0,206 \text{ } \mu\text{s.} \end{aligned}$$

Deoarece în circuitul de inversare este conectat un tiristor ( $T_3$ ), tensiunea la bornele condensatorului la începutul procesului de comutație este:

$$U_{C_1} = U_{C\max} = 87 \text{ V.}$$

Micșorarea tensiunii condensatorului în acest interval de timp este:

$$\begin{aligned} \Delta U_C &= U_{C_1} [1 - \cos v_0(t_2 - t_1)] = 87 [1 - \cos(29 \cdot 10^3 \cdot 0,206 \cdot 10^{-6})] = \\ &= 1,55 \cdot 10^{-3} \text{ V,} \end{aligned}$$

unde:

$$v_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{L_2 C}} = \frac{1}{2\pi \sqrt{3 \cdot 10^{-6} \cdot 10 \cdot 10^{-6}}} = 29 \cdot 10^3 \text{ Hz.}$$

Tensiunea la bornele condensatorului în momentul  $t_2$  este:

$$U_{C_1} = U_{C_1} - \Delta U_C = 87 - 1,55 \cdot 10^{-3} = 87 \text{ V.}$$

b) Durata cît conduce numai  $T_2$ ,  $t_3 - t_2$ .

Tensiunea la bornele condensatorului în acest interval de timp este:

$$u_C = \frac{U + U_{C_2}}{\sin \varphi_u} e^{-\frac{t-t_2}{\tau}} \sin [v(t - t_2) - \varphi_u] + U_d, \quad (3.52)$$

cu :

$$\begin{aligned}\varphi_u &= \arctg \left[ \frac{U_d + U_{C2}}{\left( \frac{\tau}{RC} - 1 \right) U_d - U_{C2}} \nu \tau \right] = \\ &= \arctg \left[ \frac{60 + 87}{\left( \frac{0,01}{10 \cdot 10 \cdot 10^{-6}} - 1 \right) 60 - 87} 997,7 \cdot 0,01 \right] = 14^\circ \\ \tau &= \frac{L + L_1 + L_2}{R} = \frac{0,1 + 0,2 \cdot 10^{-3} + 3 \cdot 10^{-6}}{10} = 0,01 \text{ s} \\ \nu &= \sqrt{\frac{1}{(L + L_1 + L_2)C} - \frac{1}{4} \left( \frac{R}{L + L_1 + L_2} \right)^2} = \\ &= \sqrt{\frac{1}{0,1 + 0,2 \cdot 10^{-3} + 3 \cdot 10^{-6}} - \frac{1}{4} \left( \frac{10}{0,1 + 0,2 \cdot 10^{-3} + 3 \cdot 10^{-6}} \right)^2} = \\ &= 997,74 \text{ Hz.}\end{aligned}$$

Timpu cît se aplică lui  $T_1$  tensiune inversă, se obține egalînd (3.52) cu zero.

Deci :

$$0 = \frac{60 + 87}{\sin 14^\circ} e^{-\frac{t_i}{0,01}} \sin \left( 999,7 t_i \frac{180}{\pi} - 14^\circ \right) + 60. \quad (3.53)$$

Ecuația fiind transcendentă se rezolvă prin încercări sau reprezentare grafică. S-a obținut :

$$t_i = 145 \text{ } \mu\text{s.}$$

Durata cît conduce numai  $T_2$ , adică  $t_3 - t_2$ , se obține tot din (3.52), cu condiția  $U_C = U_d$ .

Deci :

$$60 = \frac{60 + 87}{\sin 14^\circ} e^{-\frac{t_3 - t_2}{0,01}} \sin \left( 999,7 \frac{180}{\pi} (t_3 - t_2) - 14^\circ \right) + 60 ;$$

condiție îndeplinită dacă argumentul sinusului este zero, adică :

$$t_3 - t_2 = \frac{14}{999,7 \frac{180}{\pi}} = 246 \text{ } \mu\text{s.}$$

e. Durata de comutație a curentului de pe  $T_2$  pe  $D_f$ , este  $t_4 - t_3$ . Acest timp se determină din ecuația curentului prin  $T_2$  în timpul procesului de comutație și care este :

$$i_{T_2} = I_s \cos \nu_1(t - t_3) \quad (3.54)$$

Cînd  $i_{T_2} = 0$  procesul de comutație s-a terminat și  $t = t_4$ .

Deci :

$$0 = I_s \cos v_1(t_4 - t_3)$$

sau

$$v_1(t_4 - t_3) = \frac{\pi}{2},$$

rezultind :

$$t_4 - t_3 = \frac{\pi}{2v_1} = \frac{\pi}{2 \cdot 2,532 \cdot 10^3} = 70,7 \text{ } \mu\text{s},$$

în care :

$$v_1 = \frac{1}{2\pi\sqrt{(L_1 + L_2)C}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{(0,2 \cdot 10^{-3} + 3 \cdot 10^{-6})10 \cdot 10^{-6}}} = 3,532 \text{ kHz}.$$

**d. Concluzii.** Comparînd rezultatele din cele două probleme rezultă :

1. Timpul de comutație între  $T_1$  și  $T_2$  este atît de mic încît ipoteza comutației instantanee la aceste două tiristoare este corectă. Durata scurtă a intervalului de comutație este o consecință a inductivităților mici în serie cu  $T_1$  și  $T_2$ , adică  $L_1$  și  $L_2$ .

2. Durata cît se aplică tensiune inversă lui  $T_1$  este egală în cele două cazuri.

3. Cît privește durata de comutație dintre  $T_2$  și  $D_f$ , ipoteza comutației instantanee nu mai este corectă, deoarece cei  $70,7 \text{ } \mu\text{s}$  sînt comparabili cu timpul de conducție.

De remarcât, că asupra verificărilor acest timp nu are o influență serioasă. Spre exemplu, în ipoteza comutației instantanee s-a considerat că prin  $T_2$  trec 6 A un timp de  $290 \text{ } \mu\text{s}$ . În realitate,  $T_2$  conduce  $t_4 - t_1 = 316,9 \text{ } \mu\text{s}$ , dintre care însă numai  $t_3 - t_2 = 246 \text{ } \mu\text{s}$  un curent de 6 A.

Acest timp va influența însă curentul minim de funcționare.

**Problema 3.1.3.8.** O sarcină de tip  $R-L-E$  cu  $R = 10 \text{ } \Omega$ ;  $L = 0,1 \text{ H}$ ,  $E = 20 \text{ V}$  trebuie alimentată cu o tensiune variabilă de la o sursă de tensiune continuă constantă și egală cu  $150 \text{ V}$ .

*Se cere :* Să se dimensioneze (aleagă) elementele unui variator de c.c. (fig. 3.19), știind că puterea prin rezistență trebuie reglată în mod continuu între  $300$  și  $1\,000 \text{ W}$  și variația curentului nu trebuie să depășească la puterea maximă,  $2,5\%$  din valoarea medie a curentului de sarcină.

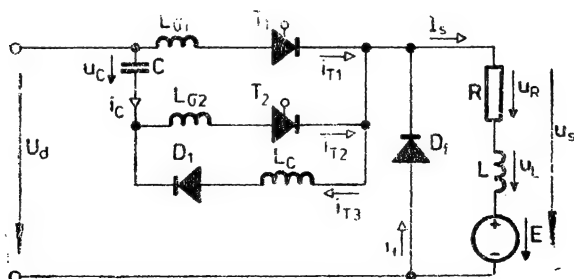


Fig. 3.19. Variator cu circuit de comutație paralel și sarcină  $R-L-E$ .

### Rezolvare\*

În ipoteza unui curent de sarcină constant și a comutației instantanee rezultă :

1. Curentul de sarcină maxim :

$$I_{s1} = \sqrt{\frac{P_{max}}{R}} = \sqrt{\frac{1\,000}{10}} = 10 \text{ A.}$$

2. Curentul de sarcină minim :

$$I_{s2} = \sqrt{\frac{P_{min}}{R}} = \sqrt{\frac{300}{10}} = 5,47 \text{ A.}$$

Constanta de timp a sarcinii :

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{0,1}{10} = 10 \text{ ms.}$$

a. Alegerea regimului de lucru. Trebuie ales regimul de lucru astfel încât să fie satisfăcută condiția de pulsație a curentului. Admitem inițial  $T = \frac{1}{10} \tau = 1 \text{ ms}$ , adică  $f = 1\,000 \text{ Hz}$ .

Durata de conducție rezultă din relația :

$$I_s = \frac{T_c}{T} \cdot \frac{U_d}{R} - \frac{E}{R} \quad (3.55)$$

și se determină pentru curentul maxim ( $I_{s1}$ ) :

$$T_{c1} = \frac{I_{s1} R + E}{U_d} T = \frac{10 \cdot 10 + 20}{150} 10^{-3} = 0,8 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

cu o durată de pauză :

$$T_{p1} = T - T_{c1} = (1 - 0,8) 10^{-3} = 0,2 \cdot 10^{-3} \text{ s.}$$

Pentru curentul minim ( $I_{s2}$ ) durata de conducție este :

$$T_{c2} = \frac{I_{s2} R + E}{U_d} T = \frac{5,47 \cdot 10 + 20}{150} 10^{-3} = 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ s,}$$

cu o durată de pauză :

$$T_{p2} = T - T_{c2} = (1 - 0,42) 10^{-3} = 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ s.}$$

De remarcat că aceste durate (80% și 50%) se pot obține ușor cu schema impusă. În continuare se va verifica dacă cu aceste date se obține condiția de variație impusă prin temă.

---

\* Pentru o urmărire ușoară a mersului calculului, se recomandă studierea în prealabil a problemei 3.1.3.6.



Pentru  $I_{s1}$  (v. problema 3.1.1.1):

Cunoscând durata de conducție  $T_{c1} = 0,8$  ms, se pot calcula valoarea maximă și minimă a curentului în sarcină

Curentul maxim (v. rel. 3.11).

$$I_{s1 \max} = \frac{150}{10} \frac{1 - e^{-\frac{0,8}{10}}}{1 - e^{-\frac{1}{10}}} - \frac{20}{10} = 10,118 \text{ A}$$

Curentul minim (v. rel. 3.12):

$$I_{s1 \min} = \frac{150}{10} \frac{e^{\frac{0,8}{10}} - 1}{\frac{1}{e^{\frac{1}{10}}} - 1} - \frac{20}{10} = 9,878 \text{ A}$$

Curentul mediu fiind  $I_{s1 \text{ med}} = 10$  A înseamnă că în sarcină curentul va varia exponențial între cele două valori limită, adică  $I_{s1 \max} = 10,118$  A și  $I_{s1 \min} = 9,878$  A.

Variația relativă a curentului este:

$$\Delta I_{s1} = \frac{I_{s1 \max} - I_{s1 \min}}{I_{s1 \text{ med}}} 100 = \frac{10,118 - 9,878}{10} 100 = 2,4\% < 2,5\% \text{ impus.}$$

Pentru  $I_{s2}$ :

Cu  $T_{c2} = 0,5$  ms rezultă  $I_{s2 \max} = 5,687$  A și  $I_{s2 \min} = 5,312$  A. La această variație a curentului în jurul valorii medii  $I_{s2 \text{ med}} = 5,47$  A corespunde o variație relativă de:

$$\Delta I_{s2} = \frac{5,687 - 5,312}{5,47} 100\% = 6,89\%.$$

Întrucât în temă se cere limitarea pulsației curentului doar la puterea maximă se consideră că frecvența de 1 000 Hz satisface condiția de variație impusă și se alege această valoare ca frecvență de lucru.

b. Alegerea tiristorului principal  $T_1$ .

Dacă se neglijează vârful de curent dat de descărcarea lui C, curentul mediu maxim prin  $T_s$  este:

$$I_{T1 \text{ med}} = I_{s1} \frac{T_c}{T} = 10 \frac{0,8}{1} = 8 \text{ A.}$$

Se alege un tiristor cu  $I_0 > 8$  A. Deoarece frecvența de lucru este de 1 000 Hz, este necesar un tiristor rapid, cu  $t < 50$   $\mu$ s. Se alege un tiristor AEG tip 12 F, cu următoarele date caracteristice:  $I_0 = 12$  A;  $I_{TRM} = 180$  A;  $I_{TRMS} = 30$  A;  $di/dt_{\max} = 60$  A/ $\mu$ s;  $\left. \frac{dv}{dt} \right|_{\max} = 50$  V/ $\mu$ s;  $t_q =$

$= 15 \mu s$ ;  $V_{DRM} = V_{RRM} = 100 \div 900 \text{ V}$ . Valoarea lui  $V_{RRM}$  se va stabili mai târziu.

**c.** Dimensionarea inductivității și a capacității de comutație.

Deoarece inductivitatea din amonte de variator este zero, tensiunea la care se va încărca  $C$  este  $U_C = U_d - E$ . Cu  $t_i = 1,5 t_q = 1,5 \cdot 15 = 22,5 \mu s$  rezultă :

$$C \geq \frac{I_{s1} t_i}{U_d - E} = \frac{10 \cdot 22,5}{150 - 20} = 1,73 \mu F.$$

Se alege  $C = 1,75 \mu F$ .

Din condiția :

$$I_{T1 \max} = I_{s1} + U_C \sqrt{\frac{C}{L_c}} \leq I_{TRM} \quad (3.56)$$

rezultă :

$$L_c \geq \frac{U_C^2 C}{(I_{TRM} - I_{s1})^2} = \frac{(U_d - E)^2 C}{(I_{TRM} - I_{s1})^2} = \frac{(150 - 20)^2 \cdot 1,75}{(180 - 10)^2} = 1,023 \mu H.$$

Cu o inductivitate atît de mică, circuitul oscilant ( $L_c$ ,  $C$ ) ar avea un factor de calitate scăzut datorită rezistenței conductoarelor de legătură.

Ca atare, se alege  $L_c = 500 \mu H$ .  $L_c$  nu poate fi ales oricît de mare deoarece limitează durata minimă de conducție. Această condiție este :

$$\pi \sqrt{L_c C} + 2 \frac{(U_d - E)C}{I_{s2}} < T_{c2}. \quad (3.57)$$

Cu datele problemei, condiția este îndeplinită :

$$\begin{aligned} \pi \sqrt{0,5 \cdot 10^{-3} \cdot 1,75 \cdot 10^{-6}} + 2 \frac{(150 - 20) 1,75 \cdot 10^{-6}}{5} = \\ = 0,184 \cdot 10^{-3} \text{ s} < 0,42 \cdot 10^{-3} \text{ s}. \end{aligned}$$

**d.** Dimensionarea lui  $T_2$

$T_2$  este solicitat maxim în curent la curentul de sarcină maxim adică  $I_{s1}$ .

Valoarea medie a curentului în acest caz este :

$$I_{T2 \text{ med}} = I_{s1} \frac{t_3}{T} = 10 \cdot \frac{0,0455}{1} = 0,455 \text{ A},$$

unde durata de conducție a lui  $T_2$  este :

$$t_3 = 2 \frac{(U_d - E)C}{I_{s1}} = 2 \frac{(150 - 20) \cdot 1,75 \cdot 10^{-6}}{10} = 45,5 \cdot 10^{-6} \text{ s}.$$

Lui  $T_2$  i se aplică tensiune inversă un timp egal cu :

$$\frac{t_1}{2} = \frac{\pi}{2} \sqrt{L_c C} = \frac{\pi}{2} \sqrt{0,5 \cdot 10^{-3} \cdot 1,75 \cdot 10^{-6}} = 46,5 \mu s.$$

Cu un timp de protecție  $1,5 t_q$  trebuie ca :

$$1,5 t_q \leq \frac{t_1}{2}.$$

Deci

$$t_q < \frac{46,5}{1,5} = 31 \text{ } \mu\text{s}.$$

Se observă că și  $T_2$  trebuie să fie un tiristor rapid.

Se alege un tiristor I.P.R.S. T3R, cu următoarele date caracteristice :  
 $I_0 = 3 \text{ A}$  ;  $I_{TRM} = 10 \text{ A}$  ;  $I_{TRMS} = 4,5 \text{ A}$  ;  $\left. \frac{di}{dt} \right|_{max} = 20 \frac{\text{A}}{\mu\text{s}}$  ;  $\left. \frac{dv}{dt} \right|_{max} = 50 \frac{\text{V}}{\mu\text{s}}$  ;  
 $t_q = 20 \text{ } \mu\text{s}$  ;  $V_{DRM} = V_{RRM} = 100 \div 800 \text{ V}$ , valoarea exactă se va stabili  
 ulterior.

e. Alegerea diodei  $D_1$

Valoarea maximă a curentului prin  $D_1$  este :

$$I_{D1 \text{ max}} = I_{C \text{ max}} = \frac{U_C}{L_c \omega} = (U_d - E) \sqrt{\frac{C}{L_c}} = (150 - 20) \sqrt{\frac{1,75}{500}} = 7,69 \text{ A}.$$

avînd o valoare medie :

$$I_{D1 \text{ med}} = \frac{i_{D1 \text{ max}}}{\omega T} = \frac{7,69}{3,38 \cdot 10^4 \cdot 1 \cdot 10^{-3}} = 0,227 \text{ A}.$$

cu :

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{L_c C}} = \frac{1}{\sqrt{0,5 \cdot 10^{-3} \cdot 1,75 \cdot 10^{-6}}} = 3,38 \cdot 10^4 \cdot \text{s}^{-1}$$

și o valoare efectivă :

$$I_{D1 \text{ ef}} = i_{D1 \text{ max}} \sqrt{\frac{t_1}{2T}} = 7,69 \cdot \sqrt{\frac{46,5}{1000}} = 1,66 \text{ A}.$$

Se alege o diodă IPRS tip F, cu următoarele date caracteristice :  $I_0 = 2 \text{ A}$  ;  
 $I_{FRM} = 6,5 \text{ A}$  ;  $I_{FRMS} = 3,5 \text{ A}$  ;  $V_{RRM} = 100 \div 1000 \text{ V}$ , tensiunea repe-  
 titivă se va alege ulterior.

f. Alegerea diodei de fugă  $D_f$

La problema 3.1.3.6 s-a arătat că valorile medie și efectivă maxime ale  
 curentului prin dioda de fugă apar la  $T_c = \frac{T}{2}$ . În cazul de față,

$$T_c = \frac{T}{2} = \frac{1}{2} = 0,5 \text{ ms}.$$

Valoarea medie a curentului este :

$$I_{f \text{ med}} = I_{s1} \frac{1}{4} = \frac{10}{4} = 2,5 \text{ A}.$$

Valoarea efectivă a curentului :

$$I_{f\ ef} = I_{s1} \frac{1}{2\sqrt{2}} = 3,53\text{ A.}$$

Se alege o diodă I.P.R.S. 6 SI, cu următoarele date caracteristice :  $I_0 = 6\text{ A}$  ;  $I_{FRM} = 20\text{ A}$  ;  $I_{FRMS} = 9\text{ A}$  ;  $V_{RRM} = 50 \div 1\,500\text{ V}$ , valoarea se va alege ulterior.

g. Alegerea tensiunii dispozitivelor semiconductoare.

Tensiunea maximă la care este solicitat tiristorul  $T_1$  este  $U_d$  (cînd conduce  $D_f$ ). Cu un factor de siguranță de 2,5, rezultă tensiunea repetitivă necesară :

$$V_{DRM} = V_{RRM} > 2,5\ U_d = 2,5 \cdot 150 = 375\text{ V.}$$

Se alege din catalog  $V_{DRM} = V_{RRM} = 400\text{ A}$ .

Tiristorul  $T_2$  și dioda  $D_1$  sînt solicitate la tensiunea maximă  $U_d - E$  Cu același factor de siguranță de la  $T_1$  rezultă :

$$V_{RRM}, V_{DRM} > 2,5(U_d - E) = 2,5(150 - 20) = 325\text{ V.}$$

Se alege :

pentru  $T_2$  ;  $V_{DRM} = V_{RRM} = 400\text{ V}$

pentru  $D_1$  :  $V_{RRM} = 400\text{ V}$ .

Dioda de fugă este solicitată la tensiunea maximă  $U_d + U_c = 2U_d - E = 2 \cdot 150 - 20 = 280\text{ V}$ . Tensiunea repetitivă trebuie să fie :

$$V_{RRM} > 2,5 \cdot 280 = 700\text{ V}$$

Se alege  $V_{RRM} = 800\text{ V}$ .

h) Inductivitatea pentru limitarea pantelor curenților prin tiristoare :

$$L_1 > \frac{U_d}{\left. \frac{di}{dt} \right|_{max}} = \frac{150}{60} = 2,5\ \mu\text{H.}$$

$$L_2 > \frac{U_d}{\left. \frac{di}{dt} \right|_{max}} = \frac{150}{20} = 7,5\ \mu\text{H.}$$

i. Unele verificări.

1. Pentru  $T_1$  valoarea medie a curentului este

$$I_{med\ T1} = I_{s1} \frac{T_c - t_s}{T} + \frac{i_{D1\ max}}{\omega T} = 10 \frac{0,8 - 0,0455}{1} + \frac{7,69}{3,37 \cdot 10^4 \cdot 10^{-3}} = 7,77\text{ A,}$$

cu :

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{(L_c + L_1)C}} = \frac{1}{\sqrt{0,5025 \cdot 10^{-3} \cdot 1,75 \cdot 10^{-6}}} = 3,37 \cdot 10^4 \cdot \text{s}^{-1}.$$

Valoarea efectivă a curentului :

$$I_{T1\ ef} = \sqrt{I_{s1}^2 \frac{T_c - t_3}{T} + 2I_{s1}i_{D1\ max} \frac{t_1}{2T} + i_{D1\ max}^2 \frac{t_1}{2T}} =$$

$$= \sqrt{10^2 \frac{0,8 - 0,0455}{1} + 2 \cdot 10 \cdot 7,69 \cdot \frac{0,093}{1} + 7,69^2 \frac{0,093}{2 \cdot 1}} = 9,66\ \text{A}.$$

Valoarea maximă a curentului :

$$i_{T1\ max} = I_{1s} + i_{D1\ max} = 10 + 7,69 = 17,69\ \text{A}.$$

Verificări :

$$I_0 = 12\ \text{A} > I_{T1m} = 7,77\ \text{A}$$

$$I_{TRMS} = 30\ \text{A} > I_{T1} = 9,66\ \text{A}$$

$$I_{TRM} = 180\ \text{A} > i_{T1\ max} = 17,69\ \text{A}.$$

Panta tensiunii aplicată în direct are valoarea maximă egală cu :

$$\frac{du}{dt} = \frac{U_c - E}{\frac{t_3}{2}} = \frac{150 - 20}{0,0227 \cdot 10^{-3}} = 5,72\ \frac{\text{V}}{\mu\text{s}}$$

Verificare :

$$\left. \frac{dv}{dt} \right|_{max} = 50\ \text{V}/\mu\text{s} > \frac{du}{dt} = 5,72\ \text{V}/\mu\text{s}$$

2. Valoarea efectivă maximă a curentului  $i_{T2}$  este la  $I_s = I_{s1}$  :

$$I_{T2} = I_{1s} \sqrt{\frac{t_3}{T}} = 10 \sqrt{\frac{0,045}{1}} = 2,10\ \text{A}.$$

Valoarea maximă a curentului este :

$$i_{T2\ max} = I_{s1} = 10\ \text{A}.$$

Verificare :

$$I_0 > I_{T2m}; 3\text{A} > 0,455\ \text{A}$$

$$I_{TRMS} > I_{T2}; 4,5\ \text{A} > 2,1\ \text{A}$$

$$I_{TRM} > i_{T2\ max}; 10\ \text{A} = 10\ \text{A}$$

Se aleg următoarele tipuri de dispozitive semiconductoare :

$T_1$  — tiristor AEG ;  
 $T_2$  — tiristor IPRS tip T3R-4 ;  
 $D_1$  — diodă IPRS tip F 402 ;  
 $D_f$  — diodă IPRS tip 6SI8.

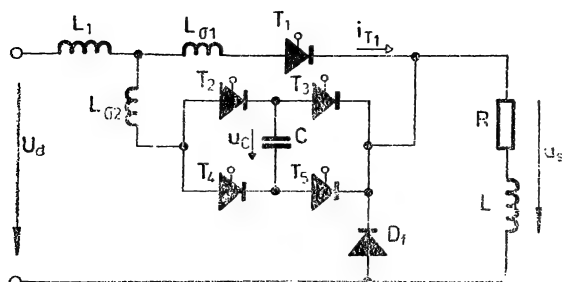


Fig. 3.20. Variator cu patru tiristoare în circuitul de comutație.

**Problema 3.1.3.9.** Pentru alimentarea sarcinii din problema 3.1.3.6, se propune schema de montaj din figura 3.20, la care sînt preluate toate elementele care apar și în schema din figura 3.19 (adică  $T_1$ ,  $U_d$ ,  $L_C$ ,  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $C$ ,  $D_f$ ,  $R$ ,  $L$ ).

Se cere :

- a. să se determine domeniul de reglaj al curentului de sarcină ;
- b. să se aprecieze dacă elementele preluate pot lucra în noua schemă ;
- c. să se determine principalele mărimi pentru alegerea tiristoarelor de blocare  $T_2$ ,  $T_3$ ,  $T_4$ ,  $T_5$ .

*Rezolvare :*

- a. Curentul de sarcină maxim este :

$$I_{s \max} = \frac{U_d}{R} = \frac{60}{10} = 6 \text{ A}$$

și se obține cînd  $T_c = T$ , adică  $D_f$  nu conduce (conducția se realizează numai prin  $T_1$  și cîte o pereche de tiristoare de stingere).

La curent de sarcină minim ( $I_{s \min}$ ), în intervalul unei perioade conduc :

- tiristorul  $T_1$ , un timp necesar ca  $i_{T1}$  să crească de la 0 la  $I_{s \min}$  ;
- o pereche de tiristoare de blocare ( $T_2$ ,  $T_5$  sau  $T_4$ ,  $T_3$ ), un timp necesar condensatorului de blocare să se descarce și să se reîncarce. Restul timpului conduce dioda de fugă  $D_f$ . În ipoteza comutației instantanee (la  $I_{s \min}$ ) :
- durata de conducție a lui  $T_1$  este neglijabilă ;
- durata de conducție a unei perechi de tiristoare de blocare (descărcarea lui  $C$  de la  $U_{C0}$  și reîncărcarea la  $U_{C0}$ ) este :

$$t_2 = 2 \frac{U_{C0}C}{I_{s \min}} ;$$

- durata cît sarcina este alimentată de la sursă :

$$T_c = t_2 ; \quad (3.59)$$

- durata de conducție a lui  $D_f$  :

$$t_3 = T - T_c. \quad (3.60)$$

Condensatorul se încarcă la (v. 3.41) :

$$U_{C0} = U_d + I_{s \min} \sqrt{\frac{L_1 + L_{G2}}{C}}. \quad (3.61)$$

În plus :

$$I_{s \min} = \frac{T_c}{T} \frac{U_d}{R}. \quad (3.62)$$

Din (3.58), (3.59), (3.61) și (3.62) rezultă :

$$I_{s \min}^2 - \frac{2U_d}{TR} \sqrt{(L_1 + L_2)C} \cdot I_{s \min} - \frac{2CU_d^2}{TR} = 0, \quad (3.63)$$

ecuație din care se determină  $I_{s \min}$  :

$$I_{s \min}^2 - \frac{2 \cdot 60}{1,25 \cdot 10^{-3} \cdot 10t} \sqrt{0,203 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \cdot 10^{-6}} I_{s \min} - \frac{2 \cdot 10 \cdot 10^{-6} \cdot 60^2}{1,25 \cdot 10^{-3} \cdot 10} = 0$$

și care este :  $I_{s \min} = 2,62 \text{ A}$ .

b. Tiristorul  $T_1$  este solicitat la fel ca în schema din figura 3.17, cu excepția curentului maxim repetitiv, care în cazul de față este mai mic, el fiind egal cu  $I_{s \max} = 6 \text{ A}$ . Deci  $T_1$  poate lucra și în montajul acesta. Solicitățile diodei de fugă sînt identice ca în cazul schemei din figura 3.17, ca atare și ea poate lucra în acest montaj.

c. Datele pentru alegerea tiristoarelor de blocare ( $T_2, T_3, T_4, T_5$ ).  
Curentul repetitiv :

$$I_{TRM} > I_{s \max} = 6 \text{ A}.$$

Panta critică a curentului (v. problema 3.1.3.6) :

$$\left. \frac{di}{dt} \right|_{\max} > \frac{U_{C \max}}{L_2} = \frac{87}{3} = 29 \text{ A}/\mu\text{s}$$

Tensiunea repetitivă :

$$V_{DRM} = V_{RRM} > 2U_{c \max} = 2 \cdot 87 = 174 \text{ V}.$$

Timpul de dezamorsare prin comutație,  $t_q$  (cu un factor de siguranță de 1,5) este :

$$t_q = \frac{1}{1,5} \frac{U_{C \max} C}{I_{s \max}} = \frac{1}{1,5} \frac{87 \cdot 10 \cdot 10^{-6}}{6} = 96,7 \mu\text{s}.$$

Practic, solicitarea la  $du/dt$  este foarte mică, o valoare ca în cazul problemei 3.1.3.6 fiind suficientă.

Deci

$$\left. \frac{dv}{dt} \right|_{\max} > 2 \div 3 \text{ V}/\mu\text{s}.$$

Tiristoarele de blocare sînt solicitate mai puțin în curent decît  $T_2$  din schema 3.17 deoarece ele conduc numai odată la două perioade. La  $I_s = I_{s \max}$  rezultă :

Valoarea medie a curentului :

$$I_{T2 \text{ med}} = I_{s \max} 2 \frac{U_{C \max} C}{2T I_{s \max}} = \frac{87 \cdot 10 \cdot 10^{-6}}{1,25 \cdot 10^{-3}} = 0,696 \text{ A}. \quad (3.64)$$

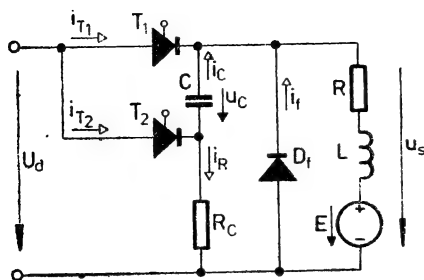


Fig. 3.21. Variator cu circuit de comutație paralel cu sarcina (circuit de comutație R-C).

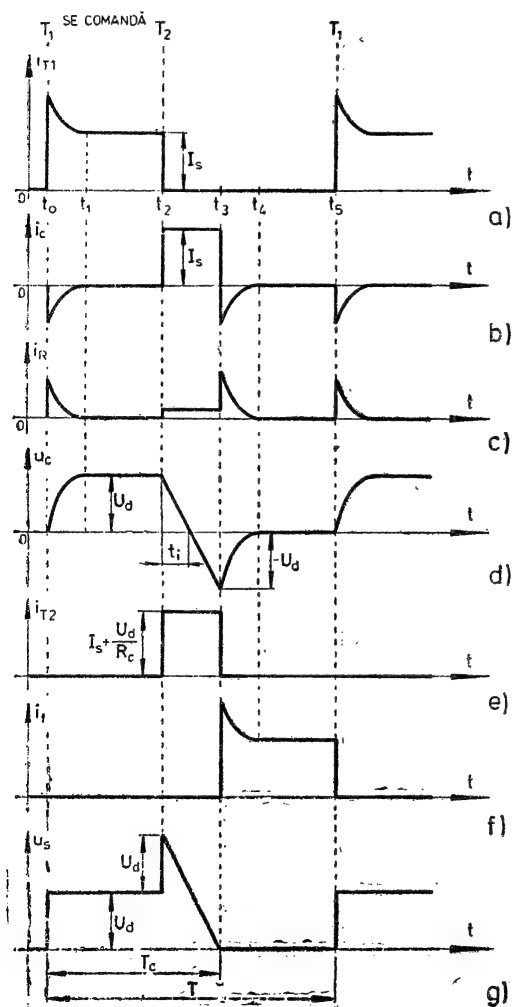


Fig. 3.22. Tensiuni și curenți la variatorul din figura 3.21.

Valoarea efectivă a curențului :

$$I_{T2\text{ ef}} = I_{s\text{ max}} \sqrt{\frac{2U_{C\text{ max}} C}{2TI_{s\text{ max}}}} = 6 \sqrt{\frac{87 \cdot 10 \cdot 10^{-6}}{1,25 \cdot 10^{-3} \cdot 6}} = 2 \text{ A.} \quad (3.65)$$

Relațiile (3.64) și (3.65) mai arată că odată cu scăderea lui  $I_s$  scade atât valoarea medie, cât și cea efectivă a curențului prin tiristoarele de blocare. Ca atare, tiristoarele de blocare trebuie să mai aibă :

$$|I_0| > 0,696 \text{ A}$$

$$I_{TRMS} > 2 \text{ A.}$$

### 3.1.4. VARIATOARE CU CIRCUIT DE BLOCARE PARALEL CU SARCINA

La această categorie de variatoare condensatorul de blocare este legat în paralel cu sarcina. Unul din avantajele acestor variatoare este faptul că tensiunea de încărcare a condensatorului de blocare nu depinde de tensiunea electromotoare a sarcinii.

**Problema 3.1.4.1.** Se consideră variatorul din figura 3.21. Se cere să se deducă formele de undă ale tensiunilor și curenților, explicându-se astfel funcționarea variatorului și să se deducă criteriile de dimensionare pentru elementele circuitului de comutație C și  $R_c$ .

*Rezolvare*

Se va considera  $I_s = ct$  și  $E = ct$ . Formele de undă ale mărimilor sînt reprezentate în fig. 3.22. La momentul  $t_0$  se



conectează  $T_1$ . Prin  $T_1$  trece curentul  $I_s$  și tot prin  $T_1$  și  $R_c$  se încarcă condensatorul.

Deci :

$$i_T = I_s - i_C \quad (3.66)$$

$$i_C = -i_R = -\frac{U_d}{R_c} e^{-t/CR_c} \quad (3.67)$$

$$u_s = U_d \quad (3.68)$$

$$u_C = U_d(1 - e^{-t/CR_c}). \quad (3.69)$$

La  $t_1 \approx 5 CR_c$  condensatorul este încărcat la  $U_d$ . După  $t_1$  se dă comanda de blocare. La  $t_2$  se comandă  $T_2$ . Instantaneu, potențialul catodului lui  $T_1$  crește la  $U_d$  față de anodul său și el se blochează, curentul de sarcină fiind preluat de  $T_2$ . Acum prin  $T_2$  trece  $I_s$  și  $i_R$ , deci :

$$i_{T2} = I_s + i_R = I_s + \frac{U_d}{R_c} \quad (3.70)$$

$$i_R = \frac{U_d}{R_c} \quad (3.71)$$

Datorită curentului constant prin condensator, el se descarcă liniar prin sarcină și se încarcă tot liniar :

$$u_s = U_d + u_C \quad (3.72)$$

Cînd  $u_C = -U_d$ , lucru ce se întîmplă la  $t_3$ ,  $u_s = 0$  și se deschide  $D_f$ . La  $t_3$ ,  $I_{T2} = i_R = \frac{U_d}{R_c}$ . Acest curent trebuie să fie mai mic decît curentul de menținere al lui  $T_2$  și ca atare  $T_2$  se blochează la  $t_4$ . După  $t_3$ ,  $C$  se descarcă prin  $D_f$  și  $R_c$ , regim ce se termină la momentul  $t_4$ . Între  $t_3$  și  $t_4$  sînt valabile relațiile :

$$i_R = -i_c = \frac{U_d}{R_c} e^{-\frac{t}{CR_c}} \quad (3.73)$$

$$u_C = -U_d \left( 1 - e^{-\frac{t}{CR_c}} \right) \quad (3.74)$$

$$u_s = 0 \quad (3.75)$$

$$i_f = I_s + i_R. \quad (3.76)$$

Pentru dimensionarea lui  $C$  se ține seama de timpul de dezamorsare al lui  $T_1$ ,  $t_q$ . Lui  $T_1$  i se aplică tensiune inversă un timp :

$$t_i = \frac{U_d C}{I_s}, \quad (3.77)$$

cu :

$$t_i > (1,3 \div 1,5)t_q, \quad (3.78)$$

de unde se poate alege  $C$ .

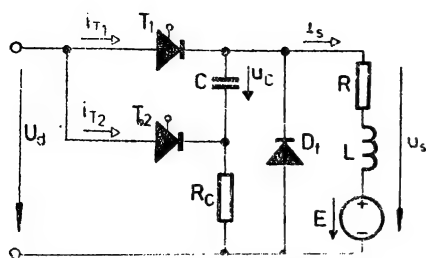


Fig. 3.23. Variator cu circuit de comutație paralel cu sarcina.

$R_c$  trebuie ales astfel încît :

$$\frac{U_d}{R_c} < I_H, \quad (3.79)$$

unde  $I_H$  este curentul de menținere al lui  $T_2$ .

**Problema 3.1.4.2.** Se consideră variatorul de c.c. din figura 3.23. El este alimentat de la o sursă de 100 V, sarcina fiind de tip  $R-L-E$ , cu  $L$  suficient de mare încît  $I_s = \text{ct.}$

Tiristorul principal,  $T_1$ , are  $I_{TRM} = 100 \text{ A}$ ;  $t_q = 1,5 \mu\text{s}$  și tiristorul de stingere,  $T_2$ , are un curent de menținere  $I_H = 60 \text{ mA}$ . Știind că  $C = 2 \mu\text{F}$  și  $R_c = 2 \text{ k}\Omega$ , să se verifice dacă variatorul poate lucra la o frecvență de 10 Hz, durata relativă de conectare  $T_c = 60\%$ , curent de sarcină  $I_s = 10 \text{ A}$ .

*Rezolvare*

Perioada de lucru :

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{10} = 0,1 \text{ s.}$$

Durata de conectare a sarcinii la sursă :

$$T_c = 0,6 T = 0,06 \text{ s.}$$

Curentul minim prin  $T_2$  este :

$$I_{T2 \min} = \frac{U_d}{R_c} = \frac{100}{2 \cdot 10^3} = 50 \text{ mA.} \quad (3.80)$$

Trebuie ca :

$$I_{T2 \min} < I_H; 50 \text{ mA} < 60 \text{ mA.} \quad (3.81)$$

Lui  $T_1$  i se aplică tensiune inversă un timp (3.77) :

$$t_i = \frac{U_d C}{I_s} = \frac{100 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{10} = 20 \mu\text{s.}$$

Verificare :

$$t_i > 1,3 t_q; 20 \mu\text{s} > 1,3 \cdot 15 = 19,5 \mu\text{s.}$$

Curentul maxim prin tiristorul principal este (3.66)(3.67) :

$$I_{T1 \max} = I_s + \frac{U_d}{R_c} = 10 + \frac{100}{2 \cdot 10^3} \simeq 10 \text{ A}$$

Trebuie ca :

$$I_{T1 \max} < I_{TRM}, 10 \text{ A} < 100 \text{ A}$$

Durata minimă cît trebuie să fie conectată sarcina la sursă pentru funcționarea schemei este suma timpilor pentru:

1. încărcarea lui  $C$  la  $U_d$ :

$$t_1 - t_0 = 5R_c C = 5 \cdot 2 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^3 = 2 \cdot 10^{-2} \text{ s}$$

2. descărcarea lui  $C$  și reîncărcarea la  $-U_d$ :

$$t_3 - t_2 = 2t_i = 2 \frac{U_d C}{I_s} = 2 \frac{100 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{10} = 40 \cdot 10^{-6} \text{ s}$$

3. descărcarea lui  $C$  de la  $-U_d$  la zero prin  $R_c$  și  $D_f$ :

$$t_4 - t_3 = 5R_c C = 2 \cdot 10^{-2} \text{ s}.$$

Deci:

$$t_{min} = 2 \cdot 10^{-2} + 40 \cdot 10^{-6} + 2 \cdot 10^{-6} + 2 \cdot 10^{-2} = 40 \text{ ms}$$

Trebuie ca:

$$t_{min} < T_c; 40 \text{ ms} < 60 \text{ ms}.$$

**Problema 3.1.4.3.a.** Se consideră variatorul de tensiune continuă din figura 3.24. Să se traseze formele de undă ale mărimilor marcate pe figură explicîndu-se funcționarea variatorului. Ipoteză  $I_s = \text{ct}$ .

*Rezolvare*

Prin amorsarea lui  $T_1$ , în  $t_0$ , sarcina este alimentată și condensatorul  $C$  se încarcă la o tensiune  $u_C > U_d$ . Valoarea cu care se încarcă  $u_C$  peste  $U_d$  depinde de factorul de calitate al circuitului. În  $t_1$  acest proces de încărcare s-a terminat și se poate da comanda de blocare. Comanda de blocare se dă în  $t_2$  prin amorsarea lui  $T_2$ . Condensatorul de blocare  $C$  ridică potențialul catodului lui  $T_1$  și acesta se blochează deoarece  $u_T = U_d - U_C < 0$  un timp oarecare. Condensatorul  $C$  se descarcă liniar ( $i_C = I_s = \text{ct}$ ) și în momentul în care  $u_C = 0 = u_s$  se deschide dioda de fugă care preia curentul de sarcină  $I_s$ . Toate mărimile de bază sînt reprezentate în figura 3.25.

**Problema 3.1.4.3.b.** Un variator de curent continuu cu circuit de comutație paralel cu sarcina, ca în figura 3.24, este alimentat cu o tensiune  $U_d = 150 \text{ V}$ . Știind că curentul de sarcină este  $I_s = 30 \text{ A}$  și că tiristorul principal  $T_1$  are un curent repetitiv  $I_{TRM} = 100 \text{ A}$  și  $t_q = 25 \mu\text{s}$ , să se dimensioneze elementele circuitului de comutație. Se consideră  $I_s = \text{ct}$ .

*Rezolvare*

Curentul maxim prin  $T_1$  este:

$$I_{T1 \text{ max}} = I_s + I_{C \text{ max}}. \quad (3.82)$$

Curentul maxim prin condensator în timpul procesului de încărcare este:

$$I_{C \text{ max}} = \frac{U_d}{\omega_0 L_c} = U_d \sqrt{\frac{C}{L_c}} \quad (3.83)$$

unde:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_c C}}. \quad (3.84)$$

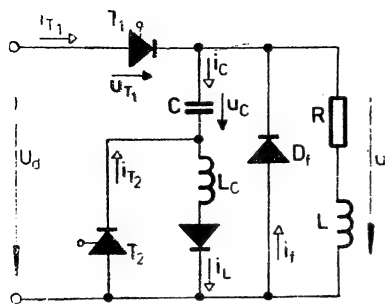


Fig. 3.24. Variator cu circuit de comutație paralel cu sarcina (circuit de comutație L-C).

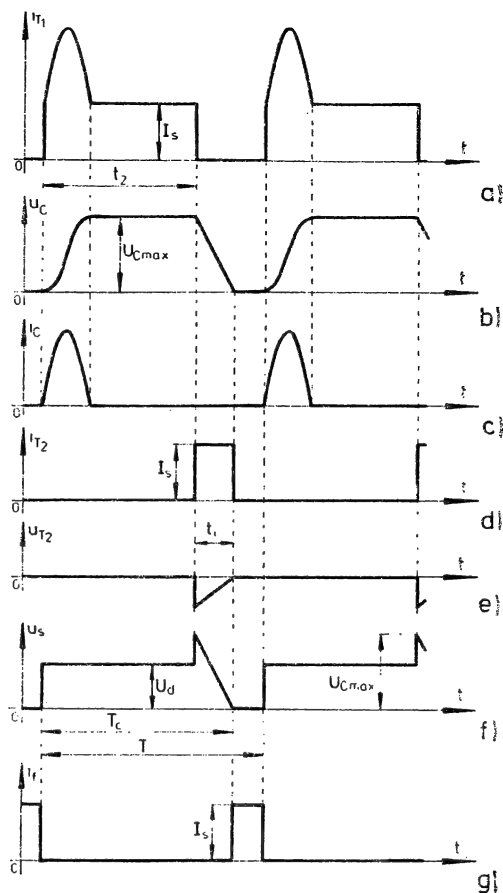


Fig. 3.25. Tensiuni și curenți la variatorul din figura 3.24.

Timpul cât se aplică lui  $T_1$  tensiune inversă (v. fig. 3.25) este:

$$t_i = \frac{U_{C \max} C}{I_s} \quad (3.85)$$

În cazul de față  $U_{C \max} = 2U_d$  deoarece rezistența circuitului de încărcare este nulă. Cu condiția  $t_i = 1,5 t_q = 1,5 \cdot 25 = 37,5 \mu s$  rezultă valoarea capacității de comutație:

$$C = \frac{t_i I_s}{2U_d} = \frac{37,5 \cdot 30}{2 \cdot 150} = 3,75 \mu F.$$

Se alege  $C = 4 \mu F$ .

Inductivitatea de comutație se calculează din condiția:

$$I_{T \max} < I_{TRM} \quad (3.86)$$

Rezultă (3.82) (3.83):

$$100 \geq 30 + 150 \sqrt{\frac{4 \cdot 10^{-6}}{L_c}}.$$

De unde :

$$L_c \geq 18,4 \text{ } \mu\text{H}.$$

Se alege  $L_c = 50 \text{ } \mu\text{H}$ .

**Problema 3.1.4.4.** Pentru variatorul din problema 3.1.4.3 se mai dau :  $R = 2\Omega$  și rezistența bobinei de comutație  $r_e = 0,5 \Omega$ . Frecvența de lucru 1 000 Hz.

Se cere :

Între ce limite poate fi reglat curentul de sarcină ?

Se consideră  $I_s = \text{constant}$  (bine filtrat).

*Rezolvare*

Curentul prin circuitul de comutație în timpul încărcării condensatorului (de la  $u_c = 0$ ) este :

$$i_c = \frac{U_d}{\omega_e L_c} e^{-\delta t} \sin \omega_e t \quad (3.87)$$

unde :

$$\omega_e = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} = \sqrt{7,07^2 \cdot 10^8 - 0,5^2 \cdot 10^8} = 7,05 \cdot 10^4 \text{ s}^{-1} \quad (3.88)$$

cu :

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_c C}} = \frac{1}{\sqrt{50 \cdot 10^{-6} \cdot 4 \cdot 10^{-6}}} = 7,07 \cdot 10^4 \text{ s}^{-1} \quad (3.89)$$

$$\delta = \frac{r_e}{2L_c} = \frac{0,5}{2 \cdot 50 \cdot 10^{-6}} = 0,5 \cdot 10^4 \text{ s}^{-1}. \quad (3.90)$$

Tensiunea la bornele condensatorului în acest timp este :

$$u_C = \frac{U_d}{\omega_e} e^{-\delta t} (\delta \sin \omega_e t + \omega_e \cos \omega_e t) - U_d. \quad (3.91)$$

Timpu de încărcare a lui  $C$  se obține din (3.87), prin anularea lui  $i_c$ , deci :

$$t_1 = \frac{\pi}{\omega_e} = \frac{\pi}{7,05 \cdot 10^4} = 44 \text{ } \mu\text{s}. \quad (3.92)$$

La  $t_1$  condensatorul s-a încărcat la tensiunea sa maximă, care este (3.91) (3.92) :

$$U_{C \max} = U_d e^{-\frac{\pi}{2Q}} + U_d = 150 \cdot e^{-\frac{\pi}{2 \cdot 7,05}} + 150 = 270 \text{ V}, \quad (3.93)$$

unde  $Q$  este factorul de calitate al circuitului :

$$Q = \frac{\omega_e L_c}{r_e} = \frac{7,05 \cdot 10^4 \cdot 50 \cdot 10^{-6}}{0,5} = 7,05. \quad (3.94)$$

Valoarea medie a tensiunii la bornele sarcinii este (v. fig. 3.25) :

$$U_{s \text{ med}} = \frac{1}{T} \left( U_d t_2 + U_{C \text{ max}} \frac{t_i}{2} \right) = \frac{1}{T} \left( U_d t_2 + U_{C \text{ max}} \frac{U_{C \text{ max}} C}{2I_s} \right), \quad (3.95)$$

unde:  $t_2$  este durată de conducție a lui  $T_1$ ;  
 $t_i$  — durată de conducție a lui  $T_2$  (v. 3.85).

Curentul prin sarcină este :

$$I_s = \frac{U_{s \text{ med}}}{R}. \quad (3.96)$$

Din (3.95) și (3.96) rezultă ecuația curentului :

$$I_s^2 - \frac{t_2 U_d}{TR} I_s - \frac{U_{C \text{ max}}^2 C}{2TR} = 0. \quad (3.97)$$

Curentul minim se obține când  $T_1$  conduce (numai pînă cînd se încarcă C), deci pentru  $t_2 = t_1 = \frac{\pi}{\omega \ell} = 44 \text{ } \mu\text{s}$ .

Din ecuația (3.97), cu  $t_2 = 44 \cdot 10^{-6} \text{ s}$  rezultă :

$$I_{s \text{ min}}^2 - \frac{44 \cdot 10^{-6} \cdot 150}{10^{-3}} I_{s \text{ min}} - \frac{270^2 \cdot 4 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 10^{-3} \cdot 2} = 0$$

rezultă :

$$I_{s \text{ min}} = 10,3 \text{ A.}$$

Curentul maxim la care ar putea lucra variatorul fără a ține seamă de dispozitivele semiconductoare rezultă cînd pe durată unui ciclu conduc numai  $T_1$  și  $T_2$ .

În acest caz :

$$t_2 = T - t_i = T - \frac{U_{C \text{ max}} C}{I_{s \text{ max}}}, \quad (3.98)$$

care înlocuit în (3.97) dă ecuația curentului maxim :

$$I_{s \text{ max}}^2 - \frac{U_d}{R} I_{s \text{ max}} + \frac{U_{C \text{ max}} C}{TR} \left( U_d - \frac{U_{C \text{ max}}}{2} \right) = 0. \quad (3.99)$$

În cazul de față :

$$I_{s \text{ max}}^2 - \frac{150}{2} I_{s \text{ max}} + \frac{270 \cdot 4 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 10^{-3}} \left( 150 - \frac{270}{2} \right) = 0,$$

rezultînd :

$$I_{s \text{ max}} = 74,89 \text{ A.}$$

La acest curent se aplică lui  $T_1$  tensiune inversă cu o durată :

$$t_i = \frac{U_{C \text{ max}} C}{I_{s \text{ max}}} = \frac{270 \cdot 4 \cdot 10^{-6}}{74,89} = 14,42 \text{ } \mu\text{s}.$$

Deoarece  $t_i = 14,42 \text{ } \mu\text{s} < t_q = 25 \text{ } \mu\text{s}$ , rezultă că variatorul nu poate lucra la acest curent. El nu putea lucra la acest curent deoarece se depășea și curentul repetitiv al lui  $T_1$ .

Astfel :

$$I_{T1 \text{ max}} = I_{s \text{ max}} + U_d \frac{C}{L_c} = 74,89 + 150 \frac{4 \cdot 10^{-6}}{50 \cdot 10^{-6}} = 117,3 \text{ A.}$$

și

$$I_{T1 \text{ max}} = 117,3 \text{ A} > I_{TRM} = 100 \text{ A.}$$

Dacă se admite un factor de siguranță 1, la timpul de revenire,  $t_i = t_q$ , atunci :

$$I_{s \text{ max}} = \frac{U_{C \text{ max}} C}{t_q} = \frac{270 \cdot 4 \cdot 10^{-6}}{25} = 43,2 \text{ A.}$$

caz în care :

$$I_{T1 \text{ max}} = 43,2 + 43,2 \sqrt{\frac{4}{50}} = 55,4 \text{ A,}$$

curent care este mai mic decât  $I_{TRM}$  al lui  $T_1$ .

Deci, în condițiile date, variatorul poate lucra între 10,3 A și 43 A.

### 3.1.5. FILTRE

De multe ori în practică inductivitatea sarcinii nu este suficient de mare încît să mențină curentul de sarcină între limitele admise de consumator. De asemenea, sursa nu poate menține tensiunea aproape de o valoare constantă sau să primească energie de la consumator (cînd variatorul este alimentat de exemplu de la un redresor necomandat). În aceste cazuri se folosesc bobine pentru netezirea curentului și (sau) condensatoare pentru menținerea tensiunii.

Un prim exemplu de calcul al filtrului s-a făcut la problemele 3.1.1.1, și la 3.1.1.2.

**Problema 3.1.5.1.** Un variator de tensiune continuă ( $V$  din fig. 3.26) este alimentat de la sursă de 400 V. Curentul de sarcină (valoarea medie) este  $I_s = 200 \text{ A}$  și frecvența de lucru 1 000 Hz. Să se calculeze inductivitatea circuitului astfel încît variația curentului de sarcină  $\Delta i_s$  să nu depășească 20% din  $I_s$ .

*Rezolvare*

Schema din figura 3.26 reprezintă acest variator, unde  $V$  este variatorul ideal și rezistența sarcinii împreună cu tensiunea electromotoare sînt reprezentate cu  $U_R$ .  $L$  este inductanța sarcinii, plus o eventuală inductanță de filtrare. În schemă s-au neglijat

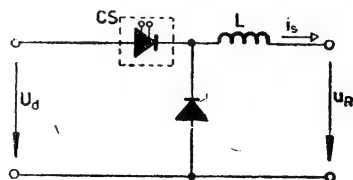


Fig. 3.26. Filtru de tip L.

celelalte rezistențe (fire, sursă etc.). În perioada de conducție a lui  $V$ , ecuația circuitului este :

$$U_d - U_R = L \frac{di_s}{dt} \quad (3.100)$$

și în perioada de conducție a lui  $D_f$  :

$$-U_R = L \frac{di_s}{dt}. \quad (3.101)$$

Din (3.100) se obține variația curentului de la  $i_{s \min}$  la  $i_{s \max}$ , adică  $\Delta i_s$ , în timpul  $\Delta t = T_c$ , iar din (3.101) aceeași variație  $\Delta i_s$  în timpul  $\Delta t = (T - T_c)$ . Rezultă din (3.100) :

$$L = \frac{(U_d - U_R)T_c}{\Delta i_s} \quad (3.102)$$

și din (3.101) :

$$L = \frac{U_R(T - T_c)}{\Delta i_s}. \quad (3.103)$$

Variația  $\Delta i$  este maximă pentru  $T_c = \frac{T}{2}$ , caz în care  $U_R = \frac{U_d}{2}$ .

Cu aceste date rezultă :

$$L \geq \frac{U_d T}{4 \Delta i_s}. \quad (3.104)$$

În cazul de față :

$$T = \frac{1}{f} = 10^{-3} \text{ s}$$

$$\Delta i_s = \frac{20}{100} I_s = 0,2 \cdot 200 = 40 \text{ A}$$

și

$$L \geq \frac{400 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot 40} = 2,5 \text{ mH}.$$

**Problema 3.1.5.2.** De la o sursă de curent continuu de 250 V și inductivitate 100  $\mu\text{H}$  se alimentează printr-un variator de curent continuu ( $V$ ) o sarcină. Curentul prin sarcină poate fi variat între 20 A și 1 000 A, putînd fi considerat constant. Pentru a se menține tensiunea la bornele variatorului se folosește un condensator de filtrare  $C$  (fig. 3.27). Știînd că tensiunea la bornele condensatorului poate varia cu 10% din  $U_d$  și că după deconectarea sa de la sursă (prin  $K$ ) tensiunea condensatorului trebuie să scadă la 24 V în 25 s, să se determine valoarea lui  $C$  și a rezistenței de protecție  $R_p$ . Frecvența de lucru este  $f = 750 \text{ Hz}$ .

*Rezolvare*

Într-o primă instanță se va neglija curentul prin  $R_p$ . Cu  $I_s = \text{ct}$  și  $L_1$  suficient de mare, sursa debitează numai componenta continuă a curen-



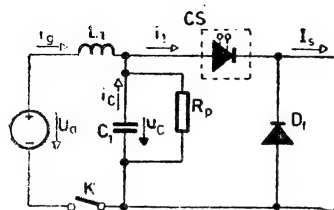


Fig. 3.27. Filtru de tip C.

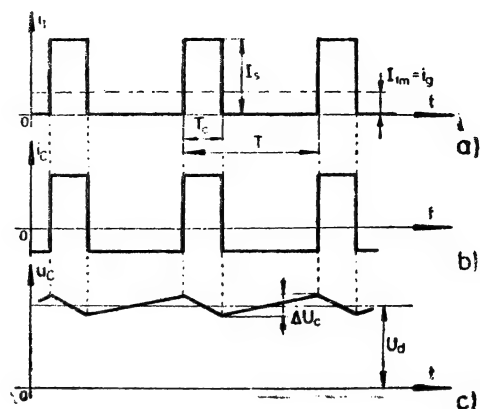


Fig. 3.28. Formele de undă ale mărimilor electrice pentru filtrul de tip C.

tului absorbit de variator ( $i_1$ ), componenta alternativă a lui  $i_1$  fiind dată de C. În acest caz, variația mărimilor electrice din circuit este ca cea din figura 3.28.

Variația tensiunii la bornele condensatorului este:

$$\Delta U_C = \frac{1}{C} \frac{T_c(T - T_c)}{T} I_s. \quad (3.105)$$

Ea este maximă pentru  $T_c = \frac{T}{2}$ , avînd valoarea:

$$\Delta U_{C \max} = \frac{1}{C} \frac{T}{4} I_s. \quad (3.106)$$

Cu datele din problemă trebuie ca:

$$\Delta U_{C \max} = \frac{10}{100} \cdot 250 = 25 \text{ V.}$$

Perioada de lucru este:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{750} = 1,33 \cdot 10^{-3} \text{ s.}$$

Din (3.106) rezultă:

$$C \geq \frac{T}{4} \frac{I_{s \max}}{\Delta U_{C \max}} = \frac{1,33 \cdot 10^{-3}}{4} \cdot \frac{100}{25} = 1,33 \cdot 10^{-3} \text{ F} = 1330 \text{ } \mu\text{F.}$$

Condensatorul se încarcă la tensiunea maximă:

$$U_{C \max} = U_d + \frac{\Delta U_{C \max}}{2} = 250 + \frac{25}{2} = 262,5 \text{ V.} \quad (3.107)$$

Dacă se deschide  $K$  atunci când  $u_C = U_{C \max}$ , tensiunea la bornele condensatorului este :

$$u_C = U_{C \max} e^{-\frac{t}{R_p C}} \quad (3.108)$$

Cu  $t = t_d = 25$  s și  $U_C = 24$  V, rezultă din (3.108) :

$$R_p = \frac{t_d}{C} \frac{1}{\ln \frac{U_{C \max}}{U_C}} = \frac{25}{1,33 \cdot 10^{-3}} \frac{1}{\ln \frac{262,5}{24}} = 7,85 \text{ k}\Omega.$$

Puterea consumată în rezistență trebuie să fie :

$$P \approx \frac{U_{C \max}^2}{R_p} = \frac{262,5^2}{7,85} = 8,77 \text{ W}.$$

## 3.2. REGLAREA PRIN IMPULSURI A REZISTENȚELOR

### 3.2.1. SCHEMA DE COMANDĂ PARALEL

**Problema 3.2.1.1.** Pentru reglajul puterii dezvoltată într-o rezistență de  $5 \Omega$ , alimentată de la o sursă de curent continuu cu un curent constant de  $10$  A ( $I_s = 10$  A) se folosește montajul din figura 3.29. Condensatorul de blocare se poate încărca la o tensiune de  $50$  V. Tiristorul principal are  $I_{TRM} = 100$  A și  $t_q = 12$   $\mu$ s. Frecvența de lucru este  $f = 500$  Hz.

Se cere :

- Să se dimensioneze elementele circuitului de comutație ( $C$  și  $L_c$ ) ;
- Să se calculeze între ce limite poate fi variată puterea dezvoltată în rezistență.

*Rezolvare* (v. și [7]) :

- Tiristorul principal primește tensiune inversă un timp :

$$t_i = RC \ln \left( 1 + \frac{U_{C0}}{RI_s} \right), \quad (3.109)$$

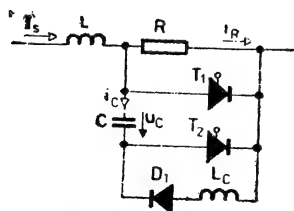


Fig. 3.29. Schemă de reglaj paralel a rezistențelor prin impulsuri.

în care  $U_{C0}$  este tensiunea condensatorului în momentul amorsării lui  $T_2$ .

Cu  $t_i = 1$ ,  $5t_q = 1,5 \cdot 12 = 18$   $\mu$ s și  $U_{C0} = 50$  V, rezultă :

$$C \geq \frac{t_i}{R \ln \left( 1 + \frac{U_{C0}}{RI_s} \right)} = \frac{18 \cdot 10^{-6}}{5 \ln \left( 1 + \frac{50}{5 \cdot 10} \right)} = 5,19 \cdot 10^{-6} = 5,19 \text{ } \mu\text{F}.$$

Se alege  $C = 6$   $\mu$ F.

Din condiția :

$$\begin{aligned}
 i_{T1 \max} &= \\
 &= I_s + U_{C0} \sqrt{\frac{C}{L_c}} \geq I_{TRM} \\
 \text{rezultă :} \\
 L_c &\geq \frac{C}{\left( \frac{I_{RM} - I_C}{U_{C0}} \right)^2} = \\
 &= \frac{6 \cdot 10^{-6}}{\left( \frac{100 - 10}{50} \right)^2} = 1,85 \cdot 10^{-6} \text{ H.}
 \end{aligned}$$

Se alege  $L_c = 20 \mu\text{H}$ .

b. Pentru a putea calcula limitele de reglaj ale puterii a fost reprezentat curentul prin sarcină la putere maximă dezvoltată, (fig. 3.30, a) și la putere minimă dezvoltată (fig. 3.30, b).

La puterea maximă, curentul prin rezistență este dat de următoarele intervale de conducție :

- $t_1 - t_0 \rightarrow$  tiristoarele blocate, prin  $R$  trece  $I_s$  ;
- $t_2 - t_1 \rightarrow$  conduce  $T_1$ . Acest interval trebuie să fie egal cu  $\pi \sqrt{L_c C}$ , timp necesar pentru inversarea tensiunii la  $C$  ;
- $t_3 - t_2 \rightarrow$  conduce  $T_2$ . În acest interval de timp

$$i_R = I_s - \frac{U_{C0}}{R} e^{-\frac{t}{RC}}. \quad (3.110)$$

Pentru  $i_R = I_s$ ,  $t = t_3 - t_2$ , deci  $t_3 - t_2 \approx 5RC$ .

La putere minimă, pe durata unui ciclu :

- $t_1 - t_0 \rightarrow$  conduce  $T_1$  ;
- $t_2 - t_1 \rightarrow$  conduce  $T_2$ , ecuația curentului  $i_R$  fiind tot (3.110) și ca atare  $t_2 - t_1 \rightarrow 5RC$ .

Valoarea efectivă a curentului prin  $R$  la putere maximă este :

$$\begin{aligned}
 I_{R1} &= \sqrt{\frac{1}{T} \left[ \int_0^{t_1-t_0} I_s^2 dt + \int_0^{t_3-t_2} i_R^2 dt \right]} = \\
 &= \sqrt{I_s^2 \left( \frac{t_1 - t_0}{T} + \frac{5RC}{T} \right) + \frac{U_{C0}^2 C}{2RT} (1 - e^{-10}) - \frac{2I_s U_{C0} C}{T} (1 - e^{-5})}. \quad (3.111)
 \end{aligned}$$

În (3.111) s-a înlocuit  $t_3 - t_2 = 5RC$ .

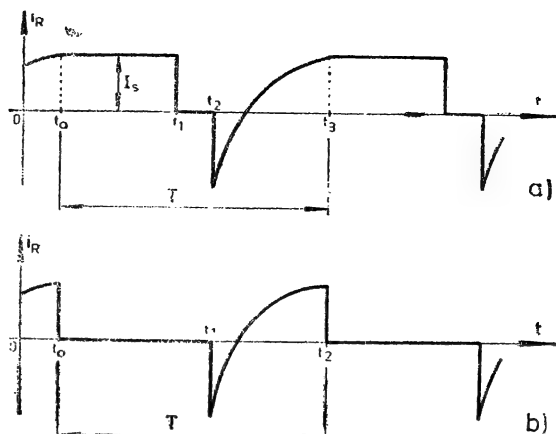


Fig. 3.30. Curentul la putere maximă (a) și la putere minimă (b).

Avînd în vedere că  $e^{-10} = 4,5 \cdot 10^{-5}$  și  $e^{-5} = 6,73 \cdot 10^{-3}$  sînt mici față de 1, rezultă :

$$I_{R1} = \sqrt{\frac{1}{T} \left[ I_s^2 (t_1 - t_0 + 5RC) + U_{C0} C \left( \frac{U_{C0}}{2R} - 2I_s \right) \right]}. \quad (3.112)$$

Intervalul  $t_1 - t_0$  este :

$$\begin{aligned} t_1 - t_0 &= T - \pi \sqrt{CL_c} - 5RC = \\ &= \frac{1}{500} - \pi \sqrt{610^{-6} \cdot 20 \cdot 10^{-6}} - 5 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 10^{-6} = 1,81 \cdot 10^{-3} \text{ s.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{R1} &= \sqrt{500 \left[ 10^2 (1,81 \cdot 10^{-3} + 0,15 \cdot 10^{-3}) + 50 \cdot 6 \cdot 10^{-6} \left( \frac{50}{2 \cdot 5} - 2 \cdot 10 \right) \right]} = \\ &= 9,83 \text{ A.} \end{aligned}$$

Puterea maximă dezvoltată în rezistență este :

$$P_{max} = RI_{R1}^2 = 5 \cdot 9,83^2 = 483,75 \text{ W.}$$

Valoarea efectivă a curentului la putere minimă este :

$$I_{R2} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^{t_2 - t_1} i_R^2 dt} = \sqrt{\left[ \frac{1}{T} I_s^2 5RC + U_{C0} C \left( \frac{U_{C0}}{2R} - 2I_s \right) \right]} \quad (3.113)$$

relație în care s-a ținut cont că  $t_2 - t_1 = 5RC$ .

Deci :

$$I_{R2} = \sqrt{500 \left[ 10^2 \cdot 0,15 \cdot 10^{-3} + 50 \cdot 6 \cdot 10^{-6} \left( \frac{50}{2 \cdot 5} - 2 \cdot 10 \right) \right]} = 2,29 \text{ A.}$$

Puterea minimă dezvoltată în rezistență este :

$$P_{min} = RI_{R2}^2 = 5 \cdot 2,29^2 = 26,25 \text{ W.}$$

### 3.2.2. SCHEMA DE COMANDĂ SERIE

La aceste scheme variatorul de c.c. este legat în serie cu o rezistență. Aceasta este de fapt cazul unui variator de c.c. cu sarcină rezistivă.

**Problema 3.2.2.1.** Cu variatorul din problema 3.2.1.1 se încearcă reglajul de putere serie al unei rezistențe de  $5 \Omega$ , alimentată de la o tensiune de 50 V (o putere maximă dezvoltată de 500 W, ca în problema 3.2.1.1, fără reglaj).

Se cere :

- Se poate face reglajul?
- Între ce limite se poate regla puterea?

### Rezolvare

Schema de montaj este dată în figura 3.31.

**a.** Condensatorul de comutație se încarcă la tensiunea  $U_{C0} = 50$  V. Timpul cât se aplică lui  $T_1$  tensiune inversă este (v. problema 3.1.2.4):

$$t_i = RC \ln \frac{U_{C0} + U_d}{U_d} = 5 \cdot 6 \cdot 10^{-6} \ln \frac{50 + 50}{50} = 20 \text{ } \mu\text{s}.$$

Se constată că

$$t_i = 20 \text{ } \mu\text{s} < 1,5 t_q = 1,5 \cdot 12 = 18 \text{ } \mu\text{s}.$$

Curentul maxim prin  $T_1$  este:

$$I_{T1 \text{ max}} = \frac{U_d}{R} + U_{C0} \sqrt{\frac{C}{L_c}} = \frac{50}{5} + 50 \sqrt{\frac{6 \cdot 10^{-6}}{20 \cdot 10^{-6}}} = 37,38 \text{ A}.$$

Trebuie ca:

$$I_{T1 \text{ max}} < I_{TRM}; 37,38 \text{ A} < 100 \text{ A}.$$

**b.** La puterea maximă dezvoltată, curentul de sarcină va fi dat de următoarele intervale de conducție (fig. 3.32, a).

- $t_1 - t_0 \rightarrow$  conduce  $T_1$ . În acest interval curentul prin sarcină este  $i_s = \frac{U_d}{R}$ . Durata intervalului trebuie să fie mai mare sau egală cu  $\pi \sqrt{L_c C}$ , timp necesar schimbării polarității tensiunii condensatorului,
- $t_2 - t_1 \rightarrow$  conduce  $T_2$ . În acest interval curentul prin sarcină este:

$$i_s = \frac{U_d + U_{C0}}{R} e^{-t/RC}. \quad (3.114)$$

$$\text{Durata acestui regim este } t_2 - t_1 \approx 5RC. \quad (3.115)$$

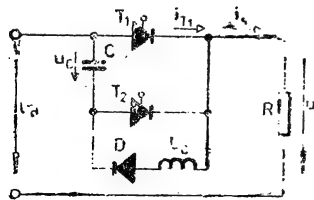


Fig. 3.31. Schema de reglaj serie a rezistențelor prin impulsuri.

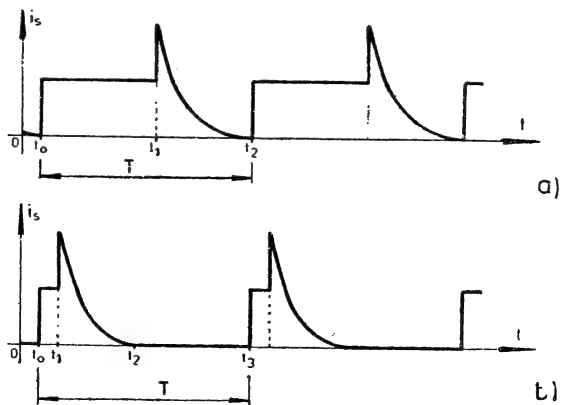


Fig. 3.32. Curentul la putere maximă (a) și la putere minimă (b).

Valoarea efectivă a curentului la puterea maximă este :

$$I_{s1} = \sqrt{\frac{1}{T} \left[ \int_0^{t_1-t_0} \left( \frac{U_d}{R} \right)^2 dt + \int_0^{t_2-t_1} \frac{U_d + U_{C0}}{R} e^{-2t/RC} dt \right]} =$$

$$= \sqrt{\frac{1}{T} \left[ \left( \frac{U_d}{R} \right)^2 (t_1 - t_0) + \left( \frac{U_d + U_{C0}}{R} \right)^2 \frac{RC}{2} (1 - e^{-2(t_2-t_1)/RC}) \right]} \quad (3.116)$$

și cu (3.115) :

$$I_{s1} = \sqrt{\frac{1}{T} \left[ \left( \frac{U_d}{R} \right)^2 (t_1 - t_0) + \left( \frac{U_d + U_{C0}}{R} \right)^2 \frac{RC}{2} \right]} \quad (3.117)$$

Intervalul  $t_1 - t_0$  este :

$$t_1 - t_0 = T - (t_2 - t_1) = T - 5RC = \frac{1}{500} - 5 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 10^{-6} = 1,85 \cdot 10^{-3} \text{ s.}$$

Deci :

$$I_{s1} = \sqrt{500 \left[ \left( \frac{50}{5} \right)^2 \cdot 1,85 \cdot 10^{-3} + \left( \frac{50 + 50}{5} \right)^2 \frac{5 \cdot 6 \cdot 10^{-6}}{2} \right]} = 9,61 \text{ A.}$$

Puterea maximă dezvoltată în rezistență este :

$$P_{max} = RI_{s1}^2 = 5 \cdot 9,61^2 = 462,5 \text{ W.}$$

La putere minimă conduc într-o perioadă :

- $t_1 - t_0 = \pi \sqrt{L_c C}$ , tiristorul  $T_1$ . Acest timp este necesar pentru inversarea polarității tensiunii lui  $C$ .
- $t_2 - t_1 \approx 5RC$ , tiristorul  $T_2$ .

Forma curentului de sarcină este dată în figura 3.32, *b*. Se observă că forma curentului este aceeași ca la sarcină maximă, ca atare relația (3.117) va da valoarea lui  $I_{s2}$ .

Cu

$$t_1 - t_0 = \pi \sqrt{L_c C} = \pi \sqrt{20 \cdot 10^{-6} \cdot 6 \cdot 10^{-6}} = 3,44 \cdot 10^{-5} \text{ s,}$$

rezultă :

$$I_{s2} = \sqrt{500 \left[ \left( \frac{50}{5} \right)^2 \cdot 3,44 \cdot 10^{-5} + \left( \frac{50 + 50}{5} \right)^2 \frac{5 \cdot 6 \cdot 10^{-6}}{2} \right]} = 2,17 \text{ A}$$

Puterea minimă :

$$P_{min} = RI_{s2}^2 = 5 \cdot 2,17^2 = 23,6 \text{ W.}$$

### 3.3. ACȚIONĂRI CU MOTOARE DE C.C. ALIMENTATE DE LA VARIATOARE DE TENSIUNE CONTINUĂ

#### 3.3.1. VARIATOARE DE TENSIUNE CONTINUĂ DE UN CADRAN

În figura 3.33 este reprezentat un comutator static de c.c.  $CS_1$  lucrînd în regim de variator (chopper), care alimentează o sarcină inductivă cu t.e.m. și avînd o diodă de fugă  $D_1$ . Curentul în sarcină și de asemenea tensiunea aplicată pot avea doar un singur sens. Schema poate lucra numai într-un singur cadran. Funcționarea poate fi în conducție permanentă sau în conducție întreruptă, cînd curentul se anulează înainte de a fi reconectat comutatorul static. Dacă t.e.m. își schimbă sensul, apare un curent necontrolat de variator prin dioda  $D_1$ , care poate lua valori considerabile, fiind limitat doar de rezistența  $R$  în circuit.

*Funcționarea în conducție permanentă. Tensiunea sarcinii :*

$$u_s = u_L + u_R + E \quad (3.118)$$

în conducție permanentă poate avea doar două valori :

$$u_s = U_d \quad 0 < t < t_c; \quad (3.119.1)$$

$$u_s = 0 \quad t_c < t < T. \quad (3.119.2)$$

Pentru intervalul în care  $CS_1$  este conectat, din (3.118) și (3.119.1) rezultă ecuația diferențială :

$$L \frac{di_s}{dt} + Ri_s = U_d - E, \quad (3.120)$$

care are soluția :

$$i_s = i_f + i_l. \quad (3.121)$$

Componenta forțată (stabilizată) este :

$$i_f = \frac{U_d - E}{R}, \quad (3.122)$$

iar componenta liberă (tranzitorie) va fi conform relației (1.244). Constanta  $k$  se obține din condiția inițială  $i_s(0) = I_{min}$ .

Rezultă :

$$i_l = \left[ I_{min} - \frac{U_d - E}{R} \right] e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (3.123)$$

unde  $\tau$  este constanta de timp a sarcinii

$$\tau = \frac{L}{R} \quad (3.124)$$

și rezultă variația curentului prin sarcină :

$$i_s(t) = \frac{U_d - E}{R} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) + I_{min} e^{-\frac{t}{\tau}}; \quad 0 < t < t_c. \quad (3.125)$$

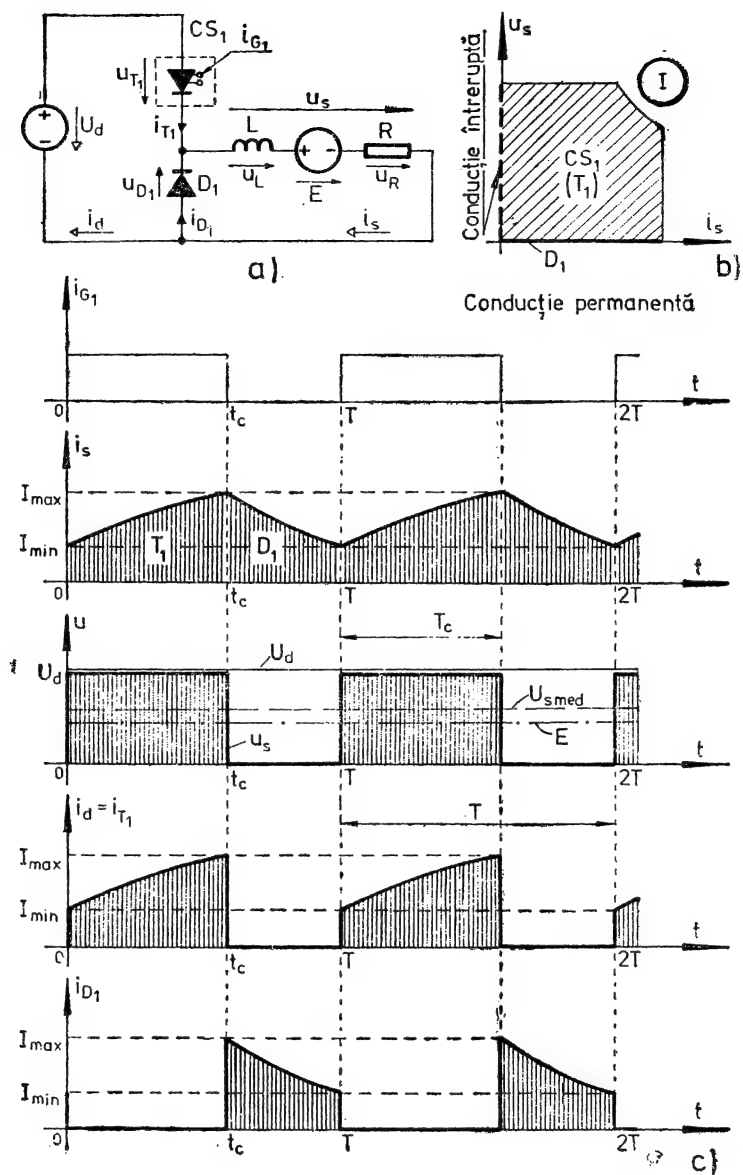


Fig. 3.33. Variator de tensiune continuă de un cadran:  
*a* — schema electrică; *b* — cadranul în care poate funcționa sarcina;  
*c* — variația în timp a tensiunii sarcinii și curenților în diferite laturi  
ale circuitului, când sistemul funcționează în conducție permanentă.



În intervalul în care  $CS_1$  este deconectat, conduce dioda  $D_1$ . Din relațiile (3.118) și (3.119.2) se obține ecuația diferențială:

$$L \frac{di_s}{dt} + Ri_s = -E. \quad (3.126)$$

Componenta forțată a soluției este:

$$i_f = -\frac{R}{E}. \quad (3.127)$$

Componenta liberă se obține din condiția inițială  $i_s(t_c) = I_{max}$ , utilizând relațiile (3.121) și (1.244):

$$i_l = \left( I_{max} + \frac{E}{R} \right) e^{-\frac{t-t_c}{\tau}}. \quad (3.128)$$

Astfel se obține variația curentului prin sarcină:

$$i_s(t) = -\frac{E}{R} \left( 1 - e^{-\frac{t-t_c}{\tau}} \right) + I_{max} e^{-\frac{t-t_c}{\tau}}; \quad t_c < t < T. \quad (3.129)$$

Limitele  $I_{min}$  și  $I_{max}$  — între care variază curentul — se calculează din sistemul de două ecuații care se obține din (3.125), înlocuind  $i_s(t_c) = I_{max}$  și din (3.129), dacă se consideră  $i_s(T) = I_{min}$ .

Rezolvînd sistemul de ecuații și notînd durata de conectare a sursei  $T_c = t_c$ , se obține:

$$I_{min} = \frac{U_d}{R} \frac{e^{T/\tau} - 1}{e^{T/\tau} - 1} - \frac{E}{R}; \quad (3.130)$$

$$I_{max} = \frac{U_d}{R} \frac{1 - e^{-T_c/\tau}}{1 - e^{-T/\tau}} - \frac{E}{R}. \quad (3.131)$$

Valoarea medie a tensiunii sarcinii conform figurii 3.33 este

$$U_{s \text{ med}} = \frac{T_c}{T} U_d. \quad (3.132)$$

Valoarea medie a curentului se obține conform relației (A.1.5):

$$I_{s \text{ med}} = \frac{1}{T} \int_0^{t_c} i_s dt + \frac{1}{T} \int_{t_c}^T i_s dt, \quad (3.133)$$

unde  $i_s$  se înlocuiește cu expresia (3.125), respectiv cu (3.129). Astfel se obține:

$$I_{s \text{ med}} = \frac{1}{R} \left( \frac{T_c}{T} U_d - E \right) = \frac{U_{s \text{ med}} - E}{R}. \quad (3.134)$$

La variatorul de tensiune continuă de un cadran, în conducție permanentă,  $I_{min}$  și  $I_{max}$  sînt pozitive. La limită  $I_{min}$  poate fi zero.

**Funcționarea în conducție întreruptă.** Limita regimului de conducție permanentă apare atunci cînd  $I_{min}$  se anulează. Prin creșterea t.e.m.  $E$ , reducerea timpului de conectare  $T_c$  sau a constantei de timp  $\tau$  a circuitului, din regim de conducție permanentă se ajunge în regim de conducție întreruptă, caracterizat prin faptul că în diodă și sarcină, curentul ajunge la zero, înainte de reconectarea lui  $CS_1$ .

Datorită conducției unidirecționale, atât a diodei  $D_1$ , cât și a lui  $CS_1$ , curentul nu poate fi inversat. După blocarea lui  $D_1$  pînă la reconectarea lui  $CS_1$  sarcina rămîne fără curent (fig. 3.34). Anulînd expresia (3.130) se obține:

$$\varepsilon = \frac{E}{U_d} = \frac{I_e \frac{T_c}{T} \cdot \frac{T}{\tau} - 1}{\frac{T}{e^{\frac{T}{\tau}} - 1}}, \quad (3.135)$$

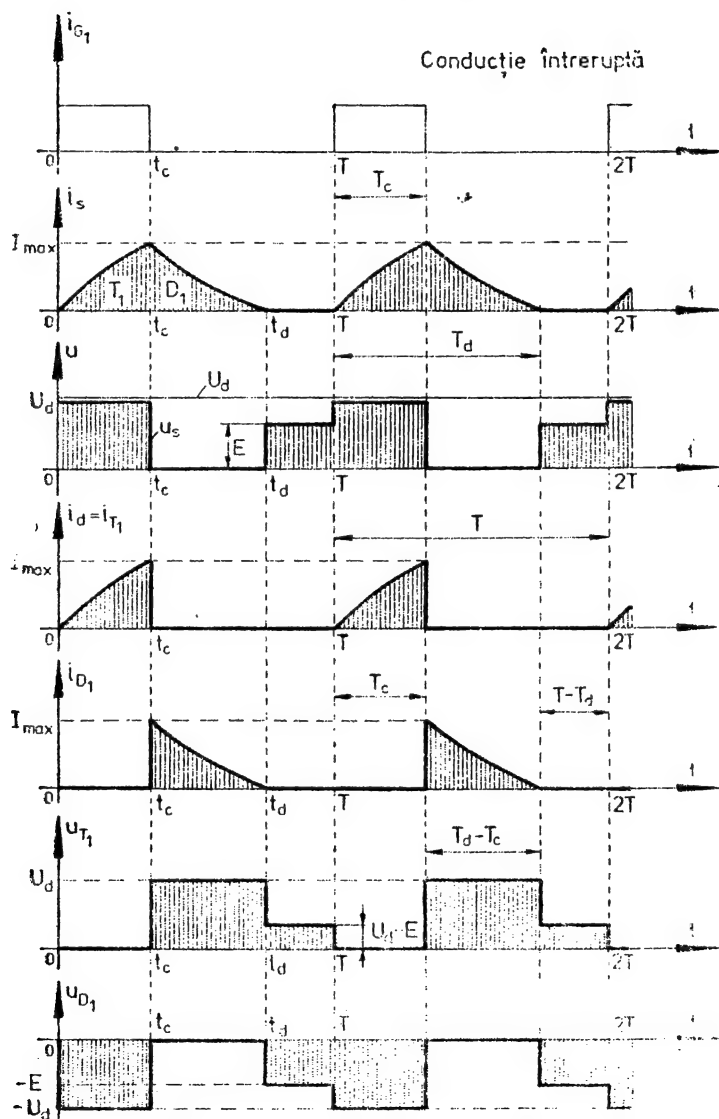


Fig. 3.34. Variația în timp a curenților și a tensiunilor pe diferite laturi ale unui variator de tensiune continuă de un cadran din figura 3.33 funcționind în conducție întreruptă.

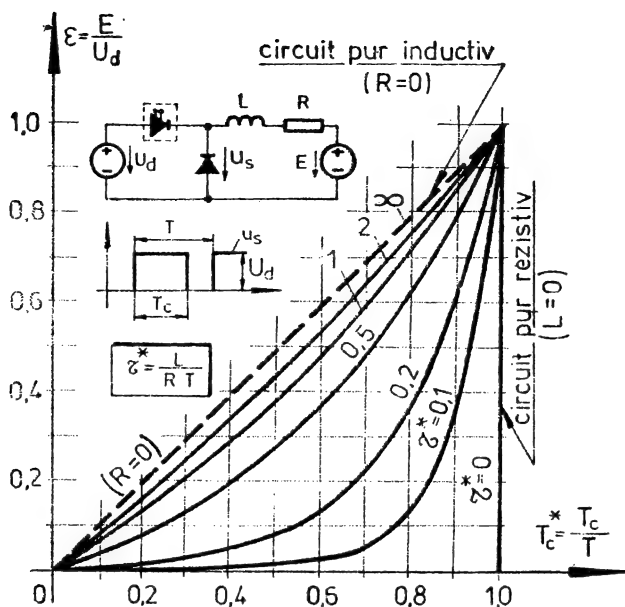


Fig. 3.35. Curbele limită de funcționare în conducție permanentă pentru diferite valori ale constantei de timp raportate  $\tau^* = \tau/T$ , a circuitului sarcinii.

care este condiția de limită între conducția permanentă și întreruptă. În figura 3.35 este trasată curba de limită:  $\varepsilon$  în funcție de  $T_c^* = T_c/T$  pentru diferite valori ale constantei de timp raportate  $\tau^* = \tau/T$ . Dreapta trasată cu linie întreruptă ( $\tau^* = \infty$ ) corespunde circuitului pur inductiv. Deasupra acestei drepte, funcționarea nu este posibilă.

Dreapta verticală notată cu  $\tau^* = 0$  corespunde circuitului pur rezistiv. Pentru un  $\tau$  dat, se cunoaște curba limită. Domeniul dintre această curbă și  $\tau^* = \infty$  corespunde conducției întrerupte, iar pe domeniul de sub curba dată, conducția este permanentă.

La un circuit mai rezistiv, dacă t.e.m. crește, pentru a nu ajunge în conducție întreruptă, trebuie mărit timpul relativ de conectare a sursei  $T_c^*$ . În conducție întreruptă tensiunea sarcinii este:

$$u_s = U_d \quad 0 < t < t_c; \quad (3.136.1)$$

$$u_s = 0 \quad t_c < t < t_d; \quad (3.136.2)$$

$$u_s = E \quad t_d < t < T. \quad (3.136.3)$$

Nici expresiile (3.130) și (3.131) nu mai sînt valabile. Înlocuind în relația (3.125)  $t = t_c = T_c$  și  $I_{min} = 0$  se obține:

$$I_{max} = \frac{U_d - E}{R} \left( 1 - e^{-\frac{T_c}{\tau}} \right). \quad (3.137)$$

În relația (3.125) curentul  $I_{min}$  trebuie anulat :

$$i_s = \frac{U_d - E}{R} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right), \quad 0 < t < t_c. \quad (3.138)$$

Relația (3.129) rămîne valabilă. Momentul de deconectare a lui  $CS_1$  se determină prin anularea acestei relații, în care  $I_{max}$  se înlocuiește cu (3.137) și se exprimă  $t$ . Se obține :

$$T_d = t_d = \tau \ln \left[ \frac{U}{E} \left( e^{\frac{T_c}{\tau}} - 1 \right) + 1 \right], \quad (3.139)$$

unde  $T_d$  este durată totală de conducție.

Din figura 3.34 se poate vedea că valoarea medie a tensiunii sarcinii este :

$$U_{s \text{ med}} = \frac{T_c}{T} U_d + \frac{T - T_d}{T} E. \quad (3.140)$$

Valoarea medie a curentului se calculează conform relației (A.1.5) :

$$I_{s \text{ med}} = \frac{1}{T} \left[ \int_0^{t_c} i_s dt + \int_{t_c}^{t_d} i_s dt \right], \quad (3.141)$$

unde  $i_s$  se înlocuiește cu (3.138), respectiv cu (3.129) și se obține :

$$I_{s \text{ med}} = \frac{1}{R} \left( \frac{T_c}{T} U_d - \frac{T_d}{T} E \right) = \frac{U_{s \text{ med}} - E}{R}. \quad (3.142)$$

Comparînd (3.142) cu formula (3.134), se vede că ele sînt identice, dacă sînt exprimate cu  $U_{s \text{ med}}$ .

**Calculul armonicilor de tensiune și curent a sarcinii.** Variația în timp a tensiunii sarcinii  $u_s$  poate fi scrisă conform expresiilor (A.1.2) și (A.1.5) din anexă :

$$u_s = U_{s \text{ med}} + \sum_{n=1}^{\infty} [U_{An} \cos n \omega t + U_{Bn} \sin n \omega t]. \quad (3.143)$$

Amplitudinile armonicilor se calculează cu relațiile (A.1.3) și (A.1.4) pentru cazul mai general al conducției întrerupte :

$$U_{An} = \frac{2}{T} \left[ \int_0^{t_c} U_d \cos \frac{2n\pi t}{T} dt + \int_{t_d}^T E \cos \frac{2n\pi t}{T} dt \right] \quad (3.144)$$

și se obține :

$$U_{An} = \frac{U_d}{n\pi} \sin n \omega t_c - \frac{E}{n\pi} \sin n \omega t_d. \quad (3.145.1)$$

Asemănător se calculează

$$U_{Bn} = \frac{U_d}{n\pi} (1 - \cos n\omega t_c) + \frac{E}{n\pi} (1 - \cos n\omega t_d). \quad (3.145.2)$$

Pentru regimul de conducție permanentă, în relațiile (3.145.1) și (3.145.2) se înlocuiește  $t_d = T$  și se obțin.

$$U_{An} = \frac{U_d}{n\pi} \sin n\omega t_c; \quad (3.146.1)$$

$$U_{Bn} = \frac{U_d}{n\pi} (1 - \cos n\omega t_c). \quad (3.146.2)$$

Pentru calculul curentului se vor utiliza relațiile (1.84) ... (1.86), unde  $I_{med}$  este conform (3.33), respectiv (3.39):

$$I_{s\ med} = \frac{U_{s\ med} - E}{R}. \quad (3.147)$$

Valoarea efectivă a tensiunii și curentului sarcinii, valoarea efectivă a componentelor alternative și factorul de ondulație pot fi calculate cu relațiile (A.1.10) ... (A.1.15) din anexă. Valoarea efectivă a curentului sarcinii poate fi calculată și din bilanțul puterilor, după cum se va vedea în cele din urmă.

**Bilanțul puterilor.** Valoarea instantanee a puterii sarcinii este:

$$p(t) = u_s(t) \cdot i_s(t). \quad (3.148)$$

Integrând această relație se poate scrie:

$$P = \int_T^0 p(t) dt = \int_T^0 \frac{1}{T} u_s(t) \cdot i_s(t) dt. \quad (3.149)$$

Ținând seama de relațiile (3.119.1) și (3.119.2), se obține:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^{t_c} U_d i_s(t) dt = U_d I_{d\ med}, \quad (3.150)$$

unde  $I_{d\ med}$  este valoarea medie a curentului sursei  $U_d$  și este:

$$I_{d\ med} = \frac{1}{T} \int_0^{t_c} i_s(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^{t_c} i_d(t) dt. \quad (3.151)$$

În figurile 3.33 și 3.34 este reprezentată variația curentului sursei  $i_d$ .

În regim de conducție permanentă, înlocuind în (3.151) expresia (3.125) se obține :

$$I_{d\ med} = \frac{U_d - E}{R} \left[ \frac{T_c}{T} + \frac{\tau}{T} \left( e^{-\frac{T_c}{\tau}} - 1 \right) \right] - \frac{\tau}{T} I_{min} \left( e^{-\frac{T_c}{\tau}} - 1 \right), \quad (3.152.1)$$

iar în regim de conducție întreruptă se utilizează expresia (3.137) și rezultă

$$I_{d\ med} = \frac{U_d - E}{R} \left[ \frac{T_c}{T} + \frac{\tau}{T} \left( e^{-\frac{T_c}{\tau}} - 1 \right) \right]. \quad (3.152.2)$$

Dacă în relația (3.148) se înlocuiește  $u_s(t)$  cu expresia (3.118), se obține :

$$p(t) = Li_s \frac{di_s}{dt} + Ri_s^2 + Ei_s. \quad (3.153)$$

Integrînd această expresie se obține :

$$P = \frac{1}{T} \int_{i_s(0)}^{i_s(T)} Li_s di_s + \frac{1}{T} \int_0^T Ri_s^2 dt + \frac{1}{T} \int_0^T Ei_s dt. \quad (3.154)$$

Primul termen se anulează și se ajunge la relația :

$$P = RI_{s\ ef}^2 + EI_{s\ med}, \quad (3.155)$$

în care

$$P_{JL} = R \cdot I_{s\ ef}^2 \quad (3.156)$$

sînt pierderile prin efect Joule-Lenz în rezistența sarcinii și

$$P_E = EI_{s\ med} \quad (3.157)$$

este puterea transmisă spre consumatorul cu t.e.m. În cazul unei mașini de c.c.,  $P_E$  este puterea electromagnetică transmisă prin întrefier.

Din relațiile (3.150) și (3.155) se poate scrie bilanțul puterilor :

$$U_d I_{d\ med} = RI_{s\ ef}^2 + EI_{s\ med}, \quad (3.158)$$

din care se poate exprima

$$I_{d\ med} = \sqrt{\frac{U_d I_{d\ med} - EI_{s\ med}}{R}}. \quad (3.159)$$

*Observație :* dacă sensul tensiunii electromotoare  $E$  se schimbă, curentul va crește foarte mult. La variatorul necomandat va avea valoarea

$$I_{s\ med} = \frac{|E|}{R}, \quad (3.160.1)$$

iar la variatorul comandat,

$$I_{s\ med} = \frac{U_{s\ med} + |E|}{R}. \quad (3.160.2)$$

Energia absorbită de la rețea și furnizată de sarcină se va consuma prin efect Joule-Lenz în rezistența  $R$ .

**Caleculul curentului mediu și efectiv prin elementele semiconductoare.** Curentul prin tiristorul principal al comutatorului static  $CS_1$  atinge valoarea maximă cînd conduce fără întrerupere adică  $T_c = T$ , deci :

$$(I_{T_1 med})_{max} = (I_{T_1 ef})_{max} = \frac{U_d - E}{R}. \quad (3.161)$$

Deoarece integrarea expresiei curentului pe intervalul de conducție a diodei  $D_1$  este greoaie, valoarea medie și efectivă a curentului  $i_{D_1}$  se va determina printr-o metodă aproximativă. Se consideră inductivitatea sarcinii  $L$  suficient de mare pentru a menține curentul  $i_s$  constant la valoarea :

$$I_s = \frac{T_c}{T} \frac{U_d - E}{R}. \quad (3.162)$$

Astfel, curentul mediu prin diodă este :

$$I_{D_1 med} = \frac{T - T_c}{T} I_s = (1 - T_c^*) T_c^* \frac{U_d - E}{R}, \quad (3.163)$$

unde  $T_c^* = T_c/T$  este durata relativă de conectare.

Curentul  $I_{D_1 med}$  atinge valoarea maximă pentru  $T_c^* = 0,5$ , și rezultă :

$$(I_{D_1 med})_{max} = 0,25 \frac{U_d - E}{R}. \quad (3.164)$$

Valoarea efectivă a curentului prin diodă este :

$$I_{D_1 ef} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_c}^T I_s^2 dt} = T_c^* \sqrt{1 - (T_c^*)^2} \frac{U_d - E}{R}, \quad (3.165)$$

care atinge valoarea maximă la  $T_c^* = 2/3$  și se obține :

$$(I_{D_1 ef})_{max} = 0,385 \frac{U_d - E}{R}. \quad (3.166)$$

Dacă sarcina are o rezistență de valoare redusă și t.e.m. scade la zero sau ia valori negative (cazul unui motor de c.c.), curentul determinat cu relațiile (3.161), (3.164) și (3.166) ia valori foarte mari. Dacă nu este posibil să se ia în considerare toate condițiile de funcționare extreme ale sistemului convertor-motor, trebuie limitat curentul, de exemplu printr-o buclă de reacție.

**Problema 3.3.1.1.** Un motor de c.c. cu excitație separată este alimentat de la sursa de c.c.  $U_d = 220$  V prin intermediul unui variator de tensiune continuă de un cadran (fig. 3.33), care funcționează la frecvența  $f = 250$  Hz. Inductivitatea în circuitul sarcinii este  $L = 1$  mH.

Datele motorului sînt :  $P_N = 20$  kW,  $U_N = 220$  V,  $I_N = 104$  A,  $n_N = 900$  rot/min,  $R = 0,125$   $\Omega$ .

Să se determine:

**a.** valoarea cuplului rezistent sub care apare conducție întreruptă în sarcină, dacă durata relativă de conectare este  $T_c^* = 0,75$ . La ce turație lucrează motorul și cit este curentul maxim în motor?

b. la ce valoare a scăzut cuplul rezistent, dacă turația a crescut cu 5%,  $T_c^*$  fiind neschimbat? În ce regim funcționează sistemul și pe ce caracteristică mecanică lucrează motorul?

c. cum trebuie modificat  $T_c^*$  pentru a ajunge iarăși în conducție permanentă? Să se compare turația și curentul maxim în motor cu cele două cazuri din urmă.

*Rezolvare*

Se calculează constantele motorului

$$C_e = \frac{U_N - RI_N}{n_N} = \frac{220 - 0,125 \cdot 104}{900} = 0,23 \frac{\text{V}}{\text{rot/min}};$$

$$C = \frac{30}{\pi} C_e = 2,2 \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{A}}.$$

Perioada de lucru al variatorului:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{250} \text{ s} = 4 \text{ ms}.$$

Constanța de timp a sarcinii

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{1 \text{ mH}}{0,125 \Omega} = 8 \text{ ms}.$$

a. Timpul de conducție a lui  $CS_1$  este:

$$T_c = T_c^* T = 0,75 \times 4 = 3 \text{ ms}.$$

Din condiția de limită a conducției permanente, relația (3.135), rezultă t.e.m. a motorului:

$$E = U_d \frac{e^{\frac{T_c}{\tau}} - 1}{e^{\frac{T}{\tau}} - 1} = 220 \frac{e^{3/8} - 1}{e^{4/8} - 1} = 154 \text{ V}.$$

Valoarea medie a tensiunii sarcinii este:

$$U_{s, med} = T_c^* U_d = 0,75 \times 220 = 165 \text{ V}.$$

Valoarea medie a curentului sarcinii va fi:

$$I_{s, med} = \frac{U_{s, med} - E}{R} = \frac{165 - 154}{0,125} = 88 \text{ A}.$$

Cuplul dezvoltat de motor este:

$$M_r = CI_{s, med} = 2,2 \times 88 = 194 \text{ N} \cdot \text{m}.$$

Turația la care lucrează motorul este:

$$n = \frac{E}{C_e} = \frac{154}{0,23} = 670 \text{ rot/min}.$$



Curentul maxim din motor se calculează cu relația (3.131):

$$I_{max} = \frac{U_d}{R} \frac{1 - e^{-\frac{T_c}{\tau}}}{1 - e^{-\frac{T}{\tau}}} - \frac{E}{R} = \frac{220}{0,125} \cdot \frac{1 - e^{-\frac{3}{8}}}{1 - e^{-\frac{4}{8}}} - \frac{162}{0,125} = 167 \text{ A.}$$

b. Turația motorului în acest caz va fi:

$$n = 1,05 \times 670 = 703 \text{ rot/min.}$$

T.e.m. în motor crește de asemenea:

$$E = C_e n = 0,23 \times 703 = 162 \text{ V.}$$

Calculînd  $I_{min}$  din relația (3.130), se obține:

$$I_{min} = \frac{U_d}{R} \frac{e^{\frac{T_c}{\tau}} - 1}{e^{\frac{T}{\tau}} - 1} - \frac{E}{R} = \frac{220}{0,125} \frac{e^{\frac{3}{8}} - 1}{e^{\frac{4}{8}} - 1} - \frac{162}{0,125} = -64 \text{ A.}$$

Întrucît la schema de un cadran curentul prin motor nu poate fi negativ, înseamnă că motorul lucrează în conducție întreruptă. Se calculează durata existenței curentului prin sarcină cu ajutorul relației (3.139):

$$T_d = 8 \ln \left[ \frac{220}{162} (e^{3/8} - 1) + 1 \right] = 3,85 \text{ s.}$$

Valoarea medie a tensiunii sarcinii conform relației (3.140):

$$U_{s \text{ med}} = \frac{T_c}{T} U_d + \frac{T - T_d}{T} E = \frac{3}{4} 220 + \frac{4 - 3,85}{4} 162 = 171 \text{ V}$$

Curentul mediu va fi:

$$I_{s \text{ med}} = \frac{U_{s \text{ med}} - E}{R} = \frac{171 - 162}{0,125} = 72 \text{ A.}$$

Cuplul dezvoltat de motor este:

$$M_r = C I_{s \text{ med}} = 2,2 \times 72 = 158 \text{ N}\cdot\text{m.}$$

Curentul maxim prin motor se calculează cu relația (3.137)

$$I_{max} = \frac{U_d - E}{R} \left( 1 - e^{-\frac{T_c}{\tau}} \right) = \frac{220 - 162}{0,125} \left( 1 - e^{-\frac{3}{8}} \right) = 145 \text{ A.}$$

În figura 3.36 este trasată curba de limită a conducției permanente pentru  $\tau^* = 2$ . Punctul A corespunde cazului a) de pe curba limită. În cazul b), punctul de funcționare ajunge în B, pe domeniul conducției întrerupte, datorită scăderii curentului absorbit pe motor.

e. Întrucît cuplul rezistent nu se modifică, curentul  $I_{s \text{ med}}$  trebuie păstrat. Pentru a ajunge în aceste condiții iarăși pe curba limită, din figura 3.36, se vede că trebuie mărit  $T_c^*$ , ceea ce va atrage după sine o creștere

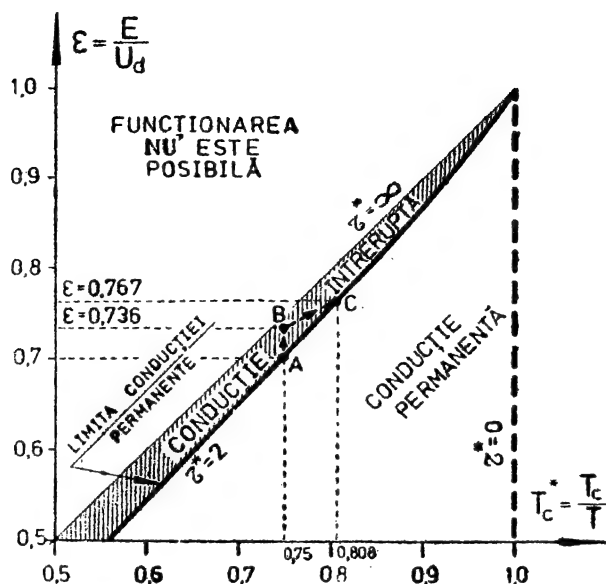


Fig. 3.36. Diagramă pentru verificarea modului de funcționare a sistemului chopper — motor în diferite cazuri tratate în problema 3.3.1.1.

a turației motorului, de asemenea a lui  $E$ . Eliminînd din relațiile (3.134) și (3.135) mărimea  $E$ , se obține o ecuație transcendentă :

$$T_c^* = \frac{e^{T_c^* \cdot T/\tau} - 1}{e^{T/\tau} - 1} + \frac{RI_{s\text{ med}}}{U_d}, \quad (3.167)$$

care trebuie rezolvată față de  $T_c^*$ . Înlocuind datele problemei, se obține :

$$T_c^* = \frac{e^{0,5 T_c^*} - 1}{e^{0,5} - 1} + \frac{0,125 \cdot 72}{220},$$

care are soluția  $T_c^* = 0,808$ , deci

$$T_c = T_c^* T = 0,808 \times 4 = 3,23 \text{ ms.}$$

Tensiunea medie a sarcinii va fi :

$$U_{s\text{ med}} = T_c^* U_d = 0,808 \times 220 \cong 178 \text{ V}$$

și t.e.m. rezultă din relația (3.134) :

$$E = U_{s\text{ med}} - RI_{s\text{ med}} = 178 - 0,125 \times 72 = 169 \text{ V.}$$

Turația la care va funcționa motorul va fi :

$$n = \frac{E}{C_e} = \frac{169}{0,23} \cong 735 \text{ rot/min,}$$

comparînd cu turația de la punctul b) se observă că este mai mare cu  $\Delta n = 32 \text{ rot/min}$ .

Curentul maxim poate fi calculat atât cu relația (3.131), cât și cu (3.137), punctul de funcționare fiind pe caracteristica limită a conducției permanente ( $I_{min} = 0$ ).

Rezultă :

$$I_{max} = \frac{220 - 169}{0,125} \left( 1 - e^{-\frac{3,23}{8}} \right) = 135 \text{ A.}$$

În figura 3.37, *a* sînt reprezentate punctele de funcționare în cele trei cazuri și caracteristicile mecanice artificiale ale motorului. De asemenea, s-a reprezentat variația în timp a curentului prin motor (fig. 3.37, *b*).

Pentru a putea compara factorul de ondulație de la cazul *b*) și *c*) se va urmări calculul de la bilanțul puterilor. Pentru ambele cazuri, valoarea medie a curentului sarcinii se calculează cu relația (3.152.2), dar cu  $T_c$  diferit. Pentru cazul *b*) :

$$I_{d \text{ med}} = \frac{220 - 162}{0,125} \left[ 0,75 + \frac{8}{4} \left( e^{-\frac{3}{8}} - 1 \right) \right] = 58 \text{ A,}$$

iar în cazul *c*) este :

$$I_{d \text{ med}} = \frac{220 - 169}{0,125} \left[ 0,808 + \frac{8}{4} \left( e^{-\frac{3,23}{8}} - 1 \right) \right] = 59 \text{ A}$$

Din relația (3.159) rezultă valoarea efectivă a curentului sarcinii, pentru cazul *a*) :

$$I_{s \text{ ef}} = \sqrt{\frac{220 \times 58 - 162 \times 72}{0,125}} = 94 \text{ A.}$$

Valoarea efectivă a componentelor alternative va fi conform relației (A.1.12).

$$I_{s \sim} = \sqrt{I_{s \text{ ef}}^2 - I_{s \text{ med}}^2} = \sqrt{94^2 - 72^2} = 60 \text{ A.}$$

Factorul de ondulație se calculează cu relația (A.1.14) :

$$k_{vi} = \frac{I_{s \sim}}{I_{s \text{ med}}} = \frac{57}{72} = 0,84.$$

Pentru cazul *c*) se obține :

$$I_{s \text{ ef}} = 81 \text{ A, } I_{s \sim} = 26 \text{ A } k_{vi} = 0,50.$$

Valoarea efectivă a tensiunii poate fi calculată din figura 3.34 cu relația

$$U_{s \text{ ef}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u_s(t)^2 dt}, \quad (3.168.1)$$

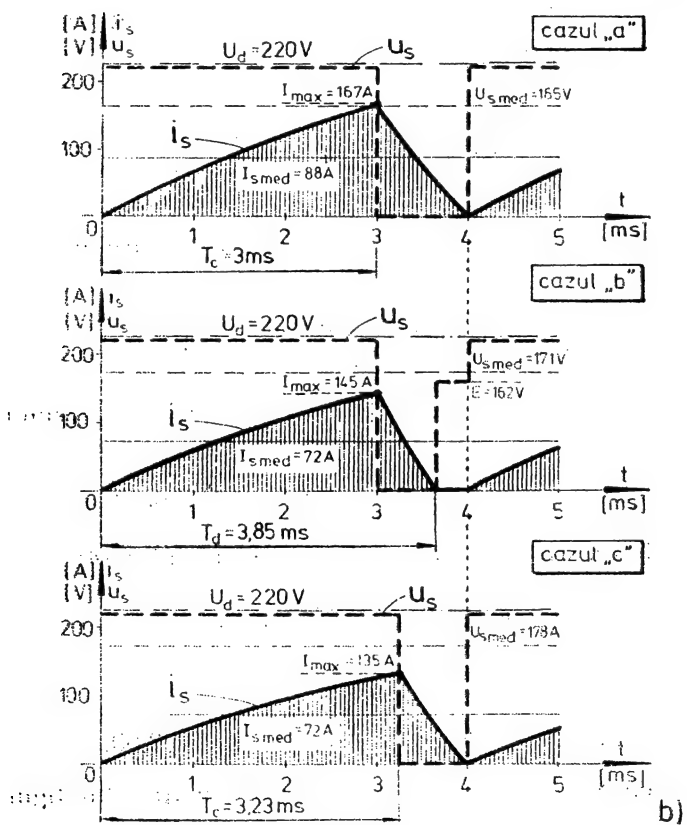
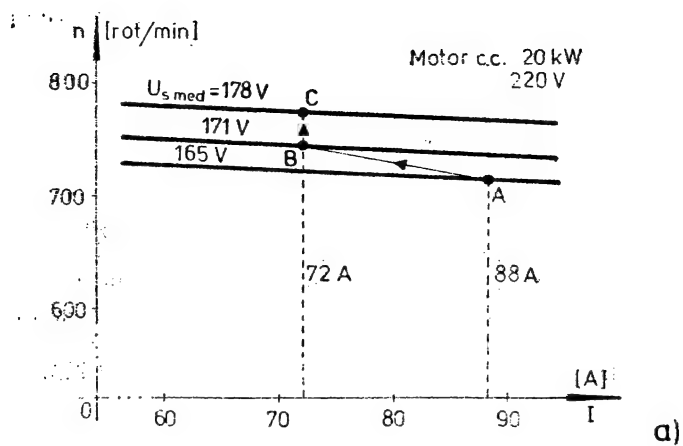


Fig. 3.37. Caracteristicile mecanice ale motorului (a) și variația în timp a tensiunii și curentului sarcinii în cele trei cazuri tratate la problema 3.3.1.1.

în care se înlocuiește  $u_s(t)$  cu expresiile din (3.136.1) ... (3.136.3) și se obține  $U_{s\,ef}$  în conducție întreruptă :

$$U_{s\,ef} = \sqrt{\frac{1}{T} \left[ \int_0^{t_c} U_d^2 dt + \int_{t_d}^T E^2 dt \right]} = \sqrt{\frac{T_c}{T} U_d^2 + \frac{T - T_d}{T} E^2}. \quad (3.168.2)$$

În conducție permanentă  $U_{s\,ef}$  se obține din relația de mai sus, în care se înlocuiește  $T_d = T$  și se obține :

$$U_{s\,ef} = U_d \sqrt{\frac{T_c}{T}} = U_d \sqrt{T_c^*}. \quad (3.168.3)$$

Pentru cazul a), utilizînd relația (3.168.2) se obține :

$$U_{s\,ef} = \sqrt{0,75 \times 220^2 + \frac{4 - 3,85}{4} \times 162^2} = 193 \text{ V}.$$

Valoarea efectivă a componentelor alternative va fi :

$$U_{s\sim} = \sqrt{U_{s\,ef}^2 - U_{s\,med}^2} = \sqrt{193^2 - 171^2} = 89 \text{ V}$$

și factorul de ondulație a tensiunii :

$$k_{vu} = \frac{U_{s\sim}}{U_{s\,med}} = \frac{89}{171} = 0,52.$$

Pentru cazul b) se utilizează relația (3.168.3) și se obține :

$$U_{s\,ef} = 220 \sqrt{0,808} = 198 \text{ V},$$

apoi rezultă

$$U_{s\sim} = 86 \text{ V} \quad \text{și} \quad k_{vu} = 0,48.$$

În tabelul 3.3 sînt cuprinse toate datele calculate pentru cele trei regimuri de funcționare.

Bilanțul puterilor poate fi făcut după relațiile (3.150), (3.156), (3.157) și (3.158). Randamentul electric al sistemului se calculează cu relația :

$$\eta = \frac{P_E}{P} = \frac{EI_{s\,med}}{U_d I_{d\,med}}, \quad (3.169)$$

Pentru a obține o funcționare în conducție permanentă, s-a mărit timpul de conectare a sursei  $U_d$ . Deoarece cuplul pe arbore nu s-a schimbat, a crescut turația motorului deci și puterea de lucru a acestuia. Totuși, puterea absorbită de la rețea a rămas practic aceeași deoarece, trecînd de la regimul de conducție întreruptă la conducție permanentă, s-au redus pierderile în rezistență și s-a îmbunătățit randamentul electric.

Tabelul 3.3

	UM	a)	b)	c)
		Limita conducerii permanente	Conducția întreruptă	Limita conducerii permanente
$T_e^*$	—	0,75	0,75	0,808
$T_c$	ms	3	3	3,23
$U_{s\ med}$	V	165	171	178
$I_{s\ med}$	A	88	72	72
$E$	V	154	162	169
$n$	rot/min	670	703	735
$M_r$	N · m	194	158	158
$I_{max}$	A	167	145	135
$I_{min}$	A	0	0	0
$T_d$	ms	4	3,85	4
$I_{d\ med}$	A		58	59
$I_{s\ ef}$	A		94	81
$I_{s\sim}$	A		60	36
$k_{\psi i}$	—		0,83	0,50
$U_{s\ ef}$	V		193	198
$U_{s\sim}$	V		89	86
$k_{\psi u}$	—		0,52	0,48
$P$	kW		12,8	13,08
$P_E$	kW		11,7	12,2
$P_{JL}$	kW		1,1	0,8
$\eta$	%		91,4	93,8

**Problema 3.3.1.2.** Un motor de c.c. cu excitație separată este alimentat de la un variator de tensiune continuă de un cadran, comandat la  $T_e^* = 0,25$ . Inductivitatea sarcinii este  $L = 10$  mH. Variatorul este alimentat de la o sursă de  $U_d = 110$  V. Datele motorului sînt:  $P_N = 10$  kW,  $U_N = 110$  V,  $I_N = 116$  A,  $n_N = 900$  rot/min,  $R = 0,1$   $\Omega$ .

Să se determine:

- frecvența minimă de lucru, astfel încît să nu apară conducția întreruptă la un cuplu rezistent pe arbore de 25% din cel nominal;
- turația motorului și caracteristica artificială pe care lucrează;
- curentul maxim prin motor;
- pierderile prin efect Joule-Lenz și randamentul motorului; cum se poate îmbunătăți randamentul pentru aceeași turație și cuplu?
- frecvența minimă de lucru dacă durata relativă de conectare este  $T_c^* = 1/3$ .

*Rezolvare*

Constantele motorului sînt

$$C_e = \frac{U_N - RI_N}{n_N} = \frac{110 - 0,1 \times 116}{900} = 0,109 \frac{\text{V}}{\text{rot/min}};$$

$$C = \frac{30 C_e}{\pi} = 1,044 \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{A}}.$$

$$\tau = L/R = 10:0,1 \text{ ms} = 100 \text{ ms.}$$

Cuplul nominal la arbore este :

$$M_{rN} = \frac{P_N}{\Omega_N} = \frac{30 P_N}{\pi n_N} = \frac{30}{\pi} \cdot \frac{10^4}{900} = 106 \text{ N.m.}$$

Cuplul nominal electromagnetic este :

$$M_N = C I_N = 1,044 \times 116 = 121 \text{ N.m.}$$

Cuplul de mers în gol :

$$M_{mg} = M_N - M_{rN} = 121 - 106 = 15 \text{ N.m.}$$

a. Cuplul pe arborele motorului va fi :

$$M_r = 0,25 M_{rN} = 0,25 \cdot 106 = 26,5 \text{ N.m.},$$

iar cuplul dezvoltat de motor trebuie să fie :

$$M = M_r + M_{mg} = 26,5 + 15 = 41,5 \text{ N.m.}$$

La acest cuplu motorul absoarbe un curent mediu de :

$$I_{s \text{ med}} = \frac{M}{C} = \frac{41,5}{1,044} \cong 40 \text{ A.}$$

Tensiunea medie a sarcinii este :

$$U_{s \text{ med}} = \frac{T_c}{T} U_d = 0,25 \times 110 = 27,5 \text{ V,}$$

iar t.e.m. a motorului :

$$E = U_{s \text{ med}} - R I_{s \text{ med}} = 27,5 - 0,1 \times 41,5 = 23,5 \text{ V.}$$

Condiția pentru funcționarea în conducție permanentă limită este dată de relația (3.135), din care trebuie exprimat  $T$ . Dacă  $T_c$  este un submultiplu întreg al lui  $T$ , adică

$$T = N T_c \quad (3.170)$$

și se notează

$$e^{\frac{T_c}{\tau}} = x, \quad (3.171.1)$$

$$\frac{U_d}{E} = a, \quad (3.171.2)$$

relația (3.135) poate fi adusă la forma :

$$x^N - ax - 1 + a = 0. \quad (3.172.1)$$

Soluția  $x = 1$  nu poate fi luată în considerare pentru că ar rezulta  $T_e = 0$ . Separînd această soluție se obține:

$$x^{N-1} + x^{N-2} + \dots + x^2 + x + 1 - a = 0. \quad (3.172.2)$$

Exprimînd  $T_e$  din (3.171.1):

$$T_e = \tau \ln x \quad (3.173)$$

și punînd condiția ca  $T_e = 0$ , se vede că

$$x = 1. \quad (3.174.1)$$

Punînd această condiție ecuației (3.172.2), se obține:

$$a = \frac{U_d}{E} > N. \quad (3.174.2)$$

Se înlocuiește  $U_d$  exprimat din relația (3.134) și se obține inegalitatea

$$a = N \left( 1 + \frac{RI_{s \text{ med}}}{E} \right) > N, \quad (3.174.3)$$

care totdeauna este satisfăcută dacă  $I_{s \text{ med}}/E < 0$ . Deci ecuația (3.172.2) totdeauna are o soluție pozitivă, mai mare decît unu.

În problema de față  $N = 4$  și ecuația (3.172.2) devine:

$$x^3 + x^2 + x + 1 - \frac{U_d}{E} = 0. \quad (3.175)$$

Ținînd seama că

$$a = \frac{U_d}{E} = \frac{110}{23,5} = 4,65,$$

ecuația (3.175) va avea soluția

$$x = 1,106$$

Înlocuind această valoare în (3.173) se obține:

$$T_e = \tau \ln x = 100 \ln 1,106 = 10,075 \text{ ms}$$

și perioada din (3.170) va fi:

$$T = NT_e = 4 \times 10,075 = 40,3 \text{ ms.}$$

Frecvența de lucru a variatorului trebuie să fie:

$$f = \frac{1}{T} = 24,8 \text{ Hz,}$$

deci se poate lucra la  $f = 25 \text{ Hz}$ .

**b. Turația motorului este:**

$$n = \frac{E}{C_e} = \frac{23,5}{0,109} = 215 \text{ rot/min}$$



Caracteristica mecanică artificială pe care lucrează motorul se obține la tensiunea

$$U_{s \text{ med}} = 27,5 \text{ V}$$

și este descrisă de funcția

$$n = \frac{U_{s \text{ med}} - RI_{s \text{ med}}}{C_e} = n_0 - \Delta n, \quad (3.176)$$

unde

$$n_0 = \frac{U_{s \text{ med}}}{C_e} = 252,3 \text{ rot/min}$$

este turația de mers în gol, iar

$$\Delta n = \frac{RI_{s \text{ med}}}{C_e} = 0,917 I_{s \text{ med}}$$

este căderea de turație.

e. Se va lua  $f = 25 \text{ Hz}$ , deci  $T = 40 \text{ ms}$  și  $T_e = 10 \text{ ms}$ . Se verifică  $I_{\min}$ . Din relația (3.130) rezultă

$$I_{\min} = \frac{110}{0,1} \frac{e^{0,1} - 1}{e^{0,4} - 1} - \frac{23,5}{0,1} = 0,22 \text{ A} > 0,$$

deci este vorba de conducție permanentă.

Se calculează  $I_{\max}$  din (3.131):

$$I_{\max} = \frac{110}{0,1} \frac{1 - e^{-0,1}}{1 - e^{-0,4}} - \frac{23,5}{0,1} = 82,5 \text{ A.}$$

d. Se calculează curentul absorbit de la sursă cu relația (3.152.1):

$$I_{d \text{ med}} = \frac{110 - 23,5}{0,1} \left[ 0,25 + \frac{100}{40} (e^{-0,1} - 1) \right] - \frac{100}{40} 0,22 (e^{-0,1} - 1) = 10,5 \text{ A}$$

Se calculează valoarea efectivă a curentului sarcinii cu relația (3.159)

$$I_{s \text{ ef}} = \sqrt{\frac{110 \times 10,5 - 23,5 \times 40}{0,1}} = 46,4 \text{ A.}$$

Pierderile prin efect Joule-Lenz rezultă

$$P_{JL} = RI_{s \text{ ef}}^2 = 0,1 \times 46,4^2 = 215 \text{ W.}$$

Puterea electrică utilă este

$$P_E = EI_{s \text{ med}} = 23,5 \times 40 = 940 \text{ W,}$$

iar puterea absorbită de la sursă este

$$P = U_d I_{d \text{ med}} = 110 \times 10,5 = 1155 \text{ W.}$$

Randamentul electric al sistemului se calculează cu relația (3.169):

$$\eta = \frac{P_E}{P} = \frac{940}{1155} = 81,4\%.$$

Puterea pe arborele motorului este

$$P_M = P - P_{JL} - P_m = M_r \frac{\pi n}{30} \quad (3.177.1)$$

În cazul de față:

$$P_M = 1155 - 215 - 338 = 602 \text{ W}.$$

Pierderile mecanice prin motor sînt

$$P_m = M_{mg} \Omega = M_{mg} \frac{\pi n}{30}, \quad (3.177.2)$$

deci

$$P_m = 15 \frac{\pi}{30} \cdot 215 = 338 \text{ W}.$$

Randamentul motorului va fi:

$$\eta_m = \frac{P - P_{JL} - P_m}{P} = \frac{P_M}{P}, \quad (3.178)$$

adică

$$\eta_m = \frac{940 - 338}{1155} = 52\%.$$

Randamentul poate fi îmbunătățit prin reducerea componentei în armonici a curentului sarcinii. Pentru aceasta trebuie mărită inductivitatea sarcinii. Dacă se consideră cazul ideal, cînd  $L \gg R$ , inductivitatea poate menține curentul la valoarea constantă, atunci

$$I_{s\text{ ef}} = I_{s\text{ med}}, \quad L \gg R \quad (3.179.1)$$

și rezultă

$$P_{JL} = RI_s^2 \text{ med}, \quad L \gg R, \quad (3.179.2)$$

adică valoric

$$P_{JL} = 0,1 \times 40^2 = 160 \text{ W}.$$

Curentul absorbit de la sursă va avea valoarea medie:

$$I_{d\text{ med}} = \frac{T_c}{T} I_{s\text{ med}} = T_c^* I_{s\text{ med}} \quad (3.179.3)$$

$$I_{d\text{ med}} = 0,25 \cdot 40 = 10 \text{ A}.$$

Deci puterea absorbită de la rețea va fi:

$$P = U_d I_{d\text{ med}} = 110 \times 10 = 1100 \text{ W}$$

și rezultă randamentul electric:

$$\eta = \frac{P - P_{JL}}{P} = \frac{1100 - 160}{1100} = 85\%.$$

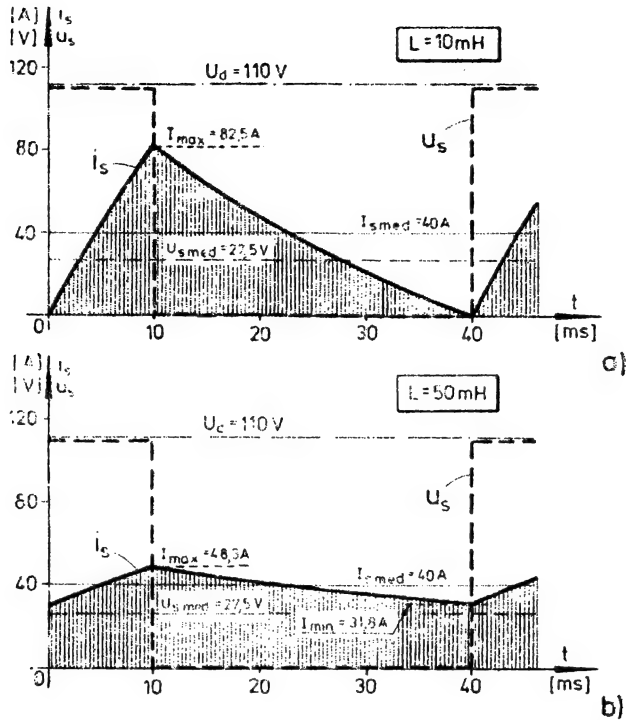


Fig. 3.38. Efectul mărimii inductivității bobinei de netezire a curentului (problema 3.3.1.2):

a — funcționare la limita conducerii permanente ( $L = 10 \text{ mH}$ );  
b — funcționare în conducție permanentă ( $L = 50 \text{ mH}$ ).

Întrucât puterea electromagnetică nu s-a schimbat, prin mărirea inductivității s-a redus puterea absorbită cu 55 W, randamentul fiind îmbunătățit cu 3,5%.

În figura 3.38 se poate urmări îmbunătățirea formei curentului sarcinii când inductivitatea a fost mărită de la 10 mH la 50 mH.

e. Dacă  $T_c^* = 1 : 3$  rezultă

$$E = \frac{U_d}{3} - RI_{s \text{ med}} = \frac{110}{3} - 0,1 \times 40 = 32,7 \text{ V.}$$

Ecuația (3.172.2) pentru  $N = 3$  va fi:

$$x^2 + x + 1 - \frac{U_d}{E} = 0,$$

care are soluția pozitivă:

$$x = -\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{U_d}{E} - \frac{3}{4}} \quad (3.180.1)$$

cu care rezultă

$$T_e = \tau \ln \left[ -\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{U_d}{E} - \frac{3}{4}} \right] \quad (3.181.1)$$

și

$$T = 3\tau \ln \left[ -\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{U_d}{E} - \frac{3}{4}} \right]. \quad (3.181.2)$$

Cu datele problemei rezultă:

$$T = 3 \times 100 \times \ln \left[ -\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{110}{32,7} - \frac{3}{4}} \right] = 33,13 \text{ ms}$$

și frecvența:

$$f = 30,2 \text{ Hz.}$$

f. Dacă  $T_e^* = 0,5$ , ecuația (3.127.2) va fi

$$x + 1 - \frac{U_d}{E} = 0, \quad (3.182.1)$$

care are soluția

$$x = \frac{U_d - E}{E}. \quad (3.182.2)$$

Deci

$$T_e = \tau \ln \left( \frac{U_d - E}{E} \right), \quad (3.183.1)$$

$$T = 2\tau \ln \frac{U_d - E}{E}. \quad (3.183.2)$$

În acest caz

$$U_{s \text{ med}} = 0,5 \times U_d = 55 \text{ V}$$

$$E = 55 - 0,1 \times 40 = 51 \text{ V}$$

și rezultă

$$T = 2 \times 100 \times \ln \frac{110 - 51}{51} = 29,14 \text{ ms}$$

și frecvența de lucru va fi:

$$f = 34,3 \text{ Hz.}$$

Se poate observa, că odată cu creșterea timpului relativ de conectare, de la 0,33 la 0,5 variatorul trebuie să lucreze la o frecvență mai ridicată, pentru ca să nu apară conducția întreruptă, cînd cuplul pe arbore este același. Dacă crește cuplul pe arbore, se reduce  $E$  și din ecuația (3.172.2) se poate vedea că soluția acestuia va avea o valoare mai mare, ceea ce conduce la o frecvență mai redusă la care apare conducția întreruptă.

**Problema 3.3.1.3.** Un motor de c.c. tip Ce 53 cu excitație separată este alimentat de la un variator de tensiune continuă de un cadran comandat la  $T_c^* = 0,75$ , frecvența de lucru fiind  $f = 500$  Hz. Variatorul este conectat la sursa  $U_d = 220$  V.

Datele motorului sînt:  $P_N = 4$  kW,  $U_N = 220$  V,  $I_N = 22$  A,  $n_N = 1500$  rot/min,  $R = 0,212 \Omega$ .

Să se determine:

a. inductivitatea bobinei de netezire în circuitul sarcinii astfel ca, la un cuplu pe arbore de 30% din cel nominal, să nu apară conducția întreruptă;

b. turația motorului și caracteristica mecanică artificială pe care se află punctul de funcționare;

c. curentul maxim în motor;

d. variația curentului în motor dacă acesta funcționează în gol și turația în acest caz;

e. inductivitatea bobinei în condițiile de la punctul a), dacă  $T_c^* = 0,5$ ;

f. inductivitatea bobinei în cazul cel mai defavorabil din punct de vedere al apariției conducției întrerupte, dacă variatorul poate fi comandat pînă la  $(T_c^*)_{min} = 1:3$ .

*Rezolvare*

Constantele motorului sînt:

$$C_e = \frac{U_N - RI_N}{n_N} = \frac{220 - 0,212 \times 22}{1500} = 0,144 \frac{\text{V}}{\text{rot/min}};$$

$$C = \frac{30}{\pi} C_e = 1,371 \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{A}}.$$

Cuplul nominal la arbore este:

$$M_{rN} = \frac{30 P_N}{\pi n_N} = \frac{30 \times 4000}{\pi \times 1500} = 25,5 \text{ N} \cdot \text{m}.$$

Cuplul electromagnetic nominal:

$$M_N = CI_N = 1,371 \times 22 = 30,2 \text{ N} \cdot \text{m}.$$

Cuplul de mers în gol:

$$M_{mg} = M_N - M_{rN} = 30,2 - 25,5 = 4,7 \text{ N} \cdot \text{m}.$$

a. Cuplul pe arborele motorului va fi:

$$M_r = 0,3 M_{rN} = 0,3 \times 25,5 = 7,65 \text{ N} \cdot \text{m}.$$

Cuplul electromagnetic de regim va fi:

$$M = M_r + M_{mg} = 12,35 \text{ N} \cdot \text{m}.$$

iar curentul de regim:

$$I_{s \text{ med}} = \frac{M}{C} = \frac{12,35}{1,371} = 9 \text{ A}.$$

Tensiunea medie a sarcinii este :

$$U_{s\ med} = T_c^* U_d = 0,75 \times 220 = 165\ V$$

și t.e.m. a motorului :

$$E = U_{s\ med} - RI_{s\ med} = 165 - 0,212 \times 9 = 163\ V.$$

Frecvenței  $f = 500\ Hz$  îi corespunde

$$T = \frac{1}{f} = 2\ ms$$

și o durată de conectare

$$T_c = T_c^* T_k = 0,75 \times 2\ ms = 1,5\ ms.$$

În cazul de față nu se poate scrie relația (3.170), dar se poate generaliza la :

$$T = \frac{N'}{N} T_c, \quad (3.184)$$

unde  $N$  și  $N'$  sînt numere întregi pozitive. Astfel, ecuația de condiție pentru limita conducerii permanente (3.135) cu notațiile :

$$e^{\frac{T}{N\tau}} = x \quad (3.185.1)$$

$$a = \frac{U_d}{E} \quad (3.185.2)$$

devine

$$x^N - ax^{N'} - 1 + a = 0. \quad (3.186.1)$$

Separînd soluția  $x = 1$ , se obține ecuația :

$$x^{N-1} + x^{N-2} + \dots + x + 1 - a(x^{N'-1} + x^{N'-2} + \dots + x + 1) = 0 \quad (3.186.2)$$

Pentru  $T_c^* = 0,75$  rezultă  $N' = 3$  și  $N = 4$ , deci ecuația de mai sus devine :

$$x^3 + (1 - a)(x^2 + x + 1) = 0. \quad (3.187.1)$$

Cu datele problemei,  $1 - a = -\frac{57}{163}$ , se obține

$$163x^3 - 57(x^2 + x + 1) = 0,$$

care are o soluție pozitivă și mai mare decît 1 :

$$x = 1,025.$$

Din relația (3.185.1) și definiția constantei de timp ( $\tau = L/R$ ) se obține inductivitatea circuitului de sarcină

$$L = \frac{R}{fN \ln x}. \quad (3.187.2)$$

Înlocuind datele problemei :

$$L = \frac{0,212 \times 10^3}{500 \times 4 \times \ln 1,025} [\text{mH}] = 4,3 \text{ mH}.$$

Se poate lua deci

$$L = 4,45 \text{ mH},$$

pentru care rezultă

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{4,45}{0,212} = 21 \text{ ms}.$$

Se verifică  $I_{\min}$  cu relația (3.130) :

$$I_{\min} = \frac{220}{0,212} \frac{e^{\frac{1,5}{21}} - 1}{e^{\frac{2}{21}} - 1} - \frac{163}{0,212} = 0,1 \text{ A} > 0,$$

deci nu apare conducția întreruptă.

Dacă  $T_e^*$  nu poate fi exprimat sub formele (3.170) sau (3.184), atunci trebuie rezolvată direct ecuația cu exponențiale obținută din (3.135) :

$$e^{\frac{T}{\tau}} - \frac{U_d}{E} e^{T_e^* \frac{T}{\tau}} - 1 + \frac{U_d}{E} = 0. \quad (3.188)$$

b. Turația motorului se calculează cu relația :

$$n = \frac{E}{C_e} = \frac{163}{0,144} = 1\,132 \text{ rot/min}.$$

Motorul lucrează pe caracteristica determinată de tensiunea  $U_{s \text{ med}} = 165 \text{ V}$ , pentru care turația de mers în gol ideal este

$$n_0 = \frac{U_{s \text{ med}}}{C_e} = \frac{165}{0,144} = 1\,146 \text{ rot/min}$$

și căderea de turație la  $I_N = 22 \text{ A}$  :

$$\Delta n_N = \frac{I_{s \text{ med}} R}{C_e} = \frac{22 \times 0,212}{0,144} \cong 32 \text{ rot/min}.$$

c. Curentul maxim în motor se calculează cu relația (3.131) :

$$I_{\max} = \frac{220}{0,212} \frac{1 - e^{-\frac{1,5}{21}}}{1 - e^{-\frac{2}{21}}} - \frac{163}{0,212} = 18,6 \text{ A}.$$

d. Dacă motorul funcționează în gol, atunci curentul absorbit este :

$$I_{s \text{ med}} = I_{mg} = \frac{M_{mg}}{C} = \frac{4,7}{1,371} = 3,4 \text{ A}.$$

Este evident că motorul va lucra în conducție întreruptă dacă  $T_c^*$  rămîne nemodificat. Din relația (3.139) nu poate fi calculat  $T_d$  deoarece nu se cunoaște t.e.m. Din relația (3.142) se poate exprima  $E$ :

$$E = \frac{T_c}{T_d} U_d - \frac{T}{T_d} RI_{s\ med}, \quad (3.189.1)$$

care înlocuit în relația (3.139) ne conduce la ecuația transcendentă:

$$e^{\frac{T_d}{\tau}} = e^{\frac{T_c}{\tau}} \left[ 1 + \frac{(T_d - T_c)U_d + TRI_{s\ med}}{T_c U_d - TRI_{s\ med} T} \left( 1 - e^{-\frac{T_c}{\tau}} \right) \right], \quad (3.189.2)$$

care trebuie rezolvată față de  $T_d$  dacă  $I_{s\ med} = I_{mg}$ .

Cu datele problemei se obține:

$$T_d = 1,66\ ms,$$

iar din (3.189.1) rezultă

$$E = 197,9\ V,$$

și astfel se poate calcula tensiunea medie a sarcinii:

$$U_{s\ med} = \frac{T_c}{T} U_d + \frac{T - T_d}{T} E = 0,75 \times 220 + \frac{2 - 1,66}{2} \cdot 197,9 = 198,6V.$$

În acest caz  $I_{max}$  se calculează cu relația (3.137):

$$I_{max} = \frac{U_d - E}{R} \left( 1 - e^{-\frac{T_c}{\tau}} \right) = \frac{220 - 198,6}{0,212} \left( 1 - e^{-\frac{1,5}{21}} \right) \cong 7\ A.$$

În figura 3.39 este reprezentată variația curentului și tensiunii sarcinii la cuplul de 30% din cel nominal și la mersul în gol al motorului.

e. Dacă  $T_c^* = 0,5$  în acest caz se recalculează

$$U_{s\ med} = 0,5 \times 220 = 110\ V,$$

$$E = U_{s\ med} - RI_{s\ med} = 110 - 0,212 \times 9 \cong 108\ V,$$

$$T_c = T_c^* T = 0,5 \times 2\ ms = 1\ ms.$$

Din relația (3.183.2) se poate exprima inductivitatea sarcinii, dacă se ține seama că  $L = \tau R$ :

$$L = \frac{TR}{2 \ln \frac{U_d - E}{E}}. \quad (3.190)$$

Astfel rezultă

$$L = \frac{2 \times 0,212}{2 \times \ln \frac{220 - 108}{108}} [mH] = 5,83\ mH.$$



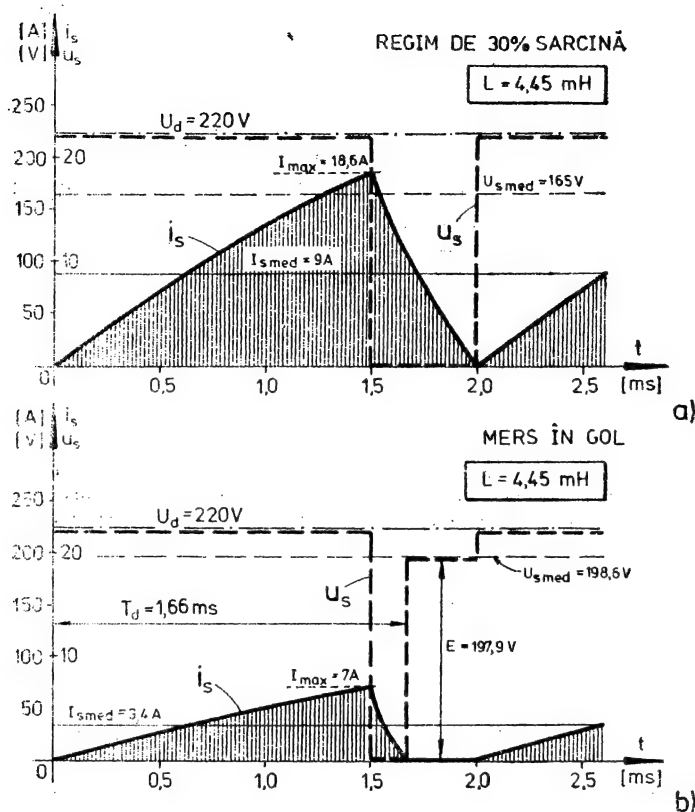


Fig. 3.39. Efectul creșterii vitezei de rotație a motorului (proporțională cu t.e.m.  $E$ ) asupra formei curentului: apare conducția întreruptă (problema 3.3.1.3).

i. Cazul cel mai defavorabil este când variatorul este comandat la  $(T_c^*) = 1:2$  și curentul este cel mai redus posibil, adică la mers în gol [18]. În aceste condiții:

$$U_{s \text{ med}} = T_c^* U_d = \frac{220}{2} = 110 \text{ V},$$

$$E = U_{s \text{ med}} - RI_{mg} = 110 - 0,212 \times 3,4 = 109,3 \text{ V}$$

și pentru a dimensiona bobina se utilizează relația (3.190), din care rezultă:

$$L = \frac{2 \times 0,212}{2 \times \ln \frac{220 - 109,3}{109,3}} = 16,65 \text{ mH}$$

și se poate lua  $L = 16,7 \text{ mH}$ .

Se poate verifica inductivitatea pentru  $(T_c^*)_{min} = 1:3$  dacă din relația (3.181.2) se exprimă  $L$ :

$$L = \frac{TR}{3 \ln \left[ -\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{U_d}{E} - \frac{3}{4}} \right]}, \quad (3.191)$$

și se obține pentru  $U_{s\ med} 220:3 \cong 73,3$  V respectiv  $E = 72,6$  V o inductivitate de  $L = 14,36$  mH, mai mică decât la  $T_c^* = 0,5$ .

Pentru verificarea calculelor, se determină  $I_{min}$  din relația (3.130), în care  $T_c = T_c^* T = 2:2$  [ms] = 1 ms și  $\tau = L/R = 16,7:0,212$  [ms] = 78,8 ms, deci

$$I_{min} = \frac{220}{0,212} \frac{e^{\frac{1}{78,8}} - 1}{\frac{2}{e^{\frac{1}{78,8}} - 1}} - \frac{109,3}{0,212} = 0,01 \text{ A} > 0$$

*Observație:* dacă din relațiile de dimensionare (3.190), (3.191) etc. rezultă o inductivitate prea mare pentru bobină, prin mărirea frecvenței se poate reduce valoarea acesteia. De exemplu, dacă avem o bobină de  $L = 10$  mH, înseamnă că frecvența trebuie mărită la

$$f = \frac{16,7}{10} \cdot 500 \text{ [Hz]} \cong 835 \text{ Hz.}$$

pentru a obține aceleași condiții de funcționare.

### 3.3.2. VARIATOARE DE TENSIIUNE CONTINUĂ DE DOUĂ CADRANE

Funcționarea în două cadrane se realizează prin completarea schemei de un cadran (fig. 3.33), astfel încît să permită circulația curentului și în sens invers prin sarcină. Schema de două cadrane din figura 3.40, în afară de elementele  $CS_1$  și  $D_1$  mai conține și comutatorul static  $CS_2$  și dioda de fugă aferentă  $D_2$  montate corespunzător. Din figură se poate urmări funcționarea schemei. Pentru cazul de față rămîn valabile toate relațiile de la variatorul de tensiune continuă de un cadran în regim de conducție permanentă.

Dacă  $I_{max}$  și  $I_{min}$  sînt pozitive, schema lucrează în cadranul I, conduc  $CS_1$ , respectiv  $D_1$  (funcționare identică ca în figura 3.33 în conducție permanentă).

Cînd  $I_{min}$  devine negativ, dar  $I_{max}$  rămîne pozitiv, conduc la rînd:  $CS_1$ ,  $D_1$ ,  $CS_2$  și  $D_2$ , cum este reprezentat și în figura 3.40. Convertorul lucrează în ambele cadrane (I și II), iar regimul de lucru al sarcinii va fi determinat de semnul valorii medii a curentului prin acesta.

Întrucît polaritatea tensiunii sarcinii  $u_s$  nu poate fi inversată, sarcina va lucra în cadranul II, dacă  $I_{s\ med}$  devine negativ. Din relația (3.147) se poate vedea că

$$I_{s\ med} < 0 \text{ dacă } E > U_{s\ med}, \quad (3.192)$$

deci puterea electromagnetică  $P_E$  din relația (3.157) devine de asemenea negativă, deci se inversează sensul transferului de energie, care în cazul

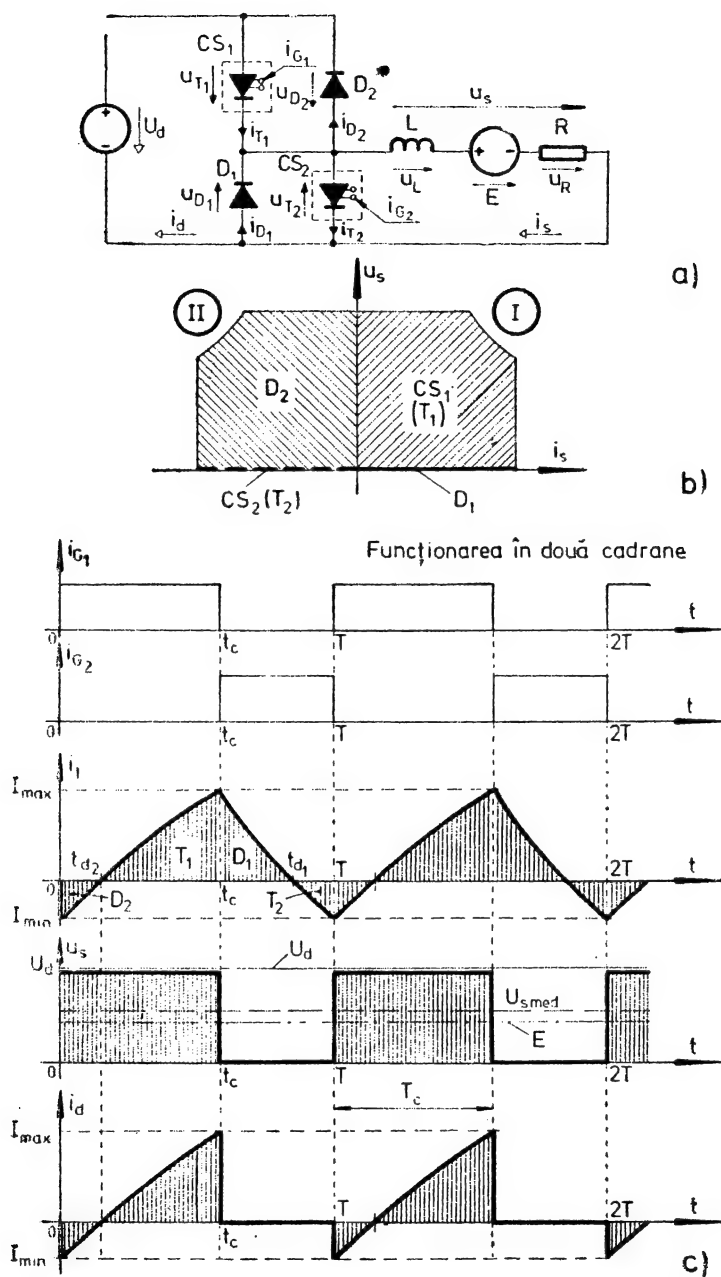


Fig. 3.40. Variator de tensiune continuă de două cadrane:  
a — schema electrică; b — cadranele în care poate funcționa sarcina;  
c — variația în timp a tensiunii sarcinii și curenților în diferite laturi  
a circuitului când sistemul funcționează în ambele cadrane.

de față va fi dinspre sarcină spre sursă : mașina electrică va lucra în regim de generator. Din relația (3.158) se vede că dacă

$$|P_E| > P_{JL} \quad \text{cînd} \quad P_E < 0, \quad (3.193.1)$$

atunci valoarea medie a curentului sursei devine negativă :

$$U_d I_{d \text{ med}} < 0, \quad (3.193.2)$$

ceea ce înseamnă că sursa primește energie de la mașina electrică.

Pentru a determina durata de conducție a dispozitivelor semiconductoare, trebuie calculat momentul cînd se blochează diodele.

Pe durata de  $0 \dots t_c$  variația curentului este descrisă de expresia (3.125), care se anulează în momentul în care dioda  $D_2$  se blochează :

$$t_{d2} = \tau \ln \frac{U_d - E - RI_{min}}{U_d - E}. \quad (3.194.1)$$

Pe durata de  $t_c \dots T$  variația curentului este descrisă de expresia (3.129), care se anulează cînd dioda  $D_1$  se blochează :

$$t_{d1} = \tau \ln \frac{E + RI_{max}}{E} + t_c. \quad (3.194.2)$$

Astfel, durata de conducție pentru fiecare element va fi :

—  $T_1$  — tiristorul principal din  $CS_1$  :

$$t_{T_1} = t_c - t_{d2}; \quad (3.195.1)$$

—  $T_2$  — tiristorul principal din  $CS_2$  :

$$t_{T_2} = T - t_{d1}; \quad (3.195.2)$$

—  $D_1$  — dioda de fugă pentru  $CS_1$  :

$$t_{D_1} = t_{d1} - t_c; \quad (3.195.3)$$

—  $D_2$  — dioda de fugă pentru  $CS_2$

$$t_{D_2} = t_{d2}. \quad (3.195.4)$$

De altfel

$$T = t_{T_1} + t_{T_2} + t_{D_1} + t_{D_2}. \quad (3.195.5)$$

*Observație :* Dacă se schimbă sensul t.e.m.  $E$ , atunci curentul care apare prin dioda  $D_1$  este necontrolat și poate lua valori ridicate, fiind limitat doar de rezistența  $R$  [v. relația (3.160.1)]. Dacă  $CS_1$  este comandat, atunci apare un curent dat de relația (3.160.2).

Dacă și curentul maxim  $I_{max}$  devine negativ, schema lucrează în cadrulul  $II$  și conduc  $D_2$  și  $CS_2$ . Acest regim este reprezentat în figura 3.41. Se poate vedea imediat că dacă nu există interval de întrerupere între comanda lui  $CS_1$  și  $CS_2$  (adică între  $i_G$  și  $i_{G_2}$ ) convertorul de două cadrane nu lucrează în conducție întreruptă.

Dacă  $CS_1$  funcționează încontinuu, deci  $T_c = T$ :

$$I_{min} = I_{max} = \frac{U_d - E}{R}. \quad (3.196)$$

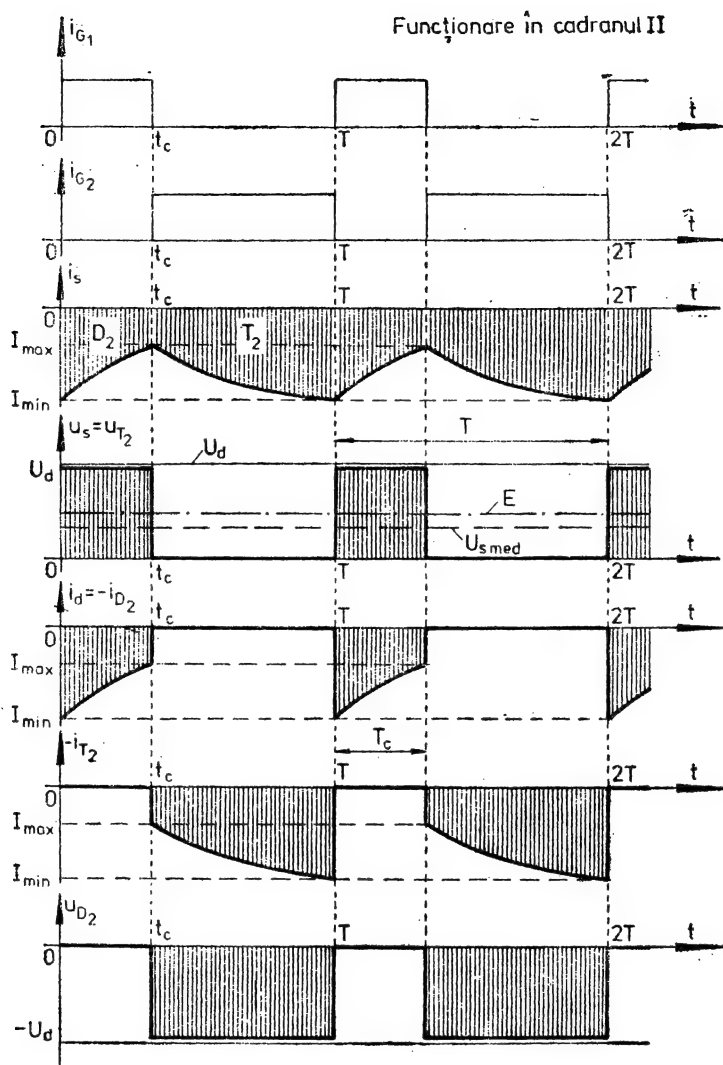


Fig. 3.41. Variația în timp a curenților și tensiunilor pe diferite laturi ale variatorului de tensiune continuă din figura 3.40, funcționând în cadrantul II (regim de transfer de energie de la sarcină spre sursa de c.c.  $U_h$ ).

Dacă  $CS_2$  este în conducție continuă, deci  $T_c = 0$

$$I_{min} = I_{max} = -\frac{E}{R}. \quad (3.197)$$

Pentru calculul armonicilor de tensiune se vor utiliza relațiile (3.143) și (3.144). Pentru calculul armonicilor de curent și a factorului de ondulație se vor urmări indicațiile de la calculul armonicilor, punctul 3.3.1.

Valoarea maximă a curentului mediu și efectiv al tiristorului principal din  $CS_1$  și a diodei  $D_1$  se calculează cu formulele (3.161), (3.164) și (3.166).

Valoarea maximă a curentului mediu prin tiristorul principal din  $CS_2$  este atinsă când acesta conduce fără întrerupere, adică  $T_c = 0$  și se obține :

$$(I_{T_1, med})_{max} = (I_{T_1, ef})_{max} = \frac{E}{R}. \quad (3.198)$$

Pentru calculul curentului mediu și efectiv prin dioda  $D_2$  se va urmări procedura de la punctul 3.3.1 pentru  $T_1$  și  $D_1$ . Se consideră curentul sarcinii menținut la valoarea constantă :

$$I_s = \frac{T - T_c}{T} \frac{E}{R}. \quad (3.199)$$

Valoarea medie a curentului prin dioda  $D_2$  este :

$$I_{D_2, med} = \frac{T_c}{T} I_s = T_c^* (1 - T_c^*) \frac{E}{R}, \quad (3.200)$$

care atinge valoarea maximă la  $T_c^* = T_c/T = 0,5$  și se obține :

$$(I_{D_2, med})_{max} = 0,25 \frac{E}{R}. \quad (3.201)$$

Asemănător se obține

$$(I_{D_1, ef})_{max} = 0,385 \frac{E}{R}. \quad (3.202)$$

Problema deja arătată la interpretarea relațiilor (3.160.1) și (3.160.2) în legătură cu curenții maximi în dispozitive semiconductoare se rezolvă de asemenea printr-o buclă de reacție de limitare a curentului.

**Problema 3.3.2.1.** Motorul de c.c. tip Ce 53 din problema 3.3.1.3 este alimentat de la o sursă  $U_d = 220$  V, prin intermediul unui variator de tensiune continuă care este comandat la  $f = 500$  Hz și  $T_c^* = 0,75$ . Inductivitatea sarcinii este  $L = 4,45$  mH.

Să se determine :

- a. variația curentului în motor dacă acesta funcționează în gol ;
- b. turația motorului în acest regim ;

Să se compare rezultatele obținute cu cele de la punctul d) din problema 3.3.1.3.

*Rezolvare*

Rămân neschimbate următoarele date, calculate la problema 3.3.1.3 la punctele a) ... d) :

$$C_e = 0,144 \frac{V}{\text{rot/min}} ;$$

$$C = 1,371 \frac{N \cdot m}{A} ;$$

$$U_{s, med} = 165 \text{ V} ; M_{mg} = 4,7 \text{ N} \cdot \text{m} ; I_{mg} = 3,4 \text{ A} ;$$

$$T = 2 \text{ ms} ; T_c = 1,5 \text{ ms} ; \tau = 21 \text{ ms}.$$

a. Dacă motorul este alimentat de la un variator de două cadrane, acesta permite inversarea curentului prin sarcină. Limitele între care variază curentul se calculează cu relațiile (3.130) și (3.131). Pentru aceasta se determină t.e.m. a motorului :

$$E = U_{s \text{ med}} - RI_{mg} = 165 - 0,212 \times 3,4 = 164,3 \text{ V.}$$

Astfel se pot calcula :

$$I_{min} = \frac{220}{0,212} \frac{e^{\frac{1,5}{21}} - 1}{e^{\frac{2}{21}} - 1} - \frac{164,3}{0,212} = -6 \text{ A ;}$$

$$I_{max} = \frac{220}{0,212} \frac{1 - e^{-\frac{1,5}{21}}}{1 - e^{-\frac{2}{21}}} - \frac{164,3}{0,212} = 12,5 \text{ A.}$$

Din relațiile (3.193.1) și (3.193.2) se determină momentul când  $i_s$  trece prin zero,

$$t_{d2} = 21 \ln \frac{220 - 164,3 - 0,212 \times (-6)}{220 - 164,3} = 0,47 \text{ ms,}$$

$$t_{d1} = 21 \ln \frac{164,3 + 0,212 \times 12,5}{164,3} + 1,5 = 1,84 \text{ ms.}$$

Se calculează duratele de conducție ale dispozitivelor semiconductoare. Din relațiile (3.195.1) ... (3.195.4) rezultă :

$$t_{T_1} = 1,5 - 0,47 = 1,03 \text{ ms,}$$

$$t_{T_2} = 2 - 1,84 = 0,16 \text{ ms,}$$

$$t_{D_1} = 1,84 - 1,5 = 0,34 \text{ ms,}$$

$$t_{D_2} = 0,47 \text{ ms.}$$

Cu aceste date s-a reprezentat în figura 3.42, b variația curentului sarcinii la mers în gol și tensiunea pe dispozitivele  $T_1$  și  $D_1$ . Tensiunile pe  $T_2$  și pe dioda  $D_2$  sînt

$$u_{T_2} = -u_{D_1}, \quad (3.203.1)$$

$$u_{D_2} = -u_{T_1} \quad (3.203.2)$$

și nu s-au mai reprezentat în figură.

b. Turația motorului la mers în gol rezultă din relația

$$n = n_{mg} = \frac{E}{C_e} = \frac{164,3}{0,144} = 1141 \frac{\text{rot}}{\text{min}},$$

și este mai mică decît cea de la funcționarea într-un singur cadran, unde a apărut conducția întreruptă și astfel din relația (3.140) a rezultat  $U_{s \text{ med}}$

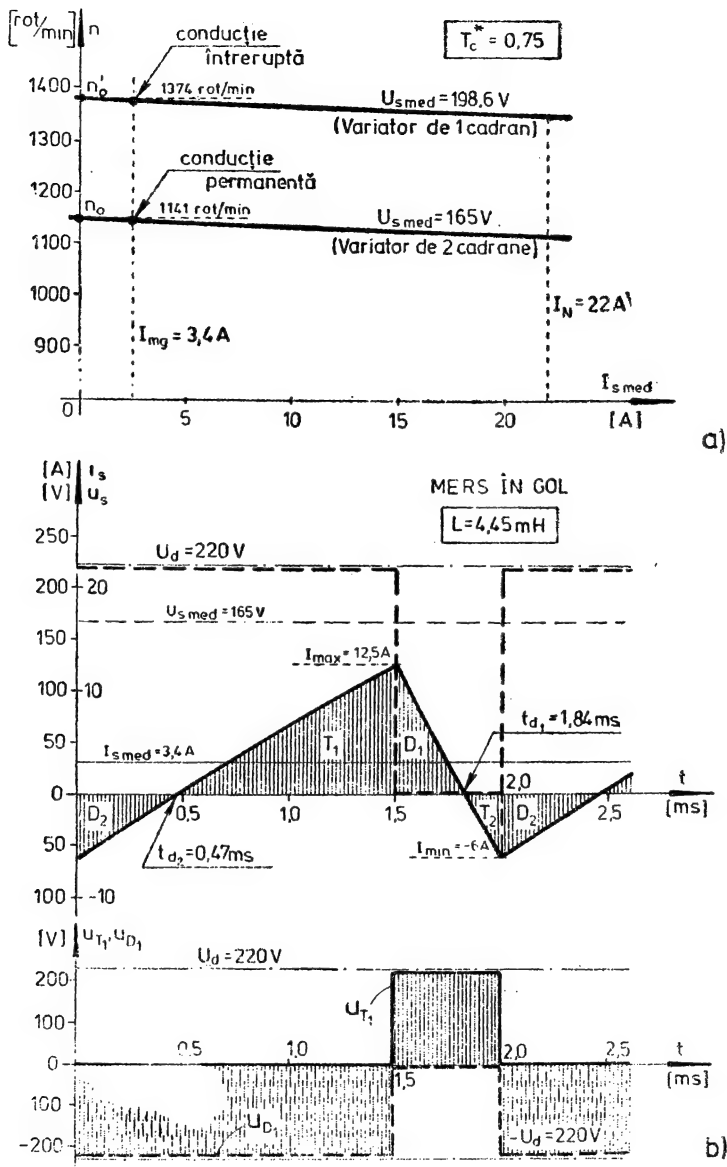


Fig. 3.42. Caracteristicile mecanice și punctele de funcționare la mersul în gol a motorului de c.c. (a) în cazul cînd acesta este alimentat de la chopper de un cadran, funcționînd în conducție întreruptă — v. figura 3.39, b) și în cazul cînd este posibilă funcționarea în două cadrane (b) tratat în problema 3.3.2.1.



mai mare, decât la funcționare în două cadrane. În cazul de față, motorul **lucrează** pe o altă caracteristică mecanică cu turația de mers în gol ideal :

$$n_0 = \frac{U_s \text{ med}}{C_s} = \frac{165}{0,144} = 1\,146 \text{ rot/min},$$

față de cazul de la problema 3.3.1.3 punctul d), unde

$$n'_0 = \frac{198,6}{0,144} = 1\,379 \text{ rot/min}.$$

În tabelul 3.4 sînt cuprinse datele semnificative pentru cele două cazuri.

*Tabelul 3.4*

Variator de:		un cadran	două cadrane
Problema nr.		3.3.1.3.	3.3.2.1.
	U.M	Conducție întreruptă	Conducție permanentă
$T_e^*$	ms	1,5	1,5
$T$	ms	2	2
$\tau$	ms	21	21
$M_r = M_{mg}$	N·m	4,7	4,7
$I_s \text{ med} = I_{mg}$	A	3,4	3,4
$U_s \text{ med}$	V	198,6	165
$E$	V	197,9	163,2
$n = n_{mg}$	rot/min	1374	1141
$n_0$	rot/min	1379	1146
$I_{max}$	A	7	12,5
$I_{min}$	A	0	-6
$t_{T_1}$	ms	1,5	1,03
$t_{T_2}$	ms	—	0,16
$t_{D_1}$	ms	0,16	0,34
$t_{D_2}$	ms	—	0,47

În figura 3.42, *a* sînt reprezentate caracteristicile mecanice artificiale pe care lucrează motorul la mers în gol în cele două cazuri.

**Problema 3.3.2.2.** Mașina de c.c tip Ce 61 cu excitație separată este alimentată de la sursa de  $U_d = 110$  V, prin intermediul unui variator de tensiune continuă de două cadrane, care este comandat la  $f = 100$  Hz. Inductivitatea în circuitul sarcinii este  $L = 6$  mH.

Datele motorului sînt:  $P_N = 6,2$  kW,  $U_N = 110$  V,  $I_N = 68$  A,  $n_N = 1\,500$  rot/min,  $R = 0,15$   $\Omega$ .

Să se determine :

**A.** timpul relativ de conectare  $T_c^*$  al variatorului astfel încît să se realizeze turația de  $n = 1\,020$  rot/min la cuplul nominal ;

**B.** timpul relativ de comandă  $T_c^*$  dacă sarcina antrenează motorul, astfel încît să se păstreze turația, și curentul de frînare să fie  $I_N$ .

Să se calculeze pentru ambele cazuri :

- a. caracteristica mecanică pe care lucrează motorul ;
- b. limitele între care variază curentul ;
- c. timpii de conducție a ventilelor ;
- d. bilanțul puterilor ;
- e. factorul de ondulație a curentului și tensiunii sarcinii ;
- f. randamentul electric al sistemului.

### Rezolvare

Se calculează constantele motorului

$$C_e = \frac{U_N - RI_N}{n_N} = \frac{110 - 0,15 \times 68}{1500} = 0,0665 \frac{\text{V}}{\text{rot/min}} ;$$

$$C = \frac{30}{\pi} C_e = 0,635 \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{A}} .$$

Constanta de timp a sarcinii este

$$\tau = L : R = 6 : 0,15 = 40 \text{ ms}$$

și perioada de lucru

$$T = 1 : f = 10 \text{ ms} .$$

Tensiunea electromotoare la turația de  $n = 1\,000$  rot/min este :

$$E = C_e n = 0,0665 \times 1\,000 = 66,5 \text{ V} .$$

**A.** La cuplul nominal, motorul absoarbe curentul :

$$I_{s \text{ med}} = I_N = 68 \text{ A} .$$

Pentru a asigura acest curent și turația cerută, motorul trebuie alimentat la tensiunea :

$$U_{s \text{ med}} = E + RI_{s \text{ med}} = 66,5 + 0,15 \times 68 = 76,7 \text{ V} .$$

Din relația (4.15) rezultă

$$T_c^* = \frac{T_c}{T} = \frac{U_{s \text{ med}}}{U_d} = \frac{76,7}{110} = 0,698 ,$$

adică un timp de conectare :

$$T_c = T_c^* T = 0,68 \times 10 = 6,98 \text{ ms} .$$

**a.** Motorul lucrează pe caracteristica mecanică artificială la  $U_{s \text{ med}} = 76,7 \text{ V}$ , avînd turația de mers în gol :

$$n_0 = \frac{U_{s \text{ med}}}{C_e} = \frac{76,7}{0,0665} = 1\,153 \text{ rot/min} .$$

**b.** Limitele de curent se calculează cu relațiile (3.130) și (3.131)

$$I_{min} = \frac{110}{0,15} \frac{e^{\frac{6,98}{40}} - 1}{\frac{10}{e^{\frac{6,98}{40}} - 1}} - \frac{66,5}{0,15} = 48,9 \text{ A},$$

$$I_{max} = \frac{110}{0,15} \frac{1 - e^{-\frac{6,98}{40}}}{1 - e^{-\frac{10}{40}}} - \frac{66,5}{0,15} = 87,5 \text{ A}.$$

**c.** Timpii de conducție a dispozitivelor semiconductoare, întrucât variatorul lucrează numai în cadranul I, sînt :

$$t_{T_1} = T_c = 6,98 \text{ ms}, \quad t_{T_1} = 0,$$

$$t_{D_1} = T - T_c = 3,02 \text{ ms}, \quad t_{D_1} = 0.$$

În figura 3.43 este reprezentată variația curentului și tensiunii sarcinii. În figura 3.44 se poate vedea că variatorul lucrează în cadranul I, iar mașina electrică în regim de motor (punctul A de funcționare pe caracteristica mecanică).

**d.** Valoarea medie a curentului sursei se determină din relația (3.152.1) :

$$I_{d \text{ med}} = \frac{110 - 66,5}{0,15} \left[ 0,698 \frac{40}{10} \left( e^{-\frac{6,98}{40}} - 1 \right) \right] - \frac{40}{10} 48,5 \left( e^{-\frac{6,98}{48}} - 1 \right) = 47,7 \text{ A}.$$

Puterea absorbită de la rețea este :

$$P = U_d I_{d \text{ med}} = 110 \times 47,7 = 5247 \text{ W}.$$

Puterea electromagnetică a motorului :

$$P_E = E I_{s \text{ med}} = 66,5 \times 68 = 4522 \text{ W}.$$

Pierderile prin efect Joule-Lenz în rezistență sînt :

$$P_{JL} = P - P_E = 5247 - 4522 = 725 \text{ W}.$$

**e.** Valoarea efectivă a curentului este

$$I_{s \text{ ef}} = \frac{P_{JL}}{R} = \frac{725}{0,15} = 69,5 \text{ A}.$$

Componența în armonici a curentului sarcinii

$$I_{s \sim} = \sqrt{I_{s \text{ ef}}^2 - I_{s \text{ med}}^2} = \sqrt{69,5^2 - 68^2} = 14,5 \text{ A}$$

și coeficientul de ondulație :

$$k_{vi} = \frac{14,5}{68} = 0,21.$$

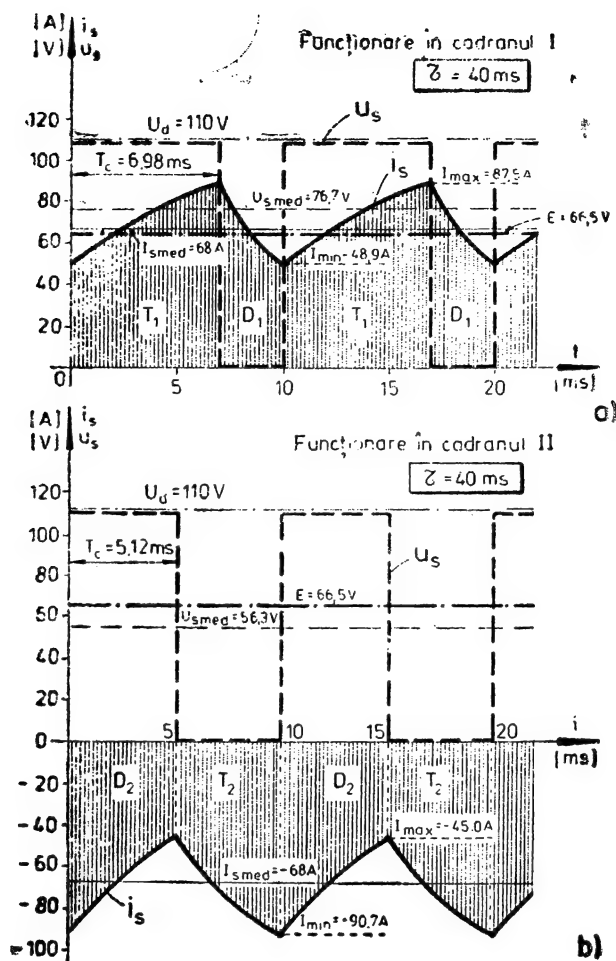


Fig. 3.43. Variația în timp a tensiunii și curentului sarcinii funcționând în regim de motor (a), respectiv în regim de generator (b) cu același curent mediu și turație (v. problema 3.3.2.2).

Valoarea efectivă a tensiunii se calculează cu relația (3.168.3)

$$U_{s\ ef} = U_d \sqrt{T_c^*} = 110 \sqrt{0,698} = 92\text{ V}$$

și rezultă

$$U_{s\sim} = \sqrt{U_{s\ ef}^2 - U_{s\ med}^2} = \sqrt{92^2 - 76,7^2} = 50,8\text{ V}$$

$$k_{vu} = \frac{U_{s\sim}}{U_{s\ med}} = \frac{50,8}{76,7} = 0,66.$$

f. Randamentul electric al sistemului este

$$\eta = \frac{P_E}{P} = \frac{4\ 522}{5\ 247} = 86,2\%.$$

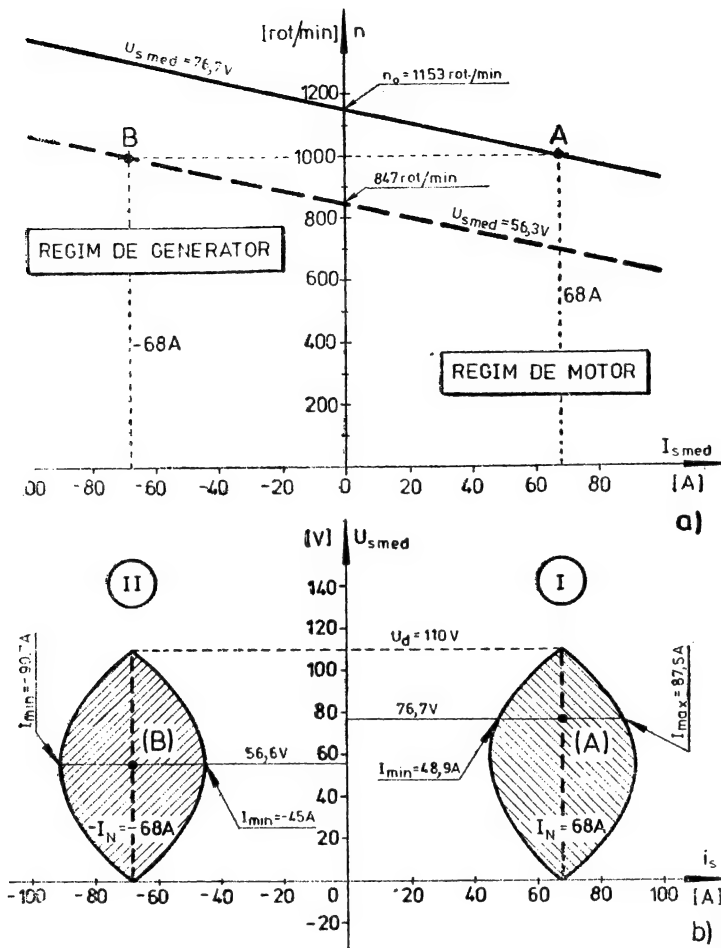


Fig. 3.44. Caracteristicile mecanice ale mașinii de c.c. din problema 3.3.2.2, pe care se află punctele de funcționare calculate (a) și limitele de curent între care variază curentul sarcinii (b), dacă cuplul este constant și variază turația.

B. În regimul de frână se inversează sensul curentului, deci :

$$I_{s \text{ med}} = -I_N = -68 \text{ A.}$$

Pentru a păstra turația, t.e.m rămîne la valoarea de 66,5 V și rezultă

$$U_{s \text{ med}} = E - RI_N = 66,5 - 0,15 \times 68 = 56,3 \text{ V}$$

și se obține

$$T_e^* = \frac{56,3}{110} = 0,512, \text{ adică } T_e = 5,12 \text{ ms.}$$

a. Mașina lucrează pe caracteristica mecanică artificială la  $U_{s\text{ med}} = 56,3$  V în regim de generator, adică de frînare cu recuperare, caracteristica avînd

$$n_0 = \frac{U_{s\text{ med}}}{C_e} = \frac{56,3}{0,0665} = 847 \text{ rot/min.}$$

b. Limitele de curent vor fi :

$$I_{\min} = \frac{110}{0,15} \frac{e^{\frac{5,12}{40}} - 1}{e^{\frac{10}{40}} - 1} - \frac{66,5}{0,15} = -90,7 \text{ A,}$$

$$I_{\max} = \frac{110}{0,15} \frac{1 - e^{-\frac{5,12}{40}}}{1 - e^{-\frac{10}{40}}} - \frac{66,5}{0,15} = -45,0 \text{ A.}$$

c. Variatorul lucrează în cadranul II și timpii de conducție a ventilelor sînt :

$$t_{T_1} = 0 \quad t_{T_2} = T - T_c = 4,88 \text{ ms,}$$

$$t_{D_1} = 0 \quad t_{D_2} = T_c = 5,12 \text{ ms.}$$

d. Valoarea medie a curentului sursei se calculează de asemenea cu relația (3.152.1) :

$$I_{d\text{ med}} = \frac{110 - 66,5}{0,15} \left[ 0,512 + \frac{40}{40} \left( e^{-\frac{5,12}{40}} - 1 \right) \right] + \frac{40}{10} + 90,7 \left( e^{-\frac{5,12}{40}} - 1 \right) = -34,5 \text{ A.}$$

Deci sursa va primi energie la puterea :

$$P = U_d I_{d\text{ med}} = 110(-34,5) = -3795 \text{ W.}$$

Puterea electromagnetică a mașinii este :

$$P_E = E I_{s\text{ med}} = 66,5(-68) = -4522 \text{ W.}$$

și se transferă de la mașină spre sursa de c.c.

Pierderile prin efect Joule-Lenz sînt :

$$P_{JL} = P - P_E = -3796 + 4522 = 726 \text{ W.}$$

e. Valorile efective ale curentului și tensiunii sarcinii și coeficienții de ondulație se calculează ca la punctul A), iar rezultatele sînt cuprinse în tabelul 3.5.

f. Deoarece transferul de energie s-a inversat — este de la mașina electrică spre sursă — randamentul electric se calculează cu formula :

$$\eta = \frac{P}{P_E} = \frac{3796}{4522} = 83,9 \%$$

În figura 3.43 se poate urmări variația curentului și tensiunii sarcinii și pentru regimul de generator. În figura 3.44, punctul B pe caracteristica mecanică artificială (la  $U_{s\text{ med}} = 56,3$  V) indică funcționarea mașinii, iar variatorul lucrează în cadranul II.

Tabelul 3.5

	UM	A)	B)
		Regim de motor	Regim de generator
$n$	rot/min	1000	1000
$I_{s\ med}$	A	68	— 68
$T_c^*$	—	0,698	0,512
$E$	V	66,5	66,5
$U_{s\ med}$	V	76,7	56,3
$I_{min}$	A	48,9	— 90,7
$I_{max}$	A	87,5	— 45,0
$t_{T_1}$	ms	6,98	—
$t_{T_2}$	ms	—	4,88
$t_{D_1}$	ms	3,02	—
$t_{D_2}$	ms	—	5,12
$I_{d\ med}$	A	47,7	— 34,5
$P$	W	5247	— 3796
$P_E$	W	4522	— 4522
$P_{JL}$	W	725	726
$I_{s\ ef}$	A	69,5	69,6
$U_{s\ ef}$	V	92	78,71
$I_{s\sim}$	A	14,5	14,8
$U_{s\sim}$	V	50,8	55,0
$k_{vi}$	—	0,21	0,22
$k_{vu}$	—	0,66	0,97
$\eta$	%	86,2	83,9

### 3.3.3. VARIATOARE DE TENSIUNE CONTINUĂ DE PATRU CADRANE

Variatorul de tensiune continuă de două cadrane tratat la punctul 3.3.2 permite inversarea curentului prin sarcină, dar nu poate realiza schimbarea polarității tensiunii sarcinii. În figura 3.45 este reprezentată schema unui variator de tensiune continuă realizat din două variatoare de câte două cadrane, al doilea — compus din elementele  $CS_3$ ,  $D_3$ ,  $CS_4$  și  $D_4$  — realizează inversarea polarității tensiunii  $u_s$  și circulația curentului  $i_s$  în ambele sensuri. Astfel se poate obține funcționarea de patru cadrane.

Dacă  $CS_4$  este conectat continuu, iar  $CS_1$  și  $CS_2$  sînt comandate ca în figura 3.40 și 3.41, variatorul poate funcționa în cadranele I și II la o tensiune  $u_s > 0$ . În acest caz  $CS_3$  nu poate fi conectat, deoarece se scurt-circuitează sursa.

Dacă  $CS_2$  este conectat continuu, iar  $CS_3$  și  $CS_4$  sînt comandate ca în figura 3.46, variatorul poate funcționa în cadranele III și IV la o tensiune  $u_s < 0$ .

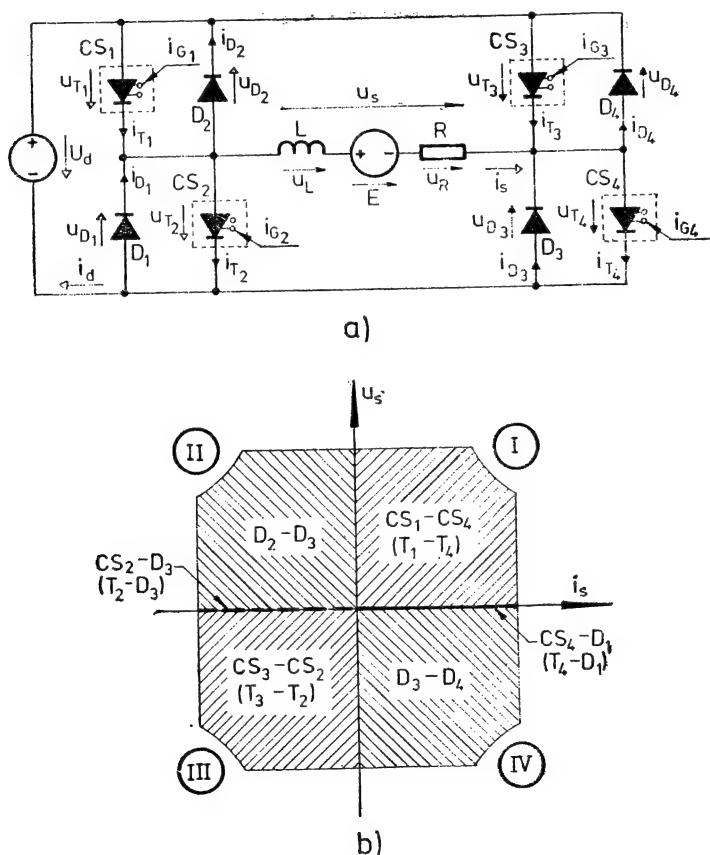


Fig. 3.45. Variator de tensiune continuă de patru cadrane:  
a — schema variatorului; b — cadranele în care poate funcționa sarcina.



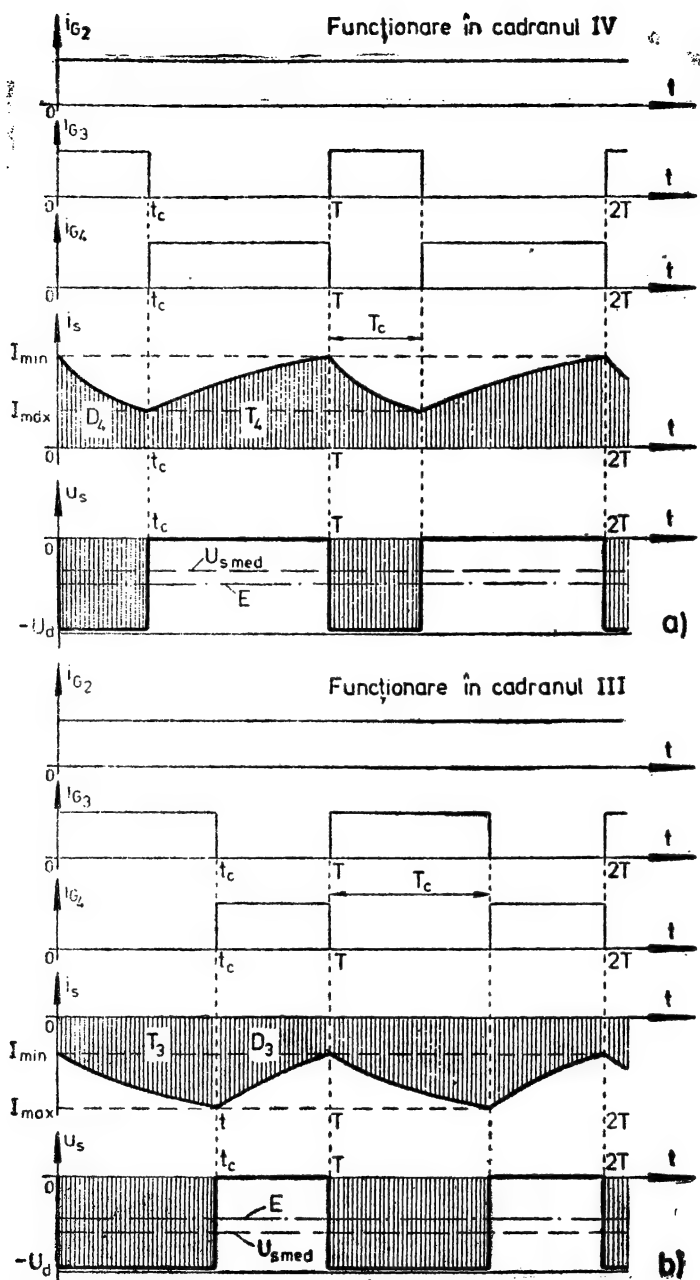


Fig. 3.46. Variația în timp a curenților și tensiunilor pe diferite laturi ale variatorului de tensiune continuă din figura 3.45 funcționând în cadranul IV (a), respectiv în cadranul III (b).

Variatorul poate funcționa în cele patru cadrane în condițiile arătate în ta belul 3.6.

Tabelul 3.6

Func ționarea varia torului	Regimul mașinii	$U_s \text{ med}$	$I_s \text{ med}$	$E$	OBS.
Cadrantul I	regim de motor	+	+	+	$ U_s \text{ med}  >  E $
	regim de frână	+	+	—	$E < 0$
Cadran II	regim de generator	+	—	+	$ U_s \text{ med}  <  E $
Cadrant III	regim de motor	—	—	—	$ U_s \text{ med}  >  E $
	regim de frână	—	—	+	$E \geq 0$
Cadran IV	regim de generator	—	+	—	$ U_s \text{ med}  <  E $

În regim de motor și de generator, cadranul în care funcționează mașina electrică coincide cu cadranul variatorului. În regimurile de frână indicate în tabel, cînd variatorul lucrează în cadranul I, motorul va funcționa în cadranul IV.

Pentru calculul curenților și tensiunilor în diferite laturi ale sistemului se utilizează relațiile de la variatorul de un cadran în conducție permanentă și variatorul de două cadrane, în care  $U_a$  va fi negativ.

Dacă se notează limitele de curent conform figurii 3.46, atunci sînt valabile relațiile (3.130) și (3.131).

**Problema 3.3.3.1.** Mașina de c.c tip Ce61 cu excitație separată este alimentată de la un variator de tensiune continuă de patru cadrane (fig. 3.44). Sursa de curent continuu este de  $U_a = 110$  V, inductivitatea circuitului de sarcină  $L = 6$  mH și frecvența de lucru a variatorului este  $f = 100$  Hz.

Mașina lucrează în regim de motor în condițiile calculate la punctul A) din problema 3.3.2.2 (v. și datele motorului).

Curentul maxim în mașină nu poate depăși  $2,5 I_N$ . În aceste condiții :

A. Să se frîneze motorul pînă la turația zero.

Să se contraconecteze mașina astfel încît să se obțină turația de  $n_r = -1\,000$  rot/min dacă :

B. Sarcina este activă ;

C. Sarcina este reactivă.

Se consideră constanta de timp electromecanică a mașinii electrice mult mai mare decît constanta de timp electric al circuitului sarcinii.

*Rezolvare*

Conform problemei 3.3.2.2 punctul A, mașina funcționează în regim de motor la cuplul nominal în cadranul I avînd următoarele date de funcționare :

$$I_r = I_s^A \text{ med} = 68 \text{ A}, \quad U_{s \text{ med } r} = 76,7 \text{ V}, \\ n_r = n_A = +1\,000 \text{ rot/min}, \quad E_r = E_A = 66,5 \text{ V}.$$

Variatorul funcționează de asemenea în cadranul *I* și este comandat la

$$T_c = 6,98 \text{ ms la } T = 10 \text{ ms},$$

constanta de timp a circuitului de sarcină fiind

$$\tau = 40 \text{ ms}.$$

**A.** Se determină caracteristica mecanică pe care, la cuplul rezistent (egal cu cuplul nominal), turația este zero, adică  $E = 0$ . Din relația (3.134) rezultă :

$$U_{s\text{ med}0} = RI_r = 0,15 \times 68 = 10,2 \text{ V}$$

iar variatorul trebuie comandat la :

$$T_{c0} = T \frac{U_{s\text{ med}0}}{U_d} = 10 \frac{10,2}{110} = 0,93 \text{ ms}.$$

Timpu minim de frînare se obține dacă frînarea are loc în cadranul *II*. Deoarece nu se poate depăși curentul de :

$$2,5I_N = 2,5 \times 6,8 = 170 \text{ A},$$

în cadranul *II*, conform relației (3.130),  $I_{min}$  trebuie să fie :

$$I_{min} = -170 \text{ A}.$$

Din această condiție se poate calcula cum va fi comandat variatorul pentru a ajunge pe caracteristica mecanică, unde la  $n = 1000 \text{ rot/min}$ , curentul nu depășește valoarea de 170 A. Din relația (3.130) se exprimă  $T_c$  și se obține :

$$T_c = \tau \cdot \ln \left[ 1 + \frac{E + RI_{min}}{U_d} \left( e^{\frac{T}{\tau}} - 1 \right) \right]. \quad (3.204)$$

Pentru prima treaptă  $E = E_A = 66,5 \text{ V}$  și rezultă :

$$T_{c1} = 40 \ln \left[ 1 + \frac{66,5 - 0,15 \times 170}{110} \left( e^{\frac{10}{40}} - 1 \right) \right] = 4,03 \text{ ms}.$$

Se calculează

$$U_{s\text{ med}1} = \frac{T_{c1}}{T} U_d = \frac{4,03}{10} 110 = 44,3 \text{ V}.$$

Constanta de timp electromecanică a mașinii fiind mult mai mare decât  $\tau$ , la trecerea pe caracteristica mecanică de 44,3 V, în primele perioade de comandă a variatorului, t.e.m. poate fi considerată neschimbată, astfel curentul variază între limitele

$$I_{min}^B = -170 \text{ A}$$

și din (3.131) rezultă :

$$I_{max}^B = \frac{110}{0,15} \frac{1 - e^{-\frac{4,03}{40}}}{1 - e^{-\frac{10}{40}}} - \frac{66,5}{0,15} = -125 \text{ A}.$$

Curentul de frînare maxim este deci :

$$I_{s\ med}^B = \frac{U_s}{R} - \frac{E}{R} = \frac{44,3 - 66,5}{0,15} = -148\text{ A.}$$

Cu scăderea turației, scade t.e.m.  $E$ , și  $I_{s\ med}$  scade de asemenea. Din relațiile (3.130) și (3.131) rezultă

$$\Delta I = I_{max} - I_{min} = \frac{U_d}{R} \left( \frac{1 - e^{-\frac{T_c}{\tau}}}{1 - e^{-\frac{T}{\tau}}} - \frac{\frac{T_c}{\tau} - 1}{\frac{T}{\tau} - 1} \right), \quad (3.205)$$

adică  $\Delta I$  nu se modifică cu scăderea turației, dacă punctul de funcționare rămîne pe caracteristica mecanică determinată de  $T_c$ .

În figura 3.47 s-a reprezentat frînarea mașinii de la punctul A. În punctul B de funcționare limitele între care variază curentul la  $n = 1\ 000\text{ rot/min}$

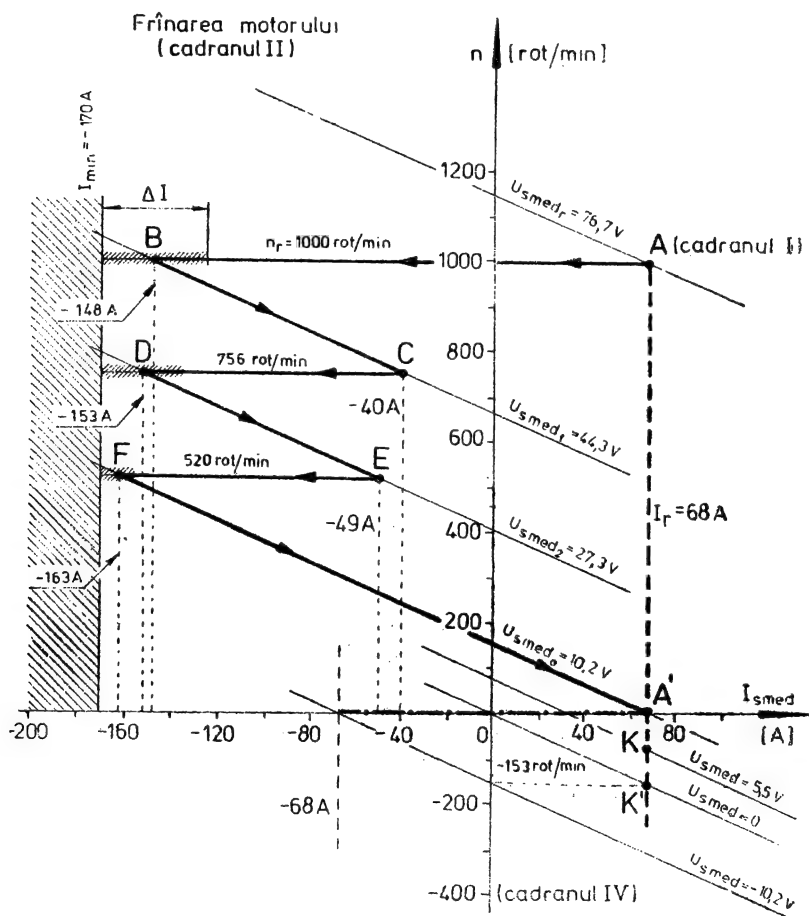


Fig. 3.47. Frînarea motorului de c.c. în regim de recuperare de energie prin reducerea treptată a tensiunii de alimentare (problema 3.3.3.1, punctul A).

este hașurat. Cu scăderea turației (și a t.e.m.), acest domeniu se îndepărtează de limita de  $-170$  A coborînd pe segmentul  $BC$ .

Punctul de funcționare coborînd din  $B$ , la limită poate ajunge la curentul de

$$I_C = 0,9 I_r = 0,9 \times 68 = 61 \text{ A}$$

$$E'_C = U_{s \text{ med1}} - RI'_C = 44,3 - 0,15 \times 61 = 35 \text{ V},$$

adică o turație de:

$$n'_C = \frac{E_C}{C_e} = \frac{35}{0,0665} = 529 \text{ rot/min.}$$

Pe caracteristica  $U_{s \text{ med0}}$ , turația de la care se va face frînarea se calculează astfel, încît să nu se depășească curentul  $-170$  A. Din relația (3.130) se exprimă t.e.m.

$$E = U_d \frac{e^{\frac{T_c}{T}} - 1}{e^{\frac{T}{T}} - 1} - RI_{\min} \quad (3.206)$$

și rezultă

$$E_F = 110 \frac{e^{\frac{0,93}{10}} - 1}{e^{\frac{10}{10}} - 1} + 0,15 \times 170 = 34,6 \text{ V},$$

adică turația este

$$n_F = \frac{E_F}{C_e} = \frac{34,6}{0,0665} = 520 \text{ rot/min.}$$

Comparînd această turație cu  $n'_C$ , se observă că este mai redusă, deci este nevoie de încă o treaptă între  $U_{s \text{ med1}}$  și  $U_{s \text{ med0}}$ .

Pentru treapta a doua se va lua pentru  $T_{c2}$ , valoarea medie a timpilor de comandă de la treapta anterioară și următoare:

$$T_{c2} = \frac{T_{c1} + T_{c0}}{2} = \frac{4,03 + 0,93}{2} = 2,48 \text{ ms},$$

pentru care se obține:

$$U_{s \text{ med2}} = \frac{T_{c2}}{T} U_d = \frac{2,48}{10} 110 = 27,3 \text{ V}.$$

Turația la care are loc trecerea pe treapta a doua se determină din condiția:

$$n_C = n_D = \frac{E_D}{C_e},$$

unde  $E_D$  se calculează din relația (3.206), la  $I_{\min} = -170$  A:

$$E_D = \frac{110}{0,15} \frac{e^{\frac{2,48/10}{10}} - 1}{e^{\frac{10/10}{10}} - 1} + 0,15 \times 170 = 50,3 \text{ V} = E_C$$

și rezultă

$$n_C = n_D = \frac{0,0665}{50,3} = 756 \text{ rot/min.}$$

Curentul minim de frinare pe prima treaptă este :

$$I_{s\ med0} = \frac{U_{s\ med1} - E_C}{R} = \frac{44,3 - 50,3}{0,15} = -40\ A,$$

în jurul căreia variază curentul ca în punctul *B*.

Curentul maxim de frinare pe treapta a doua este :

$$I_{s\ medD} = \frac{U_{s\ med2} - E_D}{R} = \frac{27,3 - 50,3}{0,15} = -153\ A.$$

Treapta a treia este treapta pe care mașina se frânează pînă la turația zero :

$$T_{c3} = T_{c0} = 0,93\ ms$$

$$U_{s\ med3} = U_{s\ med0} = 10,2\ V.$$

T.e.m. în punctul *E* este

$$E_E = E_F = 34,6\ V.$$

Curentul minim de frinare pe treapta a doua va fi :

$$I_{s\ medE} = \frac{U_{s\ med2} - E_E}{R} = \frac{27,3 - 34,6}{0,15} = -163\ A$$

și curentul maxim de frinare pe treapta a treia :

$$U_{s\ medF} = \frac{U_{s\ med3} - E_F}{R} = \frac{10,2 - 34,6}{0,15} = -163\ A.$$

*Observație :* motorul poate fi frînat și cu numai două trepte, deoarece turația  $n_C = 529\ rot/min$  nu diferă prea mult de turația  $n_F = 520\ rot/min$ . În acest caz însă, timpul de frinare va fi mai lung.

Dacă sarcina este **activă**, atunci variatorul comandat la

$$0 < T_c < T_{c0}, \quad (3.207)$$

unde

$$T_{c0} = T \frac{U_{s\ med0}}{U_d} = T \frac{RI_{s\ med}}{U_d}, \quad (3.208)$$

va lucra în cadranul *I*, dar mașina electrică antrenată de sarcină va funcționa în cadranul *IV*. De exemplu, dacă

$$T_c = 0,5\ ms < 0,93\ ms.$$

rezultă

$$U_{s\ med} = \frac{0,5}{10} 110 = 5,5\ V$$

atunci

$$E = U_{s\ med} - R \cdot I_r = 5,5 - 0,15 \times 68 = -4,7\ V$$

și mașina se va roti în sens invers cu turația

$$n = \frac{E}{C_e} = \frac{-4,7}{0,0665} = -70 \text{ rot/min.}$$

Deoarece

$$U_{s \text{ med}} = 5,5 \text{ V} > 0$$

$$I_{s \text{ med}} = 68 \text{ A} > 0$$

variatorul lucrează în cadranul I, dar

$$n = -70 \text{ rot/min} < 0$$

$$M = M_N = C I_{s \text{ med}} = 0,635 \times 68 = 43,2 \text{ N} \cdot \text{m} > 0$$

și motorul lucrează în cadranul IV. Punctul de funcționare pentru acest caz este notat cu K în figura 3.47.

Dacă indusul motorului nu este alimentat (excitația rămîne la valoarea nominală), atunci  $U_{s \text{ med}} = 0$  și mașina se va roti de asemenea în sens invers cu turația:

$$n = -\frac{R I_r}{C_e} = -\frac{0,15 \times 68}{0,0665} = -153 \text{ rot/min,}$$

reprezentat de punctul K' în figura 3.47.

Dacă sarcina este reactivă și:

$$-R |I_{s \text{ med}}| < U_{s \text{ med}} < R |I_{s \text{ med}}|, \quad (3.209)$$

rotorul nu se va mișca. În acest caz

$$T_e < T_{c0}, \quad (3.210)$$

indiferent dacă variatorul este comandat conform cadranelor I—II sau III—IV.

În figura 3.47, pe axa curentului segmentul trasat cu punct linie reprezintă domeniul de insensibilitate a mașinii electrice în cazul sarcinii reactive. Dacă caracteristica artificială intersectează acest segment, rotorul nu se va mișca.

**B. Sarcina fiind activă,** la inversarea sensului de turație curentul mediu prin mașină nu-și schimbă sensul și rămîne  $I_r = 68 \text{ A}$ .

Contraconectarea mașinii are loc cînd variatorul va fi comandat ca în figura 3.46, astfel tensiunea sursei se va aplica sarcinii cu polaritate inversată, deci

$$U_d = -110 \text{ V,}$$

iar  $T_e$  se va mări treptat și motorul se va porni în sens invers în cadranul III (fig. 3.46, b). Accelerația maximă se va obține dacă  $I_{max} = -170 \text{ A}$ . Din relația (3.131) se va exprima  $T_e$  și se obține

$$T_e = -\tau \ln \left[ 1 + \frac{E + R I_{max}}{U_d} \left( e^{-\frac{T}{\tau}} - 1 \right) \right]. \quad (3.211)$$

Pentru prima treaptă  $E = 0$  și rezultă :

$$T_{e1} = -40 \ln \left[ 1 + \frac{0,15(-170)}{(-110)} \left( e^{-\frac{10}{40}} - 1 \right) \right] = 2,1 \text{ ms},$$

pentru care se obține :

$$U_{s, med1} = \frac{T_{e1}}{T} U_d = \frac{2,1}{10} (-110) = -23,1 \text{ V}$$

și curentul maxim de pornire ( $E = 0$ ) :

$$I_{s, med}^B = \frac{U_{s, med1}}{R} = \frac{-23,1}{0,15} = -154 \text{ A}.$$

Pînă ce rotorul se pune în mișcare curentul variază în jurul valorii de  $-154 \text{ A}$  avînd limitele :

$$I_{max} = -170 \text{ A}$$

și din relația (3.130) :

$$I_{min} = \frac{-110}{0,15} \frac{e^{\frac{2,1}{40}} - 1}{e^{\frac{10}{40}} - 1} = -139 \text{ A}.$$

În figura 3.48 este reprezentat punctul  $A'$  de la care începe pornirea mașinii. În jurul punctului  $B$  este hașurat domeniul în care variază curentul la  $n = 0$ .

Pe caracteristica de pornire turația poate să crească pînă la turația la care curentul este :

$$I'_c = 0,9 I_r = 61 \text{ A}$$

pentru care

$$E_C U_{s, med1} - R I'_c = -23,1 - 0,15 \times 68 = -33,3 \text{ V},$$

deci turația

$$n'_c = \frac{E_C}{C_e} = \frac{-33,3}{0,0665} = -500 \text{ rot/min}.$$

Caracteristica pe care mașina electrică va funcționa la  $n_r = -1000$  rot/min (deci  $E_r = -66,5 \text{ V}$ ) se obține la tensiunea :

$$U_{s, medr} = E + R I_r = -66,5 + 0,15 \times 68 = -56,3 \text{ V}.$$

Comanda variatorului este :

$$T_{cr} = T \frac{U_{s, medr}}{U_d} = 10 \frac{-56,3}{-110} = 5,12 \text{ ms}.$$

Turația la care se ajunge pe această caracteristică se determină din condiția ca  $I_{max} = -170 \text{ A}$ , astfel din relația (3.131) se exprimă t.e.m.

$$E = U_d \frac{1 - e^{-\frac{T_c}{T}}}{1 - e^{-\frac{T}{\tau}}} - R I_{max} \quad (3.212)$$



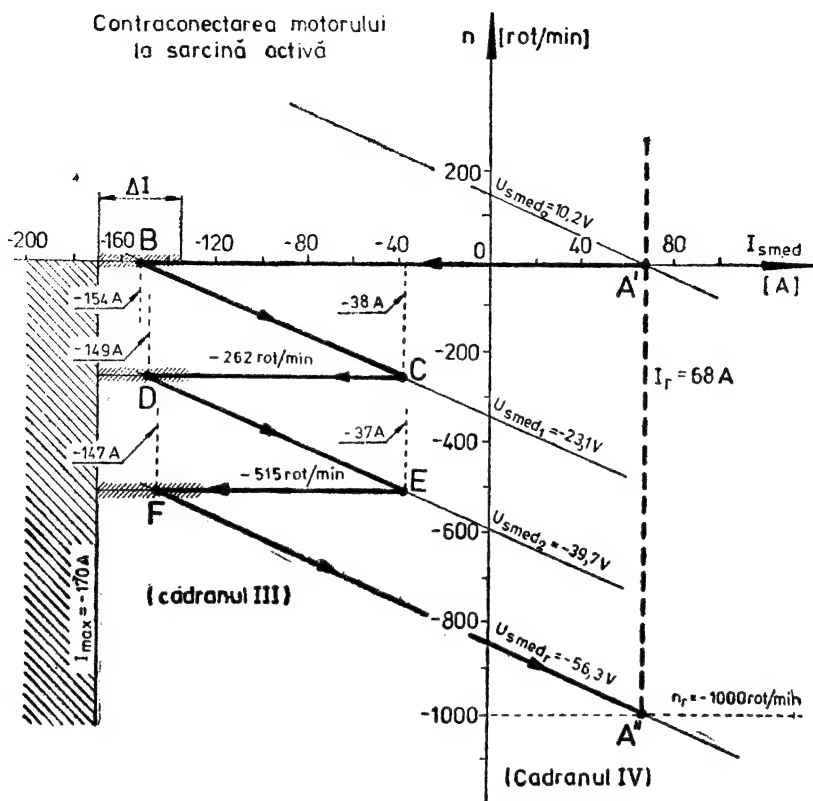


Fig. 3.48. Contraconectarea motorului și pornirea în sens invers dacă sarcina este activă (problema 3.3.3.1, punctul B).

și rezultă :

$$E_F = -110 \frac{1 - e^{-\frac{5,12}{40}}}{1 - e^{-\frac{10}{40}}} + 1,15 \times 170 = -34,2 \text{ V}$$

pentru care se obține

$$n_F = \frac{E_F}{C_e} = \frac{-34,2}{0,0665} = -515 \text{ rot/min.}$$

Comparînd această valoare cu  $n'_C$  se vede că între  $U_{s \text{ med } 1}$  și  $U_{s \text{ med } r} = -56,3 \text{ V}$  mai este nevoie de o treaptă.

Se va lua pentru treapta a doua :

$$T_{c2} = \frac{T_{c1} + T_{cr}}{2} = \frac{2,1 + 5,12}{2} = 3,61 \text{ ms,}$$

deci

$$U_{s \text{ med } 2} = \frac{T_{c2}}{T} (-110) = \frac{3,61}{10} (-110) = -39,7 \text{ V.}$$

Trecerea pe această caracteristică se face la o turație pentru care curentul nu depășește  $-170$  A, deci se utilizează relația (3.212)

$$E_D = -110 \frac{1 - e^{-\frac{3,61}{40}}}{1 - e^{-\frac{10}{40}}} + 0,15 \times 170 = -17,4 \text{ V} = E_C$$

și turația

$$n_D = n_C = \frac{-17,4}{0,0665} = -262 \text{ rot/min.}$$

Curentul minim de pornire pe prima treaptă va fi :

$$I_{s \text{ med}}^C = \frac{U_{s \text{ med}1} - E_C}{R} = \frac{-23,1 + 17,4}{0,15} = -38 \text{ A.}$$

Curentul maxim de pornire pe treapta a doua :

$$I_{s \text{ med}}^D = \frac{U_{s \text{ med}2} - E_D}{R} = \frac{-39,7 + 17,4}{0,15} = -149 \text{ A.}$$

Turația la care are loc trecerea pe caracteristica de funcționare, este :

$$n_E = n_F = -515 \text{ rot/min,}$$

și deci

$$E_E = E_F = -34,2 \text{ V.}$$

Curentul minim de pornire pe treapta a doua este :

$$I_{s \text{ med}}^E = \frac{U_{s \text{ med}2} - E_E}{R} = \frac{-39,7 + 34,2}{0,15} = -37 \text{ A.}$$

Curentul maxim de pornire pe ultima treaptă este :

$$I_{s \text{ med}}^F = \frac{U_{s \text{ med}r} - E_F}{R} = \frac{-56,3 + 34,2}{0,15} = -147 \text{ A.}$$

Din figura 3.48 se poate vedea că pornirea are loc în cadranul *III*, iar în final mașina va lucra în regim stabilizat în cadranul *IV* (punctul *A''*).

C. Dacă sarcina este *reactivă*, la schimbarea sensului de rotație a mașinii, se schimbă și sensul cuplului rezistent, la fel a curentului de regim. Deci :

$$I_r = -68 \text{ A.}$$

În acest caz în regim stabilizat mașina va lucra în cadranul *III*. Pentru a avea turația de regim  $n_r = 1000$  rot/min (adică  $E_r = -66,5$  V), variatorul trebuie comandat la :

$$U_{s \text{ med}r} = E_r + RI_r = -66,5 - 0,15 \times 68 = -76,7 \text{ V}$$

deci

$$T_{c,r} = T \frac{U_{s \text{ med}r}}{U_d} = 10 \frac{-76,7}{-110} = 6,98 \text{ ms.}$$

Prima treaptă de pornire este identică cu cea de la punctul B), adică

$$U_{med1} = -23,1 \text{ V}, \quad T_{c1} = 2,1 \text{ ms.}$$

Pe această caracteristică se va accelera motorul pînă cînd curentul scade de la  $I_{s \text{ med}} = -154 \text{ A}$  pînă la

$$I_{s \text{ med}} = 1,1 \times I_r = 1,1(-68) = -75 \text{ A.}$$

Se calculează turația la care se trece pe treapta a doua:

$$E_C = E_D = U_{s \text{ med1}} - RI_{s \text{ med}}^C = -23,1 + 0,15 \times 75 = -11,9 \text{ V},$$

deci

$$n_C = n_D = \frac{-11,9}{0,0665} = -79 \text{ rot/min.}$$

$T_e$  pentru treapta a doua se determină astfel încît  $I_{max}$  să nu depășească  $-170 \text{ A}$ . Se utilizează relația (3.21.1):

$$T_{c2} = -40 \ln \left[ 1 + \frac{-11,9 - 0,15 \times 170}{-110} (e^{-10/40} - 1) \right] = 3,12 \text{ ms},$$

$$U_{s \text{ med2}} = \frac{T_{c2}}{T} U_d = \frac{3,12}{10} (-110) = 34,3 \text{ V.}$$

Curentul maxim de pornire pe această treaptă este

$$I_{s \text{ med}}^D = \frac{U_{s \text{ med2}} - E_D}{R} = \frac{-34,3 + 11,9}{0,15} = -149 \text{ A.}$$

Curentul minim de pornire fiind  $-75 \text{ A}$  ( $I_{s \text{ med}} = -75 \text{ A}$ ) se calculează t.e.m. și turația la care se trece pe treapta a treia:

$$E_E = E_F = U_{s \text{ med2}} - E \cdot I_{s \text{ med}}^E = -34,3 + 0,15 \times 75 = -23 \text{ V},$$

$$n_E = n_F = \frac{-23}{0,0665} = -346 \text{ rot/min.}$$

Folosind algoritmul de la treapta a doua, se obține:

$$T_{c3} = -40 \ln \left[ 1 + \frac{-23 - 0,15 \times 170}{-110} (e^{-10/40} - 1) \right] = 4,1 \text{ ms},$$

$$U_{s \text{ med3}} = \frac{4,1}{10} (-110) = -45 \text{ V},$$

$$I_{s \text{ med}}^F = \frac{-45 + 23}{0,15} = -147 \text{ A},$$

$$I_{s \text{ med}}^G = -75 \text{ A},$$

$$E_G = E_H = -45 + 0,15 \times 75 = -33,8 \text{ V},$$

$$n_G = n_H = \frac{-33,8}{0,0665} = -507 \text{ rot/min},$$

$$T_{c4} = -40 \ln \left[ 1 + \frac{33,8 - 0,15 \times 170}{-110} (e^{-10/40} - 1) \right] = 5,08 \text{ ms},$$

$$U_{s \text{ med}4} = \frac{5,08}{10} (-110) = -55,8 \text{ V},$$

$$I_{s \text{ med}}^H = \frac{-55,8 + 33,8}{0,15} = -147 \text{ A},$$

$$I_{s \text{ med}}^I = -75 \text{ A},$$

$$E_I = E_J = -55,8 + 0,15 \times 75 = -44,5 \text{ V},$$

$$n_I = n_J = \frac{-44,5}{0,0665} = -670 \text{ rot/min},$$

$$T_{c5} = -40 \ln \left[ 1 + \frac{-44,5 - 0,15 \times 170}{-110} (e^{-10/40} - 1) \right] = 6,06 \text{ ms},$$

$$U_{s \text{ med}5} = \frac{6,06}{10} (-110) = -66,7 \text{ V},$$

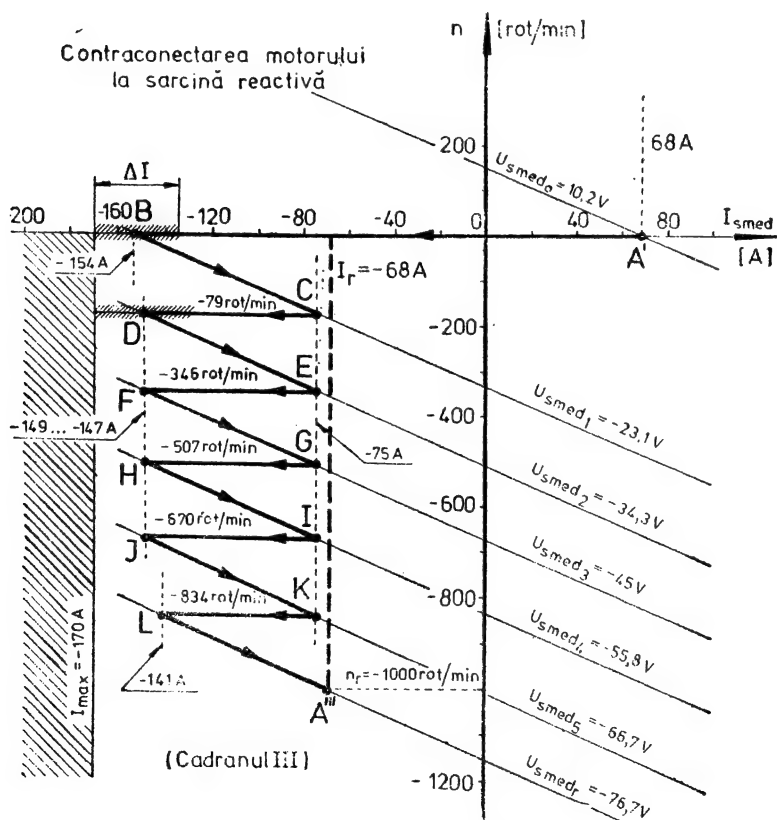


Fig. 3.49. Contraconectarea motorului și pornirea în sens invers dacă sarcina este reactivă (problema 3.3.3.1, punctul C).

$$I_{s\text{ med}}^E = \frac{-66,7 + 44,5}{0,15} = -148 \text{ A},$$

$$I_{s\text{ med}}^K = -75 \text{ A},$$

$$E_K = E_L = -66,7 + 0,15 \times 75 = -55,5 \text{ V},$$

$$n_K = n_L = \frac{-55,5}{0,0664} = -834 \text{ rot/min},$$

$$T_{c6} = -40 \ln \left[ 1 + \frac{-55,5 - 0,15 \times 170}{-110} (e^{-10/40} - 1) \right] = 7,1 \text{ ms}.$$

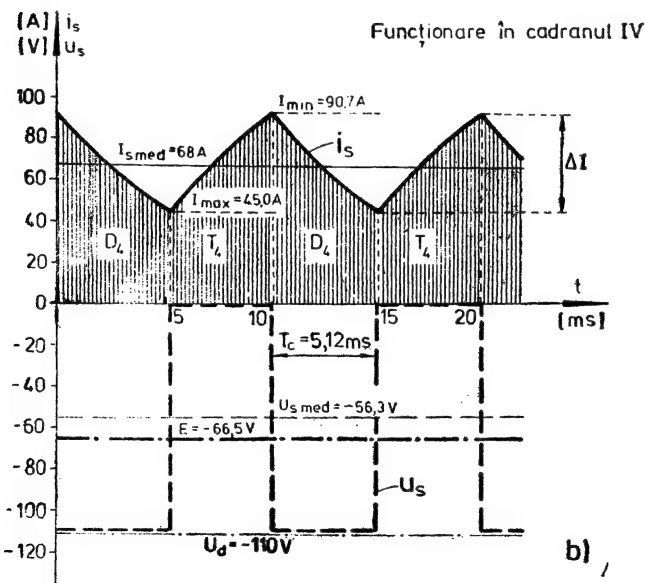
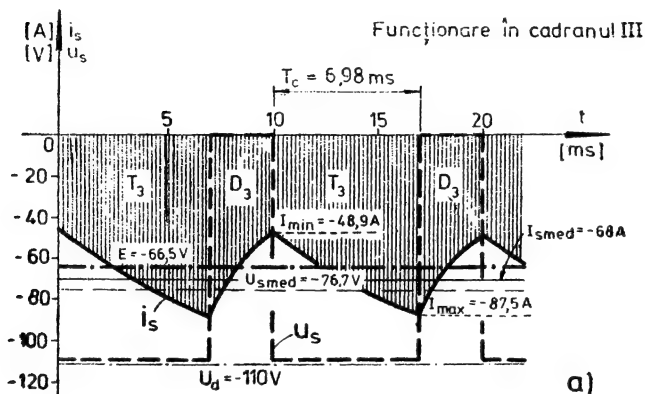


Fig. 3.50. Variația în timp a tensiunii și curentului mașinii de c.c. în punctul A'' din figura 3.48, funcționând în cadranul III (a) și în punctul A''' din figura 3.49, funcționând în cadranul IV (b).

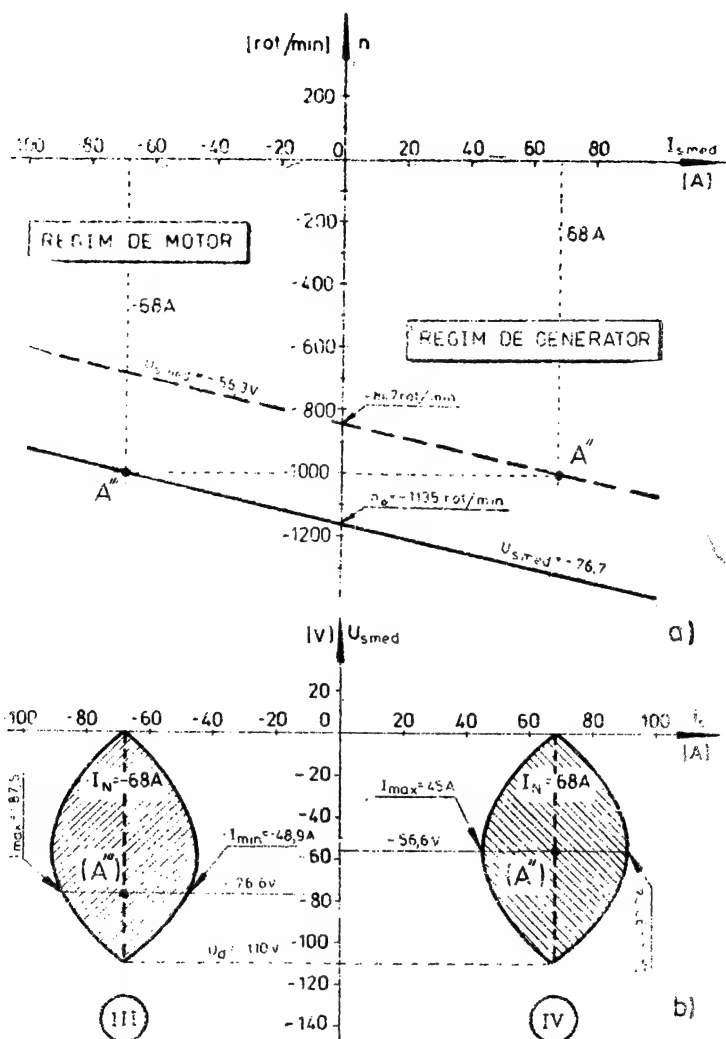


Fig. 3.51. Caracteristicile mecanice ale mașinii de c.c., pe care se află punctele de funcționare  $A''$  și  $A'''$  (din problema 3.3.3.1) și limitele între care variază curentul sarcinii dacă cuplul este constant și variază turația.

Comparând această valoare cu  $T_e$ , se observă că este mai mare, aceasta înseamnă că (de pe treapta a 5-a) se poate trece direct pe caracteristica de regim, pe care curentul maxim de pornire va fi:

$$I_{s,med}^L = \frac{U_{s,med} - E_L}{R} = \frac{-76,7 + 55,5}{0,15} = -141 \text{ A}$$

(iar  $I_{max}$  nu va atinge  $-170$  A).

În figura 3.49 este reprezentată pornirea mai sus calculată. Mașina se va accelera pînă la turația de  $-1000$  rot/min reprezentat de punctul  $A''$ :

Regimurile de funcționare stabilizate în punctele  $A''$  (fig. 3.48) și  $A'''$  (fig. 3.49) sînt la același cuplu și turație ca la problema 3.3.2.2, punctul  $A$  și  $B$ , dar în cadrane diferite. În figura 3.50 s-a reprezentat variația în timp a curentului și tensiunii sarcinii pentru regimurile de funcționare din cadrantul III (punctul  $A'''$ , fig. 3.49) și din cadrantul IV (punctul  $A''$ , fig. 3.48), care pot fi comparate cu figura 3.43. De asemenea, se va compara figura 3.51 cu figura 3.44 unde sînt reprezentate cadranele de funcționare ale variatorului de c.c și mașinii electrice.

### 3.4. INVERTOARE CU COMUTAȚIE FORȚATĂ

În paragraful 2.2 s-a făcut o clasificare a invertoarelor. Aici se vor trata invertoarele din categoria b), la care fiecare tiristor are circuitul propriu de blocare. Schema unui astfel de inverter în punte și modul ei de comandă este arătat în figura 3.52. Schema cu punct median prezentată în figura 3.53 realizează, din punctul de vedere al sarcinii, aceeași funcție

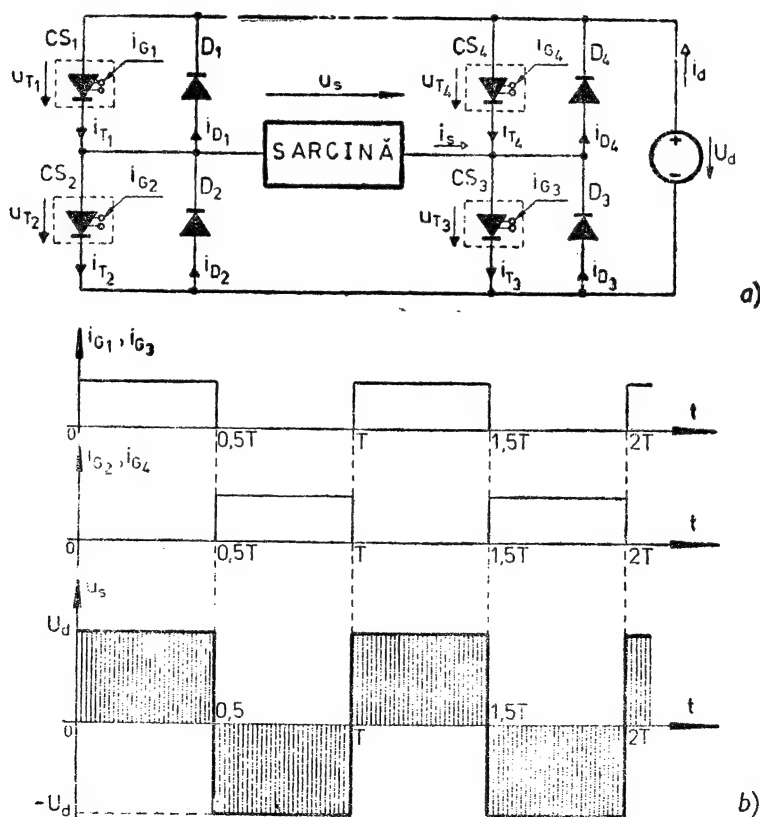


Fig. 3.52. Inverter cu comutație forțată:

a — schema în punte; b — impulsurile de comandă ale comutatoarelor statice din inverter și tensiunea sarcinii.

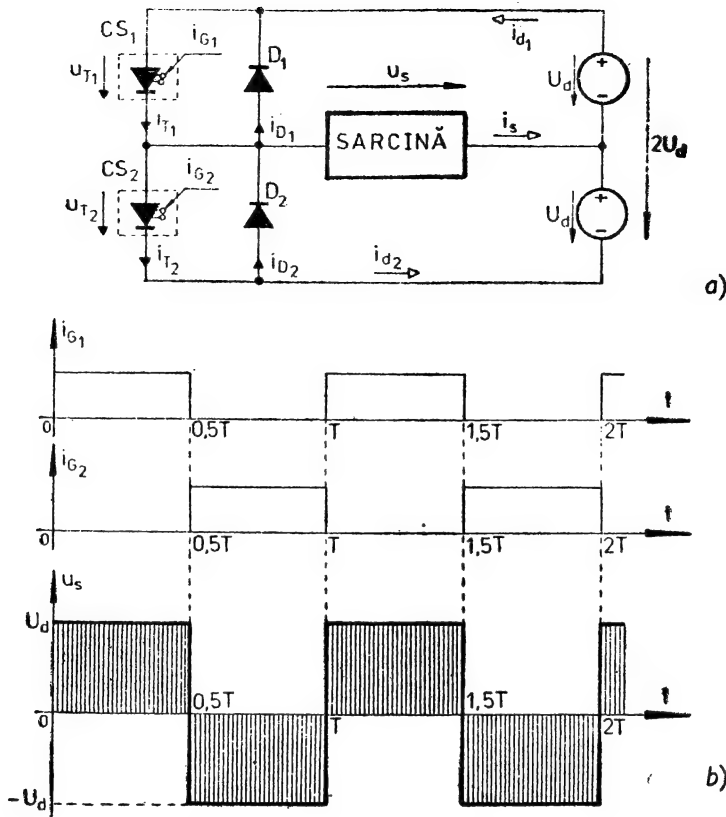


Fig. 3.53. Invertor cu comutație forțată:  
a — schema cu punct median (cu două surse de c.c.); b — impulsurile de comandă ale comutatoarelor statice din invertor și tensiunea sarcinii.

ca și schema în punte, deosebindu-se numai prin faptul că se dublează sursa. Din punctul de vedere al curentului absorbit de la sursa de curent continuu, la schema în punte se însumează curenții celor două surse care alimentează schema cu punct median.

În funcție de caracterul sarcinii, variația curentului  $i_s$  poate fi de mai multe feluri, prezentate în figura 3.54.

În cazul cel mai general, sarcina este un circuit  $RLC$  serie. În paragraful 2.2.1 au fost tratate condițiile în care poate funcționa un invertor cu circuit oscilant cu comutație de la sarcină.

Cînd

$$i_s(0) < 0 \quad (3.213)$$

atunci este totdeauna nevoie de comutație forțată. Dacă este satisfăcută condiția (3.213), dar timpul de polarizare inversă  $T_q$ , (fig. 2.23) nu este suficient de mare pentru a acoperi timpul de revenire a tiristorului,  $t_{rev}$ ,

$$i_s(0) > 0, T_q < t_{rev}, \quad (3.214)$$

atunci de asemenea este nevoie de comutație forțată.



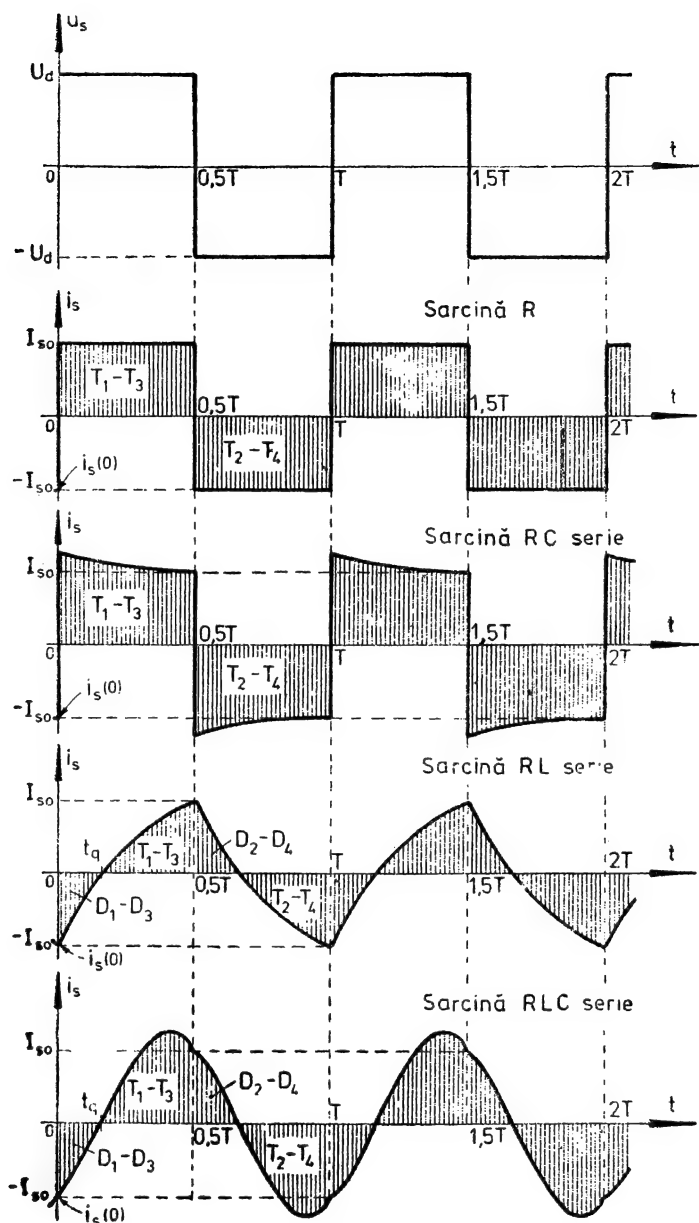


Fig. 3.54. Formele de undă ale curentului în cazul diferitelor tipuri de sarcină.

În cazul sarcinii *RLC* serie, totdeauna sînt valabile relațiile de la paragraful 2.2.1, chiar și atunci cînd este necesară comutația forțată.

În cazul sarcinii *R*, *RC* serie și *RL* serie, întrucît este valabilă relația (3.213), totdeauna este nevoie de comutație forțată.

### 3.4.1. INVERTOARE CU SARCINĂ INDUCTIV-REZISTIVĂ

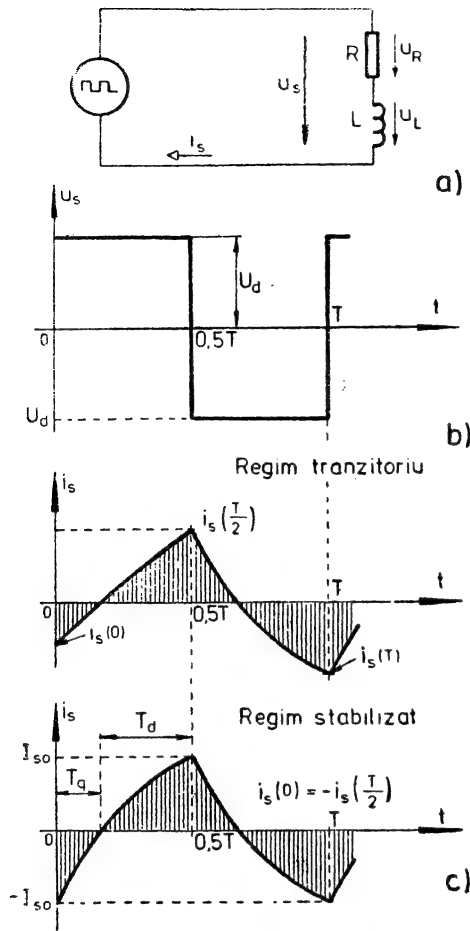


Fig. 3.55. Invertor cu comutație forțată alimentând o sarcină inductiv-rezistivă:

a — schema echivalentă; b — forma tensiunii de ieșire din invertor; c — variația curentului în regim tranzitoriu; d — variația curentului în regim stabilizat.

Pentru semiperioada a doua:

$$Ri_s + L \frac{di_s}{dt} = -U_d, \quad (3.219)$$

care are soluția:

$$i_s(t) = -\frac{U_d}{R} + \left[ i_s\left(\frac{T}{2}\right) + \frac{U_d}{R} \right] e^{-\frac{R}{L}\left(t - \frac{T}{2}\right)}. \quad (3.220)$$

În regim stabilizat

$$i_s(mT) = -i_s(m + 0,5T) = -I_{s0}. \quad (3.221)$$

Indiferent dacă invertorul este în punte sau cu punct median, schema echivalentă este conformă figurii 3.55.

Tensiunea sarcinii poate fi scrisă

$$u_s = u_R + u_L = Ri_s + L \frac{di_s}{dt} \quad (3.215)$$

unde, dacă  $m$  este numărul perioadei de durată  $T$ :

$$u_s = U_d,$$

$$(m - 1)T < t < (m - 0,5)T, \quad (3.216.1)$$

respectiv

$$u_s = -U_d,$$

$$(m - 0,5)T < t < mT \quad (3.216.2)$$

Pentru prima semiperioadă este valabilă:

$$Ri_s + L \frac{di_s}{dt} = U_d \quad (3.217)$$

avînd soluția

$$i_s(t) = \frac{U_d}{R} + \left[ i_s(0) - \frac{U_d}{R} \right] e^{-\frac{R}{L}t}. \quad (3.218)$$

Astfel, înlocuind în (3.218)  $t = T/2$  și ținând seama că

$$i_s(0) = -i\left(\frac{T}{2}\right) = -I_{s0}, \quad (3.222)$$

rezultă

$$I_{s0} = \frac{U_d}{R} \frac{1 - e^{-\frac{T}{2\tau}}}{1 - \frac{1}{2} e^{-\frac{T}{2\tau}}}, \quad (3.223)$$

unde

$$\tau = \frac{L}{R}, \quad (3.224)$$

este constanta de timp a circuitului sarcinii.

Pentru calculul armonicilor de curent și tensiune pot fi utilizate relațiile (2.115) ... (2.118).

Valoarea efectivă a curentului sarcinii se poate calcula cu ajutorul relațiilor (A.1.10) și (A.1.11) din anexă, din care va rezulta pentru cazul de față :

$$I_{s\text{ ef}} = \sqrt{\left[ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4U_d}{\sqrt{2} n \pi Z_n} \sin(n\omega t - \varphi_n) \right]^2}. \quad (3.225)$$

Din figura 3.52 se poate vedea că

$$i_d = i_s, \quad (m-1)T < t < (m-0,5)T \quad (3.226.1)$$

$$i_d = -i_s, \quad (m-0,5)T < t < mT. \quad (3.226.2)$$

Dacă în relația (3.217) se înmulțește cu  $i_s$ , în membrul doi înlocuind relația (3.226.1) și se integrează de la  $T/2$ , apoi procedînd asemănător pentru semiperioada a doua, se poate calcula valoarea medie a sursei :

$$\frac{1}{T} \int_0^T U_d i_d dt = \frac{1}{T} \int_0^T R i_s^2 dt + \frac{1}{T} \int_{i_s(0)}^{i_s(T)} L di_s. \quad (3.227)$$

În regim stabilizat termenul al doilea din membrul doi se anulează și se obține :

$$U_d I_{d\text{ med}} = R I_{s\text{ ef}}^2, \quad (3.228)$$

unde

$$I_{d\text{ med}} = \frac{1}{T} \int_0^T i_d dt = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} i_s dt$$

și  $i_s$  este conform relației (3.218), astfel rezultă :

$$I_{d\text{ med}} = \frac{U_d}{R} + \frac{2\tau}{T} \left( I_{s0} + \frac{U_d}{R} \right) \left( e^{-\frac{T}{2\tau}} - 1 \right). \quad (3.229)$$

Cunoscând valoarea medie a curentului sursei din (3.228) se poate exprima :

$$I_{s\ ef} = \sqrt{\frac{U_d I_{d\ med}}{R}}. \quad (3.230)$$

Este evident că cele două expresii (3.225) și (3.230) trebuie să ne conducă la același rezultat.

Timpul de conducție a diodelor se calculează prin anularea relației (3.218), unde se înlocuiește  $i_s(0) = -I_{s0}$  :

$$T_q = \ln \left( 1 + \frac{RI_{s0}}{U_d} \right), \quad (3.231)$$

iar timpul de conducție a tiristoarelor principale din comutatoarele statice CS este :

$$T_d = T - T_q. \quad (3.232)$$

**Problema 3.4.1.1.** O sarcină inductiv-rezistivă serie cu datele  $R = 1,5\ \Omega$  și  $L = 3,18\ \text{mH}$  este alimentată de la un invertor în punte (v. fig. 3.52) care funcționează la frecvența de  $f = 800\ \text{Hz}$ . Sursa de curent continuu are tensiunea de  $U_d = 48\ \text{V}$ . Să se determine pentru regim stabilizat :

- a. limitele între care variază curentul sarcinii ;
- b. durata de conducție a dispozitivelor semiconductoare ;
- c. tensiunea pe rezistor ;
- d. tensiunea pe inductanță ;
- e. valoarea medie a curentului sursei ;
- f. valoarea efectivă a curentului sarcinii (prin ambele metode) și pierderile prin efect Joule-Lenz pe  $R$  ;

Ce se va întâmpla :

- g. la pornirea schemei ?
- k. dacă frecvența de lucru se reduce la jumătate ?

*Rezolvare*

Constanta de timp a circuitului sarcinii este

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{3,18}{1,2} \cdot 10^{-3} \text{ s} = 2,65\ \text{ms}.$$

Perioada de lucru a invertorului :

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{800} \text{ s} = 1,25\ \text{ms}$$

- a. Limitele între care variază curentul conform relației (3.223) este :

$$I_{s0} = \frac{U_d}{R} \frac{1 - e^{-\frac{T}{2\tau}}}{1 + e^{-\frac{T}{2\tau}}} = \frac{48}{1,2} \frac{1 - e^{-\frac{1,25}{5,3}}}{1 + e^{-\frac{1,25}{5,3}}} = 4,7\ \text{A}.$$

**b.** Durata de conducție a diodelor se calculează cu relația (3.231):

$$T_q = \tau \ln \left( 1 + \frac{RI_{s0}}{U_d} \right) = 2,65 \ln \left( 1 + \frac{1,2 \cdot 4,7}{48} \right) = 0,294 \text{ ms.}$$

Durata de conducție a tiristoarelor principale din CS-uri este:

$$T_d = \frac{T}{2} - T_q = \frac{1,25}{2} - 0,294 = 0,331 \text{ ms.}$$

**c.** Tensiunea pe rezistență variază proporțional cu curentul sarcinii, astfel tensiunile maxime care apar pe  $R$  sînt  $\pm U_{s0}$

$$U_{R0} = RI_{s0} = 1,2 \times 4,7 = 5,64 \text{ V.}$$

Tensiunea se anulează împreună cu  $i_s$ .

**d.** Tensiunea pe inductanță este:

$$u_L(t) = U_d - Ri_s(t) \quad (3.232)$$

și are valorile limită:

$$u_L(-0) = -U_d + RI_{s0} = -48 + 1,2 \times 4,7 = -42,36 \text{ V,}$$

$$u_L(+0) = U_d + RI_{s0} = 48 + 1,2 \times 4,7 = 53,64 \text{ V,}$$

$$u_L \left( \frac{T}{2} - 0 \right) = U_d - RI_{s0} = 48 - 1,2 \times 4,7 = 42,36 \text{ V,}$$

$$u_L \left( \frac{T}{2} + 0 \right) = -U_d - RI_{s0} = -48 - 1,2 \times 4,7 = -53,64 \text{ V.}$$

Se poate observa că în momentele comutării curentului pe alte brațe ale inverterului tensiunea pe bobină variază brusc cu

$$\Delta u_L = u_L(+0) - u_L(-0) = 2U_d \quad (3.233)$$

cu datele problemei:

$$\Delta u_L = 56,64 + 42,36 = 96 \text{ V.}$$

**e.** Valoarea medie a curentului sursei se calculează cu relația (3.229):

$$I_{d \text{ med}} = \frac{48}{1,2} + \frac{2 \times 2,65}{2} \left( 4,7 + \frac{48}{1,2} \right) \left( e^{-\frac{1,25}{5,3}} - 1 \right) = 0,18 \text{ A.}$$

**f.** Valoarea efectivă a curentului sarcinii

$$I_{s \text{ ef}} = \sqrt{\frac{U_d I_{d \text{ med}}}{R}} = 2,68 \text{ A.}$$

Pierderile prin efect Joule-Lenz, conform relației (3.228) sînt

$$P_{JL} = U_d I_{d \text{ med}} = 48 \times 0,18 = 8,65 \text{ W.}$$

Pulsația undei fundamentale este

$$\omega = 2\pi f = 1\,600\pi \cong 5\,026 \text{ rad/s.}$$

Pentru fundamentala curentului :

$$\begin{aligned}X_{L1} &= \omega L = 1600\pi \cdot 3,18 \times 10^{-3} = 15,98 \, \Omega, \\Z_1 &= \sqrt{R^2 + X_{L1}^2} = \sqrt{1,2^2 + 15,98^2} = 16,03 \, \Omega, \\ \varphi_1 &= \arctg \frac{X_{L1}}{R} = \arctg \frac{15,98}{1,2} = 1,5 \, \text{rad} \cong 85^\circ 42' .\end{aligned}$$

Amplitudinea undei fundamentale :

$$I_{m1} = \frac{4U_d}{\pi Z_1} = \frac{4 \times 48}{\pi 16,03} = 3,81 \, \text{A}.$$

Valoarea efectivă a fundamentalei :

$$I_{ef1} = I_{m1}/\sqrt{2} = 2,69 \, \text{A}.$$

Pentru armonica de ordinul trei :

$$\begin{aligned}X_{L3} &= 3\omega L = 47,95 \, \Omega, \\Z_3 &= \sqrt{R^2 + X_{L3}^2} = \sqrt{1,2^2 + 47,95^2} = 47,97 \, \Omega, \\ \varphi_3 &= \arctg \frac{X_{L3}}{R} = \arctg \frac{47,97}{1,2} = 1,55 \, \text{rad} \cong 88^\circ 34',\end{aligned}$$

$$I_{m3} = \frac{4U_d}{3\pi Z_3} = \frac{4 \times 48}{3\pi \cdot 47,97} = 0,42 \, \text{A},$$

$$I_{ef3} = 0,42/\sqrt{2} = 0,3 \, \text{A}.$$

Astfel se poate obține și pentru alte armonici superioare.

$$\begin{aligned}I_{m5} &= 0,153 \, \text{A}; & I_{ef5} &= 0,11 \, \text{A}, \\ I_{m7} &= 0,08 \, \text{A}, & I_{ef7} &= 0,06 \, \text{A}.\end{aligned}$$

Se vede că amplitudinea scade foarte mult cu creșterea ordinului armonicii.

Pentru curentul sarcinii conform relației (3.225) se obține :

$$I_{s,ef} = \sqrt{I_{ef1}^2 + I_{ef3}^2 + I_{ef5}^2 + I_{ef7}^2} = 2,71 \, \text{A}.$$

Valoarea care diferă foarte puțin de cea calculată cu formula (3.230).

În figura 3.56 este reprezentată variația în timp a tensiunilor și curenților din circuit. S-a notat cu  $i_{s1}$  fundamentală curentului de sarcină.

**g.** La pornirea circuitului, curentul inițial este zero. Din relația (3.218), înlocuind  $i_s(0) = 0$  și  $t = T/2$  se obține :

$$i_s(0,5T) = \frac{U_d}{R} \left( 1 - e^{-\frac{T}{2\tau}} \right) = \frac{48}{1,2} \left( 1 - e^{-\frac{1,25}{5,3}} \right) = 8,4 \, \text{A}.$$

În relația (3.220) se înlocuiește această valoare și la  $t = T$  curentul va fi :

$$i_s(T) = -\frac{U_d}{R} + \left[ i_s\left(\frac{T}{2}\right) + \frac{U_d}{R} \right] e^{-\frac{T}{2\tau}} = -\frac{48}{1,2} + \left( 8,4 + \frac{48}{1,2} \right) e^{-\frac{1,25}{5,3}} = 1,8 \, \text{A}.$$

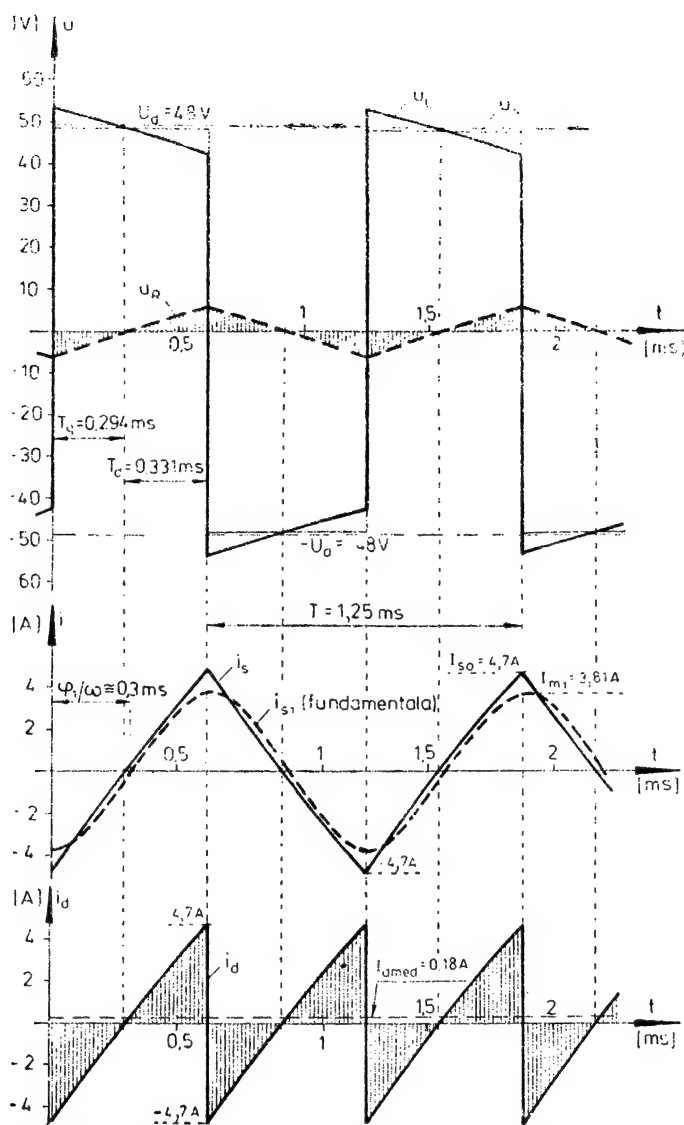


Fig. 3.56. Variația în timp a tensiunii pe diferite elemente ale unei sarcini  $R-L$  alimentată de la un invertor; curentul prin sarcină ( $i_s$ ), prin sursa de c.c. ( $i_d$ ) și unda fundamentală de curent ( $i_{s1}$ ) în cazul problemei 3.4.1.1.

Folosind totdeauna valoarea curentului de la sfârșitul semiperioadei precedente se obține:

$$i_s(1,5T) = \frac{48}{1,2} - \left(1,8 + \frac{48}{1,2}\right) e^{-\frac{1,25}{5,3}} = 7\text{ A},$$

$$i_s(2T) = -\frac{48}{1,2} + \left(7 + \frac{48}{1,2}\right) e^{-\frac{1,25}{5,3}} = -2,9\text{ A}.$$

Folosind acest algoritm, se poate întocmi tabelul 3.7.

Tabelul 3.7

Nr. de perioadă: $m$		$t = (m-1)T$	$t = (m-0,5)T$
Pornirea invertorului	1	$i_s(0) = 0$	$i_s(0,5T) = 8,4 \text{ A}$
	2	$i_s(T) = -1,8 \text{ A}$	$i_s(1,5T) = 7,0 \text{ A}$
	3	$i_s(2T) = -2,9 \text{ A}$	$i_s(2,5T) = 6,1 \text{ A}$
	4	$i_s(3T) = -3,6 \text{ A}$	$i_s(3,5T) = 5,6 \text{ A}$
	5	$i_s(4T) = -4,0 \text{ A}$	$i_s(4,5T) = 5,2 \text{ A}$
	6	$i_s(5T) = -4,3 \text{ A}$	$i_s(5,5T) = 5,0 \text{ A}$
	7	$i_s(6T) = -4,4 \text{ A}$	$i_s(6,5T) = 4,9 \text{ A}$
	8	$i_s(7T) = -4,5 \text{ A}$	$i_s(7,5T) = 4,8 \text{ A}$
	9	$i_s(8T) = -4,6 \text{ A}$	$i_s(8,5T) = 4,78 \text{ A}$
...		...	...
Regimul stabilizat		$I_{s0} = -4,7 \text{ A}$	$I_{s0} = 4,7 \text{ A}$

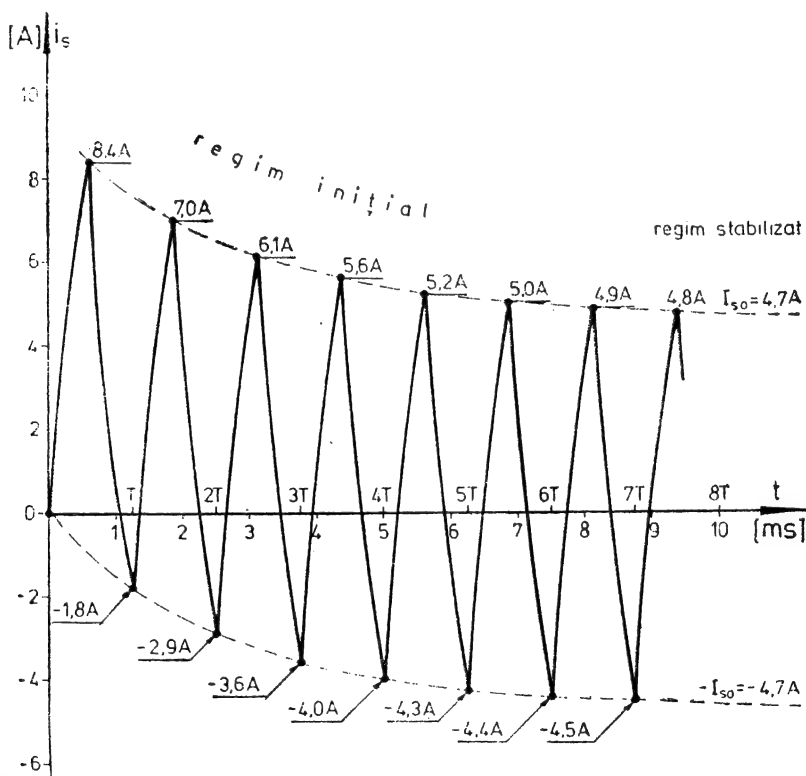


Fig. 3.57. Variația curentului prin sarcină în regimul tranzitoriu, la pornirea schemei.



Pornirea schemei este reprezentată în figura 3.57. Practic, se poate spune că regimul stabilizat a fost atins după 10 perioade care corespund unui timp de 12,5 ms.

k. Dacă frecvența este mai mică, de exemplu jumătate din frecvența cazului precedent, atunci

$$T' = \frac{1}{400} = 2,5 \text{ ms}$$

și

$$I_{s0} = \frac{48}{1,2} \frac{1 - e^{-\frac{2,5}{5,3}}}{1 + e^{-\frac{2,5}{5,3}}} = 9,3 \text{ A.}$$

Acesta înseamnă că vor crește vîrfurile de tensiune pe bobină

$$u_L(+0) = U_d + RI_{s0} = 48 + 1,5 \times 9,3 \cong 62 \text{ V}$$

dar  $u_L$  rămîne 96 V.

## 4. SIMULAREA NUMERICĂ A CIRCUITELOR ELECTRICE CU TIRISTOARE

Modelarea și simularea circuitelor cu dispozitive semiconductoare prezintă anumite particularități față de circuitele obișnuite. Dispozitivele semiconductoare — cum sînt diodele, tiristoarele ș.a. — introduc neliniarități, pot modifica topologia circuitului sau să-și schimbe brusc parametrii. Același circuit din punct de vedere topologic poate funcționa în diferite feluri, în funcție de modul de comandă a dispozitivelor comandabile, valoarea unor parametri (ca inductivități, capacități etc.) sau regimul de lucru a sarcinii, în special dacă aceasta este o mașină electrică. Astfel, rezolvarea circuitelor cu dispozitive semiconductoare necesită metode moderne ale matematicii și electrotehnicii cum sînt: metoda ecuațiilor de stare, metoda topologică de tratare a circuitelor, metode matriceale, metoda fazorilor spațiali etc. Toate aceste metode sînt prezentate în [7] la paragrafele 6.2.7 și 6.6 și întregul capitol 7. Conținutul acestui capitol va suplimenta cele tratate deja în [7].

### 4.1. PROGRAM FORTRAN PENTRU CALCULUL MATRICEI SECȚIUNILOR ASOCIATĂ UNUI CIRCUIT ELECTRIC

Toate cele trei metode de rezolvare a circuitelor cu dispozitive semiconductoare prezentate în capitolul 7 din [7] utilizează metoda ecuațiilor de stare, metodă care prezintă numeroase avantaje, dintre care unul este de a se preta pentru rezolvare pe calculator numeric. Atît metoda topologică, cît și metoda rezistențelor binare pornește de la matricea de incidență a circuitului, din care se determină matricea secțiunilor sau buclelor fundamentale [1].

Acest paragraf prezintă programul FORTRAN, cu ajutorul căreia poate fi determinată matricea secțiunilor corzilor  $[Q_i]$ . De fapt, matricea buclelor ramurilor  $[B_i]$  poate fi calculată din  $[Q_i]$  prin simplă operație de transpunere și schimbare de semn, adică :

$$[B_i] = -[Q_i]' \quad (4.1)$$

#### 4.1.1. PREZENTAREA PROGRAMULUI METTØP1

Pornind de la structura topologică a unui circuit electric și de la natura laturilor circuitului, programul parcurge următoarele etape :

- a) Alege un arbore normal al circuitului.
- b) Construiește matricea de incidență noduri-laturi  $[A_a]$ , asociată circuitului.
- c) Inversează matricea de incidențe noduri-ramuri ale arborelui obținând  $[A_t]^{-1}$ .
- d) Calculează matricea secțiunilor corzilor  $[Q_i]$  prin efectuarea produsului :

$$[Q_i] = [A_t]^{-1} \times [A_i]. \quad (4.2)$$

Definiția noțiunilor utilizate și notațiile adoptate sînt conform cu [7] și [1].

Pe prima cartelă, după cea de comandă RUN, se vor introduce nouă valori întregi în format (I4) reprezentînd următoarele :

- $L$  — numărul laturilor grafului ;
- $N$  — numărul nodurilor grafului minus unu ;
- $NB$  — numărul de bucle de capacități (dacă nu există, se va lua  $NB = 0$ ) ;
- $NS$  — numărul de secțiuni de inductivități (dacă nu există se va lua  $NS = 0$ ) ;
- $NE$  — numărul surselor de tensiune ;
- $NC$  — numărul condensatoarelor ;
- $NR$  — numărul rezistoarelor ;
- $NL$  — numărul inductanțelor ;
- $NI$  — numărul surselor de curent.

Cele două valori se pot așeza pe cartelă una după alta, fără a lăsa spații libere, începînd din coloana 1 și despărțite între ele prin virgulă. După ultima se va pune de asemenea virgulă.

Următoarele  $L$  cartele conțin opt valori întregi și una reală în format (8I4, F13.4). Și în acest caz datele pot fi introduse consecutiv, începînd din coloana 1, fără spații și despărțite prin virgulă. Semnificația celor opt plus unu valori este următoarea :

- $M(I, 1)$  = numărul laturii din graf ;
- $M(I, 2)$  = numărul nodului din care pleacă latura ;
- $M(I, 3)$  = numărul nodului în care sosește latura ;
- $M(I, 4) = 1$ , dacă latura este o sursă de tensiune ;  
= 0, dacă latura nu este o sursă de tensiune ;
- $M(I, 5) = 1$ , dacă latura este un condensator ;  
= 0, dacă latura nu este un condensator ;
- $M(I, 6) = 1$ , dacă latura este un rezistor ;  
= 0, dacă latura nu este un rezistor ;

- $M(I, 7) = 1$ , dacă latura este o inductanță;  
 $= 0$ , dacă latura nu este o inductanță;
- $M(I, 8) = 1$ , dacă latura este o sursă de curent;  
 $= 0$ , dacă latura nu este o sursă de curent;
- Valoarea reală reprezintă în sistem internațional (SI) mărimea parametrului laturii. Această valoare nu intră în determinarea matricii  $[Q_i]$ , dar va fi necesară la calculul coeficienților sistemului de ecuații de stare. Așadar, ea poate fi omisă introducându-se zero.

Următoarele trei cartele de date conține trei formate variabile pentru imprimarea celor trei matrice, după cum urmează:

- $[A_s]$ , matricea completă de incidență laturi-noduri, denumită în program „MATRICEA DE INCIDENTA”;
- $[A_s]^{-1}$ , inversa matricii de incidență ramuri-noduri, denumită în program „INVERSA MATRICEI AT”;
- $[Q_i]$ , matricea secțiunilor corzilor, denumită în program „MATRICEA SECȚIUNILOR”.

Prima și a doua cartelă au forma:

$$(1H, I2, 3X, 1HI, 3X, ab(I4), 4X, 1HI) \quad (4.3)$$

unde  $ab$  se înlocuiește cu:

$L$  = numărul laturilor grafului (una sau două cifre), în cazul primului format variabil;

$N$  = numărul de noduri ale grafului minus unu (care reprezintă și numărul de coloane ale matricii  $[A_s]^{-1}$ ), în cazul al doilea format variabil.

Cartela a treia are forma:

$$(1H, I2, 3X, 1HI, 5X, abI3, 5X, 1HI), \quad (4.4)$$

unde  $ab$  se înlocuiește cu  $(L - N)$  = numărul de coloane ale matricii  $[Q_i]$ .

Dacă  $NB \neq 0$ , adică există bucle de condensatoare, atunci se vor introduce în continuare  $NB$  cartele — câte una pentru fiecare buclă — pe care se trec în format (2I3) două valori întregi reprezentînd prima — numărul buclei de condensatoare) iar a doua — numărul unei laturi care aparține buclei și care va fi eliminată din arborele normal.

Dacă  $NS \neq 0$ , adică există secțiuni de inductanțe, atunci se introduc în continuare  $NS$  cartele — câte una pentru fiecare secțiune — pe care se trec în format (2I3) două valori întregi reprezentînd: prima — numărul secțiunii de inductanță, iar a doua — numărul unei laturi aparținînd secțiunii care va fi introdusă în arborele normal.

Dacă există mai multe circuite pentru care se cere determinarea matricii  $[Q_i]$ , atunci după primul set de date de forma celui prezentat mai sus, se așează al doilea set de date de aceeași formă, corespunzător celui de al doilea circuit studiat, apoi al treilea, și așa mai departe. La sfîrșitul ultimului set de date — chiar dacă este unul singur — se va așeza cartela:

$$\begin{array}{ccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & . & . & . \\ . & E & \emptyset & F & & & \end{array} \quad (4.5)$$

și cartela:

$$\begin{array}{ccccccccccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & . & . & . \\ . & & & & & & & & & & E & \emptyset & J & & & \end{array} \quad (4.6)$$

Pentru a se putea verifica corectitudinea datelor, se imprimă valorile  $L$ ,  $N$ ,  $NB$ ,  $NS$ ,  $NE$ ,  $NC$ ,  $NR$ ,  $NL$ ,  $NI$ , precum și topologia circuitului și natura laturilor sub forma unui tabel. Topologia circuitului este perfect determinată de primele trei coloane ale tabelului. Într-adevăr, pentru a reface graful circuitului se procedează astfel:

— se desenează arbitrar  $N+1$  puncte reprezentând nodurile grafului și se numerotează de la 1 la  $(N+1)$ ;

— se desenează — corespunzător fiecărei linii a tabelului de pe imprimantă — o latură între nodurile al căror număr este specificat în coloanele 2 și 3 ale tabelului și se consideră sensul de la nodul de plecare (coloana 2 a tabelului) spre nodul de sosire (coloana 3 a tabelului). Se numerotează latura cu numărul trecut în coloana 1 a tabelului:

Se imprimă în continuare ramurile, adică numărul laturilor grafului, care intră în componența arborelui normal ales, conform numerotării inițiale. Zerourile care apar nu se iau în considerare.

Se imprimă matricea de incidență completă noduri-laturi, încadrată între două coloane trasate cu I. În stînga matricei sînt numerotate nodurile grafului (fiecare nod corespunde unei linii a matricei). Deasupra matricei sînt trecute:

$NE$  — numărul surselor de tensiune din arborele normal;

$NCT$  — numărul condensatoarelor din arborele normal;

$NNN$  — numărul rezistoarelor din arborele normal;

$NS$  — numărul inductanțelor din arborele normal;

$NB$  — numărul condensatoarelor din coarbore;

$NRL$  — numărul rezistoarelor din coarbore;

$NLL$  — numărul inductanțelor din coarbore;

$NI$  — numărul surselor de curent din coarbore.

Se imprimă inversa matricei  $[A_i]$ . Pentru calculul inversei matricei  $[A_i]$ , se elimină întotdeauna nodul numerotat cu  $(N+1)$  al grafului. Dacă s-au introdus greșit datele inițiale și programul nu poate calcula inversa matricii  $[A_i]$ , se tipărește mesajul: „MATRICE SINGULARĂ”. Înseamnă că trebuie verificat graful circuitului și datele de intrare. Programul se întrerupe. În final se imprimă matricea secțiunilor  $[Q_i]$ .

#### 4.1.2. UTILIZAREA PROGRAMULUI METTØP1

Principalele etape ale aplicării practice a programului pot fi urmărite în figura 4.1.

Etapele 1 ... 9 se vor parcurge conform celor indicate în [7] sau [1]:

2 — Numărătoarea nodurilor se face arbitrar.

3 — Numărătoarea laturilor se face în ordinea: surse de tensiune, condensatoare, rezistoare, inductanță și surse de curent.

7 — Se vor elimina toate buclele de condensatoare.

9 — Se vor elimina toate secțiunile de inductanțe.

Dacă se utilizează metoda topologică, atunci se desenează o singură dată circuitul, dar graful asociat se întocmește ori de câte ori se schimbă topologia circuitului, adică pentru fiecare fază de funcționare în parte. În

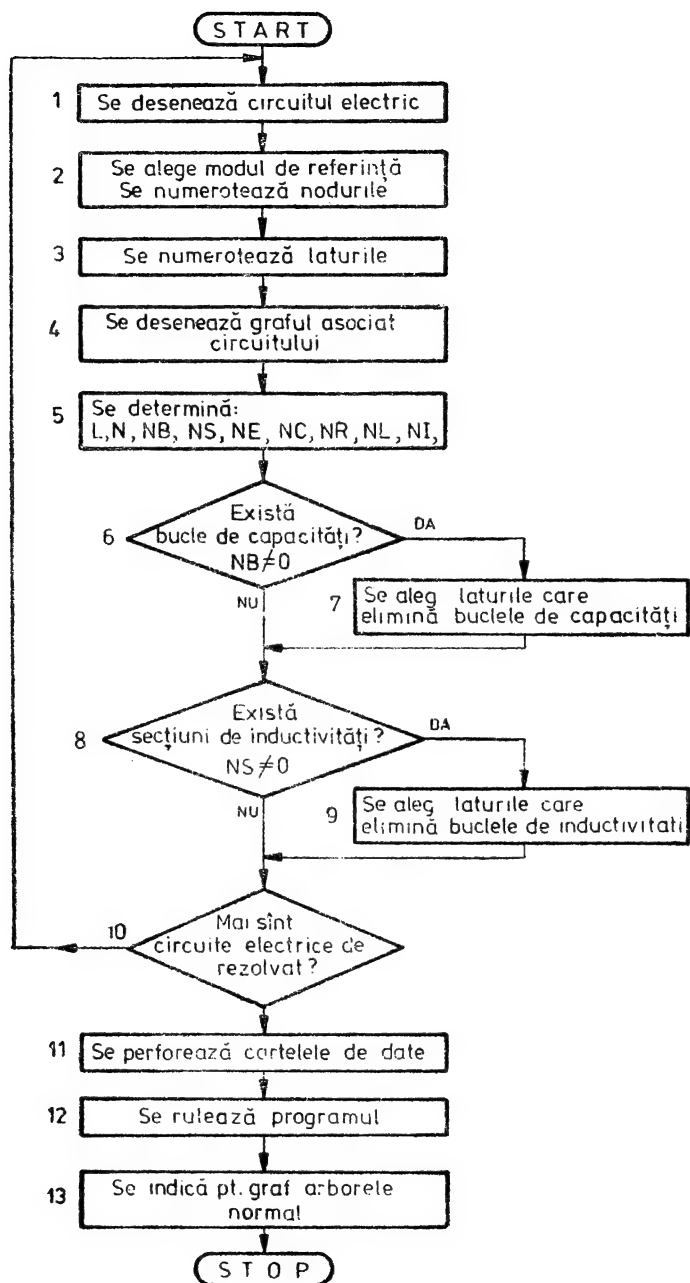


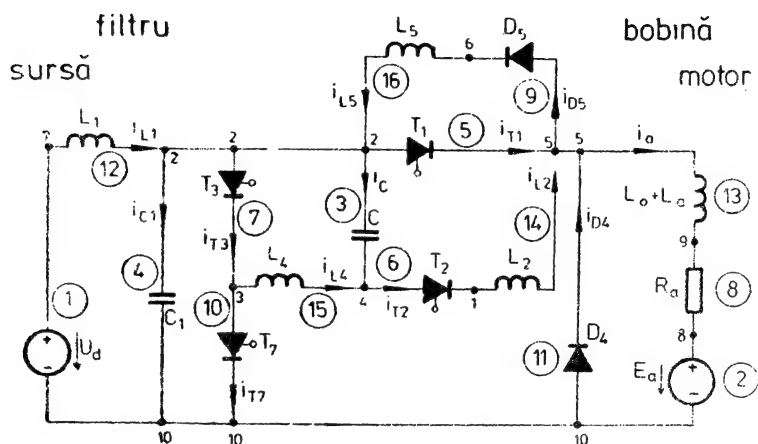
Fig. 4.1. Schema logică a programului pentru determinarea matricii secțiunilor și a arborelui normal al circuitului.

cazul metodei rezistențelor binare, circuitului îi corespunde doar un singur graf conținând toate nodurile și laturile.

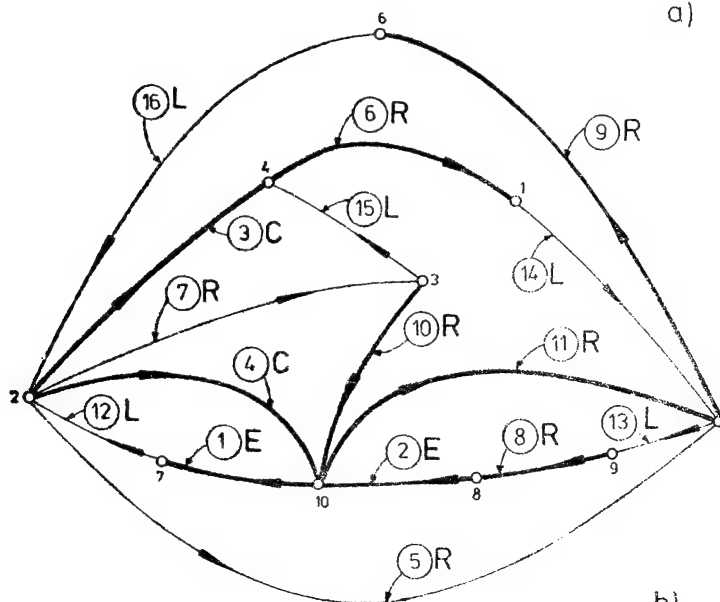
**Problema 4.1.1.1.** Se va trata variatorul de tensiune continuă din [7] paragraful 6.2.7.

Se desenează circuitul electric și se alege nod de referință polul negativ al sursei de alimentare (fig. 4.2, a). La numerotarea nodurilor, acesta

variator de tensiune continuă



a)



b)

Fig. 4.2. Variator de tensiune continuă: numerotarea nodurilor și laturilor din schema electrică (a), transpunerea acestuia în graful asociat și alegerea arborelui normal (b), trasat cu linie îngroșată.

# FORMULAR DE PROGRAMARE FORTRAN

PROGRAM METTØP1	
NR.	DATA 02.11.1979 PAG 1/1
INSTITUTUL POLITEHNIC CLUJ-N	AUTOR FAC ELECTROTEHNIC ANUL 1979-80 GRUPA

ETICHETA	1	5	6	10	15	20	25	30	35	40	45
1	6	9	0	0	2	2	7	5	0		
1	10	7	1	0	0	0	0	0	0		
2	8	10	1	0	0	0	0	0	0		
3	2	4	0	1	0	0	0	0	0		
4	2	10	0	1	0	0	0	0	0		
5	2	5	0	0	1	0	0	0	0		
6	4	1	0	0	1	0	0	0	0		
7	2	3	0	0	1	0	0	0	0		
8	9	8	0	0	1	0	0	0	0		
9	5	6	0	0	1	0	0	0	0		
10	3	10	0	0	1	0	0	0	0		
11	10	5	0	0	1	0	0	0	0		
12	7	2	0	0	1	0	0	0	0		
13	5	9	0	0	1	0	0	0	0		
14	1	5	0	0	1	0	0	0	0		
15	3	4	0	0	1	0	0	0	0		
16	6	2	0	0	1	0	0	0	0		
(1H	12	3X	1H	1	3X	16	(14	1	4X	1H	1)
(1H	12	3X	1H	1	3X	9	(14	1	4X	1H	1)
(1H	12	3X	1H	1	3X	7	(13	2	5X	1H	1)
EØF											
EØJ											

Fig. 4.3. Exemplu pentru întocmirea formularului de programare pentru determinarea matricii secțiunilor și arborelui normal al circuitului din figura 4.2.

va fi ultimul. Se numerotează laturile în ordinea indicată la punctul 4.1.2 și se întocmește graful asociat circuitului (v. fig. 4.2, b).

Se determină numerele indicate la punctul 4.1.2:  $L = 16$ ,  $N = 9$ ,  $NB = 0$ ,  $NS = 0$ ,  $NE = 2$ ,  $NC = 2$ ,  $NR = 7$ ,  $NL = 5$  și  $NI = 0$ . Deoarece  $NB$  și  $NS$  sînt nule, nu există nici bucle de capacități nici secțiuni de inductivități.

Se perforează cartelele de date după formularul de programare din figura 4.3 și se așază după cartele RUN și înaintea cartei EØF.

Pe lângă circuitul prezentat în figura 4.2, în program s-a inclus și un circuit cu o buclă de condensatoare și o secțiune de inductanțe, prezentate



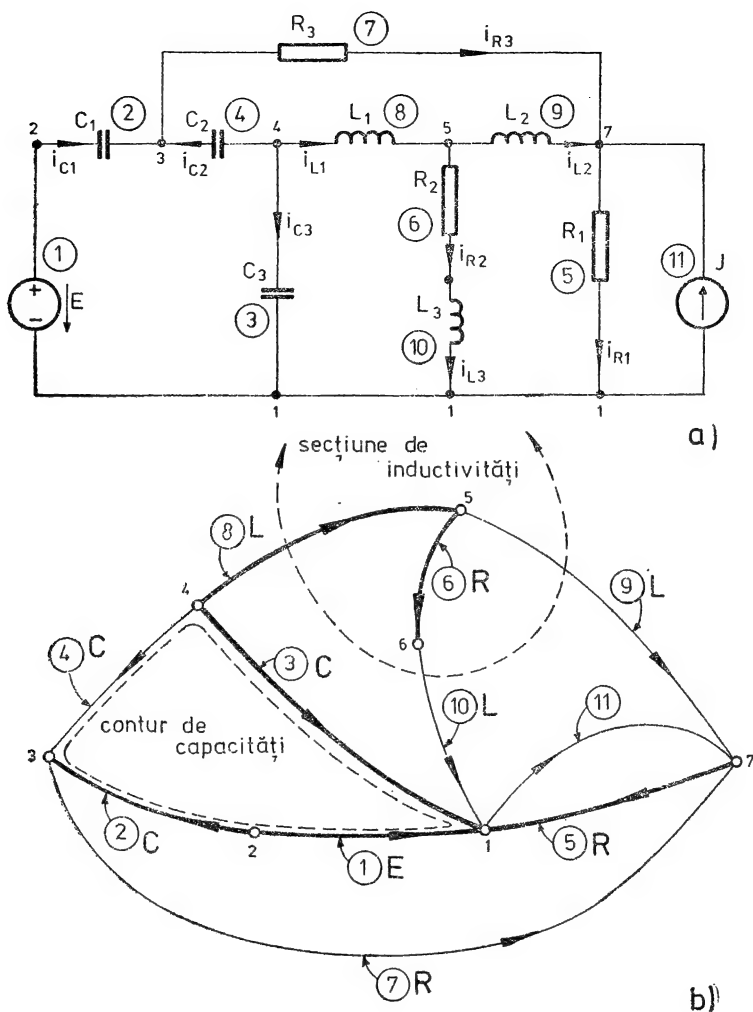


Fig. 4.4. Un exemplu semnificativ în care intervine o sețiune de inductivități și un contur de capacități:

a — schema circuitului ; b — graful asociat și arborele normal (linia îngroșată).

în figura 4.4, exemplu din [1] pagina 296. În figură este indicată bucla de condensatoare formată din laturile 1, 2, 3 și 4 și bucla de inductanțe alcătuită din laturile 8,9 și 10. Arborele normal trasat cu linie groasă nu conține latura de condensator 4, eliminată din arbore și are o latură de inductanță 4, eliminată din coarbore.

Programul rulat pentru două circuite este prezentat în figura 4.5. Primul circuit tratat este variatorul de tensiune continuă (fig. 4.2), iar al doilea este circuitul mai sus prezentat cu o buclă de condensatoare și o sețiune de inductanțe (fig. 4.4).

```

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42

C
PROGRAMUL ALEGE UN ARBORE NORMAL, CONSTRUIESTE MATRICEA DE INCIDENTA
C
CALCULEAZA INVERSA MATRICII AT
C
INTEGER X(20)
COMMON M(30,8),NV(8),V(30),NA(20,30),B(20,20)
DIMENSION NOD(25,3),MB(5,5),MS(5,5)
DIMENSION FV1(10)
DIMENSION FV3(10)
DIMENSION FV2(20)
DIMENSION LB(20,20)
112 READ(105,1,END=111) L,N,NB,NS,NE,NC,NR,NL,NI
1
FORMAT(9I4)
35 READ(105,35) (M(I,J), J=1,8), V(I), I=1,L)
FORMAT(8I4,F13,4)
READ(105,41) (FV1(I), I=1,10)
READ(105,41) (FV2(I), I=1,10)
READ(105,41) (FV3(I), I=1,10)
41
FORMAT(10A4)
WRITE(108,30)L,N,NB,NS,NE,NC,NR,NL,NI
30
FORMAT(1H1 ///1H, 60X, 'NR LATURI', 10X, '=,12/61X, 'NR NODURI', 10X,
* ',12/61X, 'NR BUCLE', 11X, '=,12/61X, 'NR SECTIUNI', 8X, '=,12/61X,
* 'NR SURSE, TENSIUNE, =,12/61X, 'NR CAPACITATI', 6X, '=,12/61X, 'NR REZ'
* ISTENTE', 6X, '=,12/61X, 'NR INDUCTANTE', 6X, '=,12/61X, 'NR SURSE'
* CURENT =,12///)
WRITE(108,33)
33
FORMAT (1H,131(H*/1X,10(1H*,12(1H ))),1H*/
&1X,1H*, 'NR LATURI',1H*, 'NOD PLECAR',1H*, 'NOD SOSIRE'
&1H*,5X,'E',6X,1H*,5X, 'C',6X,1H*,5X, 'R',6X,1H*,5X, 'L',6X,1H*,
&5X, 'J',6X,1H*,12X,1H*,2X,'VALOAREA',2X,1H*/1X,
&10(1H*,12(1H)),1H*/1X,131(1H*/1X,131(1H*/1X)
DO 37 I9=1,L
WRITE(108,32) (M(I9,J), J=1,8), V(I9)
32
FORMAT(1H,8(1H*,4X,14,4X),1H*,12X,1H*,1X,F10,4,1X,1H*/1H,131
&(1H*/1H,10(1H*,12(1H ))),1H*)
37
CONTINUE
NMR=0
N1=N+1
IF (NB,EQ,0) GO TO 1J
C
ELIMINA BUCLE DE CAPACITATI
READ(105,70)(MB(I,J),J=1,2),I=1,NB)
70
FORMAT(2I3)

```

```

43 D010I=1,NB
44 MB1=MB(I,2)
45 CALL TRANS(MB1,V(MB1),1,Z)
46 CALL DEP(MB1,L,1)
47 NMR=NMR+1
48 CALL TRANS(L,Z,O,V(L))
49 CONTINUE
50 11 NMS=0
51 NLL=NL-NS
52 NCT=NC-NB
53 NT=NE+NC-NMR
54 NT1=NT+1
55 IF(NS.EQ.0) GO TO 13
56 C ELIMINA SECTIUNE DE INDUCTANTE
57 READ(105,71)((MS(I,J),J=1,2),I=1,NS)
58 71 FORMAT(2I3)
59 D012I1=1,NS
60 MS1=MS(I1,2)-NMR
61 CALL TRANS(MS1,V(MS1),1,Z1)
62 CALL DEP(MS1,NT1,-1)
63 CALL TRANS(NT1,Z1,0,V(NT1))
64 NMS=NMS+1
65 12 CONTINUE
66 13 D014J=1,N
67 14 X(J)=0
68 NOR=NT+NR+NMS
69 D015J1=2,3
70 D015J2=1,NOR
71 NOD(J2,1)=0
72 NOD(J2,J1)=M(J2,J1)
73 X(1)=M(1,2)
74 X(2)=M(1,3)
75 NOD(1,1)=M(1,1)
76 NOD(1,2)=0
77 NOD(1,3)=0
78 MIC=NE+NC-NB+NS
79 IF(MIC.EQ.1) GO TO 425
80 DO 423 I=2,MIC
81 NOD(I,1)=M(I,1)
82 DO 423 J=2,3

```

Fig. 4.5. Programul METTOP1 rulat pentru circuitele prezentate în figurile 4.2 și 4.4.

```

83 DO 424 K=1,N1
84 IF(NOD(I,J),EQ,X(K)) GO TO 427
85 IF(X(K),EQ,0) GO TO 426
86 CONTINUE
87 424 CONTINUE
88 X(K)=NOD(I,J)
89 NOD(I,J)=0
90 CONTINUE
91 CONTINUE
92 MIC1=MIC+1
93 DO 20 I1=1,N
94 DO 20 I2=MIC1,NON
95 DO 20 K2=2,3
96 IF(X1,NE,NOD(I2,K2+)) GO TO 20
97 IF(K2,EQ,3) GO TO 23
98 KB=3
99 GO TO 24
100 23 KB=2
101 24 DO25I3=1,N1
102 IF(NOD(I2,KB),EQ,X(I3+)) GO TO 20
103 IF(X(I3),EQ,0) GO TO 26
104 CONTINUE
105 25 CONTINUE
106 X(I3)=NOD(I2,KB)
107 NOD(I2,2)=0
108 NOD(I2,3)=0
109 NOD(I2,1)=M(I2,1)
110 CONTINUE
111 WRITE(108,31)(NOD(I,1),I=1,NOR)
112 31 FORMAT(1H1,1X,'LATURILE ARBORELUI NORMAL','2014'///)
113 NNN=0
114 NCT1=NE+NC+NS-NB+1
115 NF=NCT1+NR-1
116 DO150 I10=NCT1,NF
117 IF(NOD(I10,1),EQ,0) GO TO 150
118 CALL TRANS(I10,V(I10),1,Z)
119 NC2=NCT1-NS+NNN
120 NC3=NC2-1
121 CALL DEP(I10,NC2,-1)
122 CALL TRANS(NC2,Z,0,V(NC2))
123 NNN=NNN+1
124 150 CONTINUE
125 LNB1=L1-NB+1
126 N2=N+2

```

```

125 IF(NB,EQ,0) GO TO 163
126 DO 151 I1=LNBI,L
127 CALL TRANS(I1,V(I1),1,Z)
128 CALL DEP(I1,N1,-1)
129 CALL TRANS(N1,Z,0,V(N1))
130 CONTINUE
131 NRL=NR-NNN
132 DO 152 I12=1,L
133 CALL INCID(M(I12,2),M(I12,3),I12,N1)
134 CONTINUE
135 WRITE(108,42) NE,NCT,NNN,NS,NB,NRL,NLL,N1
136 &'NLL',8X,N1//1H,25X,8(I10)///1H,5X,MATRICEA DE INCIDENTĂ'///
137 DO 42 I8=1,N1
138 WRITE(108,FV1) I8,(NA(I8,J),J=1,L)
139 CONTINUE
140
141 C
142 C CALCULUL INVERSEI SUBMATRICII DIN MATRICEA DE INCIDENTĂ, CORESPUNZĂTOARE
143 C ARBORELUI NORMAL ALEB
144 C
145 DO 101 I=1,N
146 DO 101 J=1,N
147 IF(LEQ,J) GO 102
148 LB(I,J)=0
149 GO TO 101
150 LB(I,J)=1
151 CONTINUE
152 DO 103 K=1,N
153 DO 104 I1=K,N
154 IF(NA(I1,K),NE,O) GO TO 105
155 CONTINUE
156 WRITE(108,106)
157 FORMAT(1H ,20X,MATRICE SINGULARĂ')
158 STOP
159 DO 107 J1=1,N
160 NATP=NA(I1,J1)
161 NA(I1,J1)=NA(K,J1)
162 NA(K,J1)=NATP
163 NEIP=LB(I1,J1)
164 LB(I1,J1)=LB(K,J1)

```

Fig. 4.5. (continuare).

```

165      LB(K,J1)=NBTP
166      CONTINUE
167      NAP=NA(K,K)
168      DO 108 J2=1,N
169      NA(K,J2)=NA(K,J2)/NAP
170      LB(K,J2)=LB(K,J2)/NAP
171      CONTINUE
172      DO 109 I3=1,N
173      IF(I3,EQ,K) GO TO 109
174      NAPI3=NA(I3,K)
175      DO 109 J3=1,N
176      NA(I3,J3)=NA(I3,J3)-NA(K,J3)*NAPI3
177      LB(I3,J3)=LB(I3,J3)-LB(K,J3)*NAPI3
178      CONTINUE
179      CONTINUE
180      WRITE(108,199)
181      FORMAT(1H ///1H,5X,'INVERSA MATRICII AT'///)
182      DO 110 I4=1,N
183      WRITE(108,FV2) I4,(LB(I4,J),J=1,N)
184      CONTINUE
185      C
186      C
187      C
188      DO 115 I=N1,L
189      DO 115 J=1,N
190      IR=I-N
191      NA(J,IR)=0
192      DO 115 K=1,N
193      NA(J,IR)=NA(J,IR)+LB(J,K)*NA(K,I)
194      CONTINUE
195      LN=L-N
196      WRITE(108,116)
197      FORMAT(1H ///1H ,5X,&MATRICEA SECTIUNILOR'///)
198      DO 117 I=1,N
199      WRITE(108,FV3) I,(NA(I,J),J=1,NN)
200      CONTINUE
201      GO TO 112
202      STOP
203      END

```

```

1  SUBROUTINE TRANS(L,X,K,Y)
2  COMMON M1(30,8), V1(8)
3  DO 101 I=1,8
4  IF(K,EQ,O) GO TO 102
5  NV1(I)=M1(L,I)
6  GO TO 101
7  102 M1(L,I)=NV1(I)
8  101 CONTINUE
9  Y=X
10 RETURN
11 END

1  SUBROUTINE DEP(K,J,K1)
2  COMMON M2(30,8),NV(8),XV(30)
3  K2=J-K1
4  I=K
5  3 K3=I+K1
6  XV(I)=XV(K3)
7  DO 1 I1=1,8
8  M2(I,I1)=M2(K3,I1)
9  1 CONTINUE
10 IF(1ABS(I-K2),EQ,O) GO TO 2
11 I=I+K1
12 GO TO 3
13 2 RETURN
14 END

1  SUBROUTINE INCID,NP,NSOS,IC,N10)
2  COMMON M(30,8),N (8),V(30),NA(20,30)
3  DO 1 I=1,N10
4  IF(NP,NE,I) GO TO 160
5  NA(I,IC)=1
6  GO TO 1
7  160 IF(NSOS,NE,I) GO TO 161
8  NA(I,IC)=-1
9  GO TO 1
10 161 NA(I,IC)=0
11 1 CONTINUE
12 RETURN
13 END

```

Fig. 4.5. (continue).

MODULE	F%BLK	TYPE	C	LONGUEUR	13F8 (05112)
MODULE	F%MDATA	TYPE	P	LONGUEUR	1F68 (08040)
MODULE	F%BLK	TYPE	C	LONGUEUR	03E0 (00992)
MODULE	TRANS	TYPE	P	LONGUEUR	00C8 (00200)
MODULE	F%BLK	TYPE	C	LONGUEUR	0458 (01112)
MODULE	DEP	TYPE	P	LONGUEUR	00F8 (00248)
MODULE	F%BLK	TYPE	C	LONGUEUR	0088 (03512)
MODULE	INCID	TYPE	P	LONGUEUR	0000 (00208)

\*\*\*\*\* FIN DE COMPILMTIUN (PLUS HAUT NIVEAU D'ERREUR RENCONTRE = 0)  
 6182 NO4RETRI AN'= 5004 PH = 0001 DATE = 09/11/79  
 H,DEB = 01H 39M 00S H,FIN = 01H 39M 46S TIME = 00002811  
 L,GP = 000045 NEM = 00013 LO = IN = OUT = 00000  
 AD = 01

# LINK

## LINK STARTED

LINK 15.06.01

## SEGMENT

09/11/79 01H40M09S

F%BLK	NO 1	IMPLANTATION	0
MODULE	F%BLK	IMPLANTATION	70
MODULE	F%MDATA	IMPLANTATION	1468
MODULE	TRANS	IMPLANTATION	3300
MODULE	DEP	IMPLANTATION	3498
MODULE	INCID	IMPLANTATION	3590
MODULE	TDFSYSUT	IMPLANTATION	3660
MODULE	TDFSYSIN	IMPLANTATION	3600
MODULE	I%INIT	IMPLANTATION	3748
MODULE	I%READ	IMPLANTATION	3BF8
MODULE	I%IOI	IMPLANTATION	3E18
MODULE	I%ENDIOL	IMPLANTATION	3EE8
MODULE	I%PRINT	IMPLANTATION	3F10
MODULE	I%STOP	IMPLANTATION	4160
MODULE	F%ERR1	IMPLANTATION	4278
MODULE	STOPRUN	IMPLANTATION	43A0
MODULE	I%LECARI	IMPLANTATION	4410
MODULE	I%FORMA	IMPLANTATION	4700
MODULE	I%ECRARI	IMPLANTATION	5D50
MODULE	I%DONNEE	IMPLANTATION	60B8

LONGUER DU SEGMENT 6130



RUN  
STARTED

## CIRCUITUL 1

### MATRICEA DE INCIDENTĂ

[illegible]

# INVERSA MATRICII AT

[illegible]

Fig. 4.5. (continue).

```

MATRICEA SECTIUNILOR
1 I 0 0 -1 0 0 0 I
2 I 0 0 0 -1 0 0 I
3 I 0 0 0 0 -1 1 0 I
4 I 1 1 -1 0 1 -1 I
5 I 0 0 0 0 -1 0 0 I
6 I 0 0 0 -1 0 0 0 I
7 I 0 0 0 0 0 0 -1 I
8 I 0 -1 0 0 0 1 0 I
9 I 1 0 0 -1 1 0 -1 I

CIRCUITUL 2
MATRICEA DE INCIDENTĂ
1 I -1 0 -1 -1 0 0 0 0 -1 1 I
2 I 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 I
3 I 0 -1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 I
4 I 0 0 1 0 0 0 1 -1 0 0 0 I
5 I 0 0 0 0 0 1 -1 0 0 1 0 I
6 I 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 1 0 I
7 I 0 0 0 1 0 0 0 -1 -1 0 -1 I

INVERSA MATRICII AT
1 I 0 1 1 0 0 0 0 I
2 I 0 0 -1 0 0 0 0 I
3 I 0 0 0 1 1 1 1 I
4 I -1 -1 -1 -1 -1 -1 I
5 I 0 0 0 0 0 -1 I
6 I 0 0 0 -1 -1 I

MATRICEA SECTIUNILOR
1 I 1 1 0 0 0 I
2 I -1 -1 0 0 0 I
3 I -1 0 1 1 0 I
4 I 0 -1 -1 0 -1 I
5 I 0 0 0 -1 0 I
6 I 0 0 -1 -1 0 I

```

```

*STOP*
6182 NO4RETR1 AN = 5004 PH = 0003 DATE = 09/11/79
H,DEB = 01H 40M 12S H,F,M = 01H 40M 29S TIME = 00001197
LGP = 00045 MEM = 00016 LO = IN = OUT = 00000
AD = 01
EOJ
GESTM100
--A*

```

Fig. 4.5. (continuare).

## CIRCUITUL 1

NR LATURY = 16  
 NR NODURI = 9  
 NR BUCLE = 0  
 NR SECȚIUNI = 0  
 NR SURSE TENSIUNE = 2  
 NR CAPACITĂȚI = 2  
 NR REZISTENȚE = 7  
 NR INDUCTANȚE = 5  
 NR SURSE CURENȚ = 0

NR LATURII	NOD PLESCARE	NOD SOSIRE	E	C	R	L	J	VALOAREA
1	10	7	1	0	0	0	0	.0000
2	8	10	1	0	0	0	0	.0000
3	2	4	0	1	0	0	0	.0000
4	2	10	0	1	0	0	0	.0000
5	2	5	0	0	1	0	0	.0000
6	4	1	0	0	1	0	0	.0000
7	2	3	0	0	1	0	0	.0000
8	9	8	0	0	1	0	0	.0000
9	5	6	0	0	1	0	0	.0000
10	3	10	0	0	1	0	0	.0000
11	10	5	0	0	1	0	0	.0000
12	7	2	0	0	0	1	0	.0000
13	5	9	0	0	0	1	0	.0000
14	1	5	0	0	0	1	0	.0000
15	3	4	0	0	0	1	0	.0000
16	6	2	0	0	0	1	0	.0000

LATURILE ARBORELUI NORMAL: 1 2 3 4 0 6 0 8 9 10 11

NE NCT 2 2  
 NNN 5  
 NS 0  
 NB 0  
 NRL 2  
 NLL 5  
 NI 0

Fig. 4.5. (continuare).



#### 4.2. METODA FAZORILOR SPAȚIALI LA MODELAREA UNUI CONVERTOR DE FRECVENȚĂ CU CIRCUIT INTEREDIAR DE CURENT CONTINUU

Tratarea sistemelor trifazate electrice cu fazori spațiali prezintă numeroase avantaje prezentate în [8] și [11], printre care cel mai important este că permite studiul regimurilor tranzitorii ale sistemului (regimul stabili-

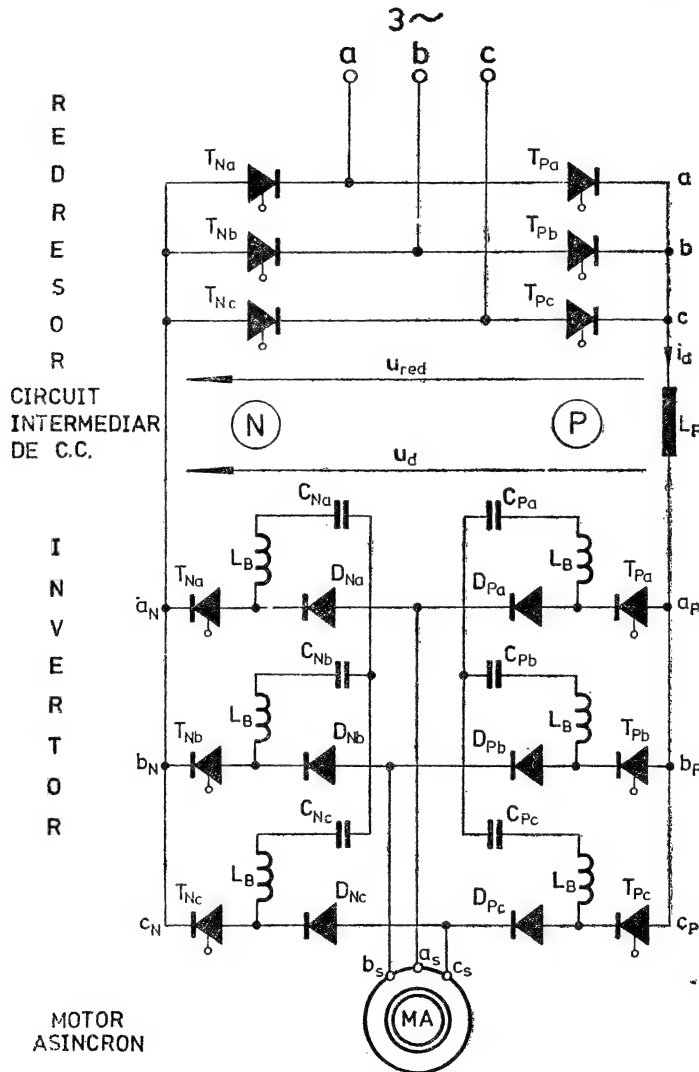


Fig. 4.6. Convertor static de frecvență cu circuit intermediar de curent continuu cu caracter de sursă de curent.

zat — fiind un caz particular — este cuprins de asemenea). Mașinile electrice alimentate de la convertoare statice de frecvență lucrează în așa numitul regim cvasistaționar și pot fi modelate prin intermediul ecuațiilor generale de funcționare, bazate pe teoria fazorilor spațiali. Astfel, un sistem convertor — motor poate fi tratat unitar cu ajutorul acestei teorii [10], putînd fi pusă în evidență interacțiunea dintre convertor și motor, în special reacțiunea motorului asupra convertorului, fenomen mai puțin tratat în literatură.

Varianța de convertor static de frecvență care va fi tratată este cea prezentată în paragraful 6.6 din [7]. Convertorul este compus dintr-un redresor trifazat în punte comandată și un invertor trifazat în punte cu comutație autonomă (varianța *b* din fig. 6.32 din [7]), avînd în circuit intermediar o bobină de inductivitate mare, care dă o comportare cu caracter de generator de curent. Schema sistemului este prezentată în figura 4.6. Se poate observa că, indicînd pe verticală partea *N* și *P* a convertorului, iar pe orizontală fazele *a*, *b*, *c* ale redresorului, respectiv ale invertorului, se ajunge la o notație sistematică a elementelor componente. Sensurile de referință pentru tensiuni și curenți se vor lua după următoarele reguli:

- în laturile cu dispozitive semiconductoare (diode și tiristoare) în sensul lor de conducție directă, de la anod spre catod;
- în laturile de curent continuu, de la plus spre minus;
- în laturile de curent alternativ legate în stea, de la nul spre capătul de fază; laturile trifazate legate în triunghi vor fi înlocuite cu o schemă echivalentă în stea.

#### 4.2.1. MODELAREA REDRESORULUI TRIFAZAT ÎN PUNTE COMANDATĂ

Funcționarea acestui tip de redresor, descris la punctul 5.1.1.4 din [7], poate fi urmărită în figura 4.7. Se vor neglija căderile de tensiune interne și fenomenul de suprapunere anodică, care va fi luat în considerare ulterior, limitînd unghiul de comandă a redresorului.

Considerînd tensiunile sistemului trifazat de la intrarea redresorului:

$$u_a = \sqrt{2} U \sin \omega t, \quad (4.7.1)$$

$$u_b = \sqrt{2} U \sin \left( \omega t - \frac{2\pi}{3} \right), \quad (4.7.2)$$

$$u_c = \sqrt{2} U \sin \left( \omega t + \frac{2\pi}{3} \right), \quad (4.7.3)$$

conform figurii 4.7, *b* se pot scrie expresiile tensiunilor  $u_P$  și  $u_N$  în funcție de timp și unghiul de comandă  $\alpha$ :

$$u_P = \begin{cases} \sqrt{2} U \sin \omega t; & 2k\pi + \frac{\pi}{6} + \alpha_P \leq \omega t < 2k\pi + \frac{5\pi}{6} + \alpha_P \end{cases} \quad (4.8.1)$$

$$u_P = \begin{cases} \sqrt{2} U \sin \left( \omega t - \frac{2\pi}{3} \right); & 2k\pi + \frac{5\pi}{6} + \alpha_P \leq \omega t < 2k\pi + \frac{3\pi}{2} + \alpha_P \end{cases} \quad (4.8.2)$$

$$u_P = \begin{cases} \sqrt{2} U \sin \left( \omega t + \frac{2\pi}{3} \right); & 2k\pi + \frac{3\pi}{2} + \alpha_P \leq \omega t < 2(k+1)\pi + \frac{\pi}{6} + \alpha_P \end{cases} \quad (4.8.3)$$

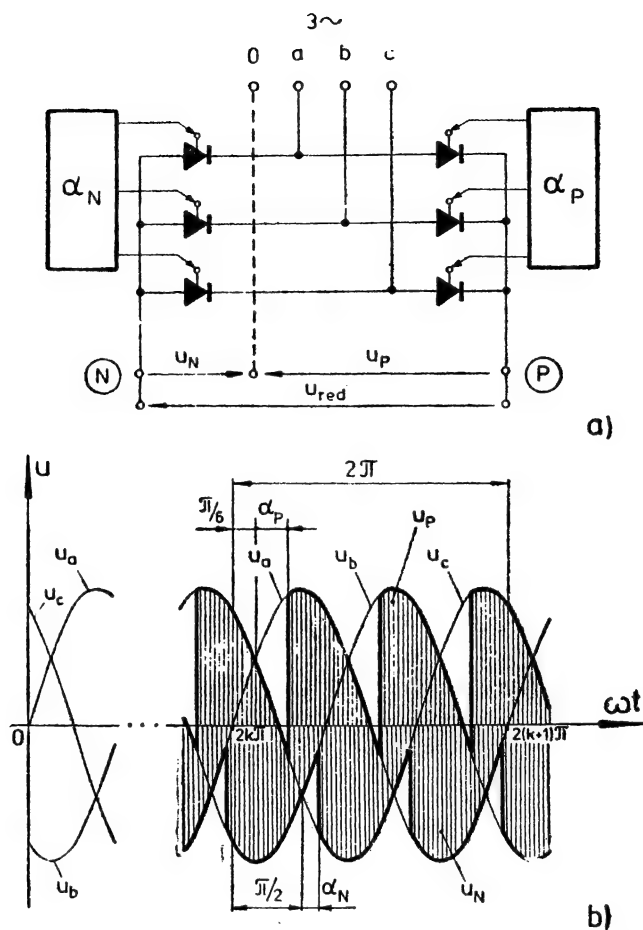


Fig. 4.7. Sensuri de referință pentru tensiunile la ieșirea din redresor (a) și variația în timp a acestor tensiuni (b).

$$u_N = \begin{cases} \sqrt{2} U \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right); & 2k\pi + \frac{\pi}{2} + \alpha_N \leq \omega t < 2k\pi + \frac{7\pi}{6} + \alpha_N & (4.8.4) \\ \sqrt{2} U \sin \omega t; & 2k\pi + \frac{7\pi}{6} + \alpha_N \leq \omega t < 2k\pi + \frac{11\pi}{6} + \alpha_N & (4.8.5) \\ \sqrt{2} U \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right); & 2k\pi + \frac{11\pi}{6} + \alpha_N \leq \omega t < 2(k+1)\pi + \frac{\pi}{2} + \alpha_N & (4.8.6) \end{cases}$$

unde  $\omega = 2\pi f$  este pulsația tensiunii rețelei trifazate și  $k$  reprezintă numărul perioadei de funcționare a rețelei.

Tensiunea la ieșirea din redresor, conform figurii 4.7, a, este:

$$u_{red} = u_P - u_N, \quad (4.9)$$

în care se vor înlocui (4.8.1) ... (4.8.6) corespunzător celor șase etape de funcționare într-o perioadă.

Dacă redresorul este simetric comandat, atunci

$$\alpha_P = \alpha_N = \alpha, \quad (4.10)$$

iar dacă redresorul este în punte semicomandată, unul dintre unghiurile de comandă se anulează, deci

$$\alpha_P = \alpha \quad \text{și} \quad \alpha_N = 0. \quad (4.11)$$

#### 4.2.2. MODELAREA INVERTORULUI ÎN PUNTE TRIFAZATĂ CU COMUTAȚIE AUTONOMĂ

Funcționarea invertorului este descrisă detaliat în [7], paragraful 6.6. Schema conținând șase tiristoare, are șase tacturi de funcționare, fiecare tact compus din trei etape (s-a neglijat fenomenul de suprapunere anodică dintre două tiristoare). În figura 4.8 sînt reprezentate impulsurile de amor-sare ale tiristoarelor și curenții idealizați în fazele motorului. Sînt indicate dispozitive semiconductoare care conduc acești curenți. După amorsarea unui nou tiristor are loc reîncărcare condensatoarelor în brațurile invertorului, unde a avut loc comutația curentului între două tiristoare. Etapa următoare este suprapunerea fazelor în motor, cînd exstă curent în toate cele trei faze, apoi urmează etapa „stabilizată”, cînd nu mai sînt fenomene tranzitorii ale invertorului și conduc două faze ale motorului. Aceste trei etape se repetă în cele șase tacturi, astfel încît în total sînt luate în considerare 18 modificări topologice ale schemei invertor-motor. Se poate observa că tacturile în motor (notate cu prim) sînt decalate în urma tacturilor din invertor, decalaj determinat de reîncărcarea condensatoarelor, pînă în momentul în care se polarizează direct dioda din brațul în care a fost cel mai recent amorsat un tiristor.

Dispozitivele semiconductoare se consideră că întrerup latura în care sînt montate, dacă sînt blocate. În conducție sînt considerate rezistențe constante de valoare mică.

La scrierea ecuațiilor de stare, pentru fiecare etapă de funcționare, bobina  $L_F$  din circuitul intermediar de curent continuu se va lua în considerare, pentru a avea în fiecare etapă același număr de variabile de stare, în vederea generalizării sistemului de ecuații de stare. Explicația este simplă: în primele două etape, deoarece bobinele  $L_B$  sînt parcurse de curent, curentul prin ele va fi variabilă de stare, în etapa a treia însă aceste bobine nu mai sînt parcurse de curent, și curentul poate fi considerată variabilă de stare doar prin intermediul bobinei  $L_F$ .

Noțiunile legate de teoria fazorilor spațiali, necesare în acest paragraf sînt trecute în anexă.

Deoarece statorul motorului este legat în stea fără conductor de nul, curentul statoric nu va avea componentă homopolară. Tensiunea pe condensatoarele de comutație (considerînd separat partea P și N) de asemenea nu are componentă homopolară, deoarece ele înainte de transfigurare în stea erau legate în triunghi și astfel suma tensiunilor pe cele trei condensatoare rezultă nulă.



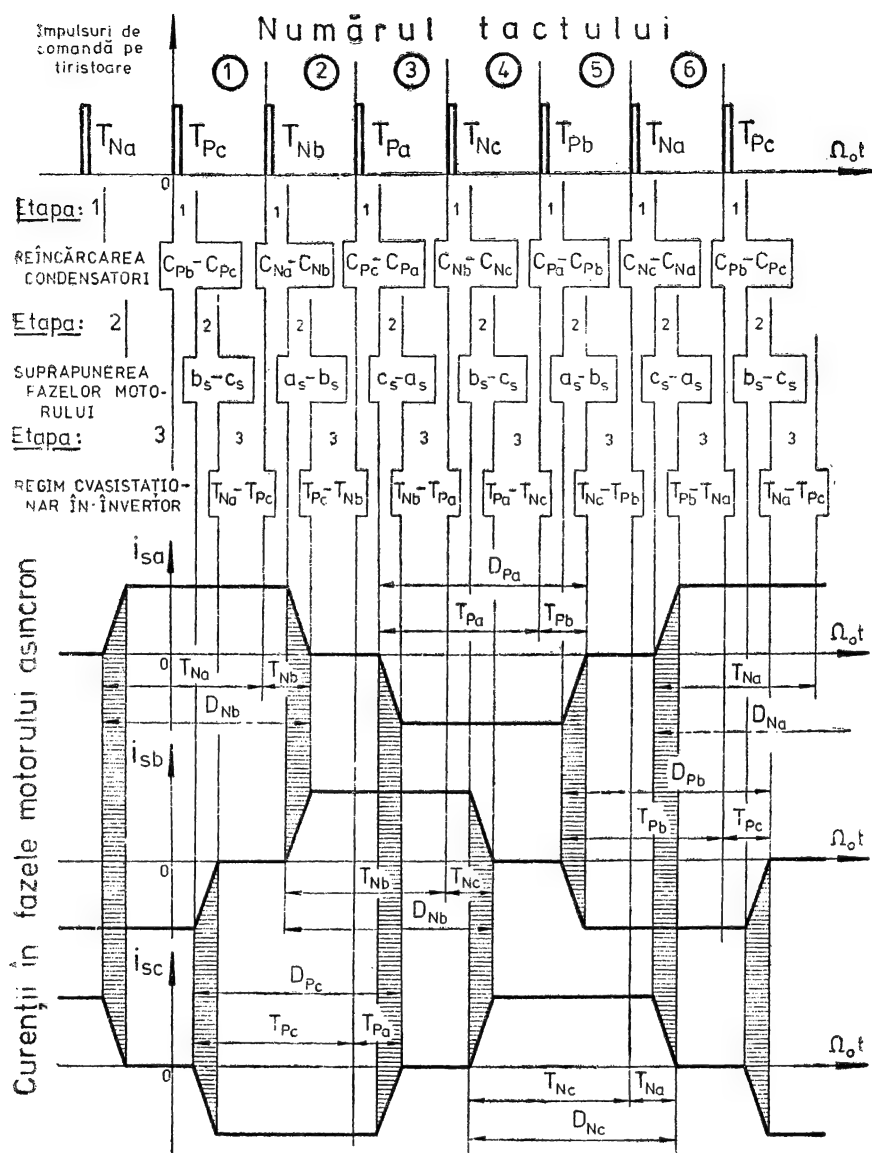


Fig. 4.8. Modul de comandă și diferitele etape de funcționare ale inverterului.

**4.2.2.1. Tactul 1, etapa 1.** Această etapă de funcționare începe cu intrarea în conducție a tiristorului  $T_{Pc}$  și este reprezentată în figura 4.9. Sînt puse în evidență laturile circuitului care sînt parcurse de curentul circuitului intermediar de c.c.,  $i_d$ . Sînt de asemenea indicate sensurile de referință pentru tensiuni și curenți conform celor impuse la începutul paragrafului 4.2.

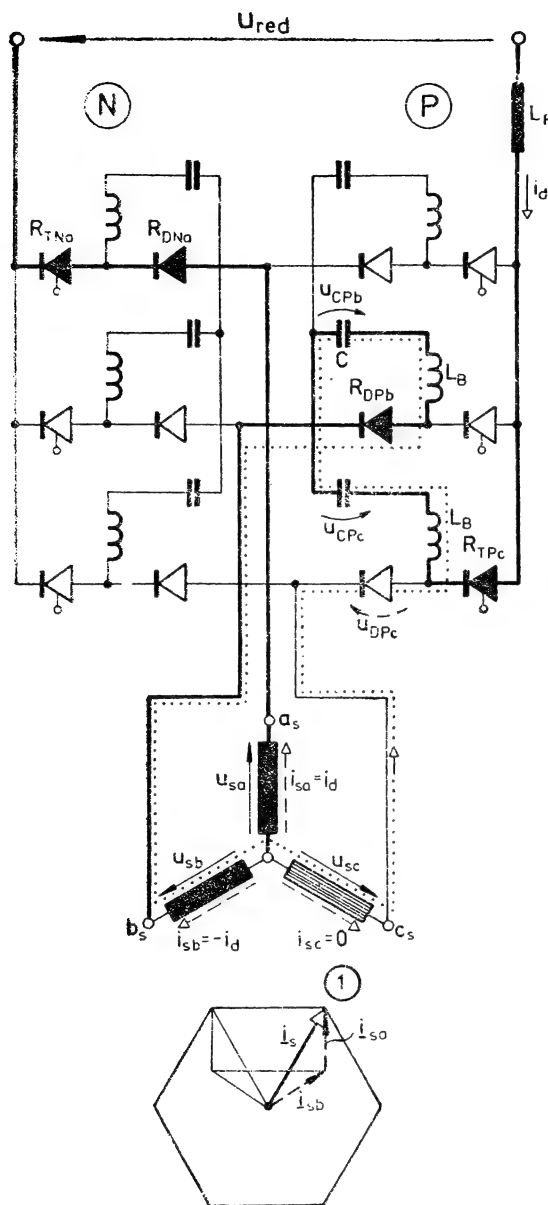


Fig. 4.9. Sensuri de referință în inverter și motor pentru tactul întâi, etapa de reincărcare a condensatoarelor  $C_{Pb}$  și  $C_{Pc}$ . Bucla cu linia punctată indică circuitul din care se poate determina tensiunea diodei care urmează să intre în conducție. Fazorul spațial al curentului statoric ( $i_s$ ) stagnează în poziția 1.

Curenții prin fazele motorului sînt :

$$i_a = i_{sa} = -i_{sb} = i_{sd}, \quad (4.12.1)$$

$$i_{sc} = 0, \quad (4.12.2)$$

unde  $i_{sd}$  este partea reală a fazorului spațial de curent statoric  $i_s$  și conform relației (A.3.8) este egal cu curentul fazei  $a_s$  a motorului.

Mărimile de stare vor fi tensiunile pe condensatoare și curenții prin bobine. Luînd în considerare că în fazele  $b_P$  și  $c_P$  ale inverterului condensatoarele sînt parcurse de curentul  $i_a$ , se pot scrie ecuațiile diferențiale :

$$\frac{d}{dt} u_{CPa} = 0, \quad (4.13.1)$$

$$\frac{d}{dt} u_{CPb} = \frac{i_a}{C}, \quad (4.13.2)$$

$$\frac{d}{dt} u_{CPc} = -\frac{i_a}{C}. \quad (4.13.3)$$

Conform relației (A.3.1) se poate compune fazorul spațial al tensiunilor condensatoarelor pe partea  $P$  a inverterului, folosind cele trei ecuații de mai sus. Ținînd seama de expresiile (A.3.3) și (A.3.4) se obține :

$$\frac{d}{dt} u_{CP} = j \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{i_a}{C} \quad (4.14)$$

înlocuind  $i_a = i_{sd}$  conform relației (4.12.1) și descompunînd fazorul spațial  $u_{CP}$  după axele  $d-q$  al planului complex, ca în relația (A.3.2), se obține :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} u_{CPd} + j \frac{d}{dt} u_{CPq} &= \\ &= j \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{i_{sd}}{C}. \end{aligned} \quad (4.15)$$

Separînd partea reală de cea imaginară se obține :

$$\frac{d}{dt} u_{CPd} = 0, \quad (4.16)$$

$$\frac{d}{dt} u_{CPq} = \frac{2}{\sqrt{3}C} i_{sd}. \quad (4.17)$$

Pe partea  $N$ , neavînd loc nici o modificare a tensiunilor condensatoarelor, se pot scrie ecuațiile diferențiale :

$$\frac{d}{dt} u_{CNd} = 0, \quad (4.18)$$

$$\frac{d}{dt} u_{CNq} = 0. \quad (4.19)$$

Pentru determinarea ecuațiilor de stare corespunzătoare curentului din circuit, se va scrie teorema a II-a a lui Kirchhoff pentru curentul  $i_d$  din circuitul intermediar care parcurge fazele  $a_s$  și  $b_s$  ale motorului :

$$u_{red} = (L_F + 2L_B) \frac{d}{dt} i_d + 2(R_D + R_T)i_d + u_{CPb} - u_{CPc} + u_{sa} - u_{sb}, \quad (4.20)$$

unde curentul prin circuitul intermediar de c.c. este conform relației (4.12.1).

În relația (4.20) la componentele  $d$  și  $q$  ale tuturor mărimilor se va lua în considerare relația (4.12.1), apoi pentru tensiunile pe condensator expresii de forma (A.3.9) și (A.3.10), iar pentru tensiunile pe fazele motorului expresii de forma (A.3.12) și (A.3.13). Rezultă :

$$\frac{d}{dt} i_{sd} = \frac{1}{L_F + 2L_B} \left[ u_{red} - 2(R_D + R_T)i_{sd} - \sqrt{3}u_{CPq} - \frac{3}{2} u_{sd} + \frac{\sqrt{3}}{2} u_{sq} \right], \quad (4.21)$$

$$\frac{d}{dt} i_{sq} = -\frac{1}{\sqrt{3}} \frac{d}{dt} i_{sd} =$$

$$= \frac{1}{L_F + 2L_B} \left[ \frac{-u_{red}}{\sqrt{3}} + \frac{2}{\sqrt{3}} (R_D + R_T)i_{sd} + u_{CPq} + \frac{\sqrt{3}}{2} u_{sd} - \frac{1}{2} u_{sq} \right]. \quad (4.22)$$

Ecuațiile (4.15) ... (4.19), (4.21) și (4.22) formează sistemul de ecuații de stare pentru această etapă de funcționare.

În figura 4.9,  $b$  este reprezentat fazorul spațial de curent statoric  $i_s$  avînd în această etapă poziția fixă 1.

Această primă etapă a tactului unu se va sfîrși atunci cînd tensiunea  $u_{DPc}$ , datorită modificării tensiunilor pe condensatoare, devine pozitivă și

dioda  $D_{Fc}$  intră în conducție. Se va scrie teorema a II-a a lui Kirchhoff pentru bucla indicată cu puncte și se exprimă tensiunea pe diodă :

$$u_{DPc} = 2L_B \frac{d}{dt} i_d + u_{CPb} - u_{CPc} + u_{sa} - u_{sb}. \quad (4.23)$$

În membrul doi al ecuației (4.23) se vor face toate înlocuirile, pentru ca tensiunea pe diodă să fie exprimată cu componente  $d-q$  și se obține :

$$u_{DPc} = 2L_B \frac{d}{dt} i_{sd} + \sqrt{3} u_{CPq} + \frac{3}{2} u_{sd} - \frac{\sqrt{3}}{2} u_{sq} > 0, \quad (4.24)$$

care este condiția de sfârșit de etapă.

**4.2.2.2. Tactul 1, etapa 2.** Această etapă de funcționare este reprezentată în figura 4.10. Toate cele trei faze ale motorului sînt parcurse de curent : este vorba de etapa de suprapunerea fazelor  $b_s - c_s$  ale motorului. Întrucît curentul  $i_{sb}$  este în scădere, iar  $i_{sa}$  în creștere, fazorul spațial al curentului statoric  $i_s$ , se va deplasa din poziția 1 spre poziția 2 (v. fig. 4.10, *b*). Pentru această etapă este valabilă ecuația :

$$i_d = i_{sa} = -(i_{sb} + i_{sc}) = i_{sd}. \quad (4.25)$$

Pentru tensiunile pe condensatoare rămîn valabile ecuațiile (4.16) ... (4.19).

Fiind două bucle, se pot scrie două ecuații de tensiuni :

$$u_{red} = L_F \frac{di_d}{dt} + (2R_T + R_D)i_d - R_D i_{sc} + u_{sa} - u_{sc}, \quad (4.26)$$

$$u_{sc} - u_{sa} + u_{CPb} - u_{CPc} + R_D i_{sc} - 2L_B \frac{di_{sb}}{dt} = 0. \quad (4.27)$$

Înlocuind mărimile de fază cu componentele  $d-q$  ale fazorilor spațiali corespunzători, apoi exprimînd derivatele curenților se obțin :

$$\frac{d}{dt} i_{sd} = \frac{1}{L_F} \left[ u_{red} - \left( 2R_T + \frac{3}{2} R_D \right) i_{sd} - \frac{\sqrt{3}}{2} R_D i_{sq} - \frac{3}{2} u_{sd} - \frac{\sqrt{3}}{2} u_{sq} \right], \quad (4.28)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} i_{sq} = & \frac{1}{\sqrt{3} L_F} \left[ u_{red} - \left( 2R_T + \frac{3L_B + L_F}{2L_B} R_D \right) i_{sd} - \frac{\sqrt{3}}{2} \left( 1 + \frac{L_F}{L_B} \right) R_D i_{sq} + \right. \\ & \left. + \sqrt{3} \frac{L_F}{L_B} u_{CPq} - \frac{3}{2} u_{sd} - \sqrt{3} \left( \frac{1}{2} + \frac{L_F}{L_B} \right) u_{sq} \right]. \end{aligned} \quad (4.29)$$

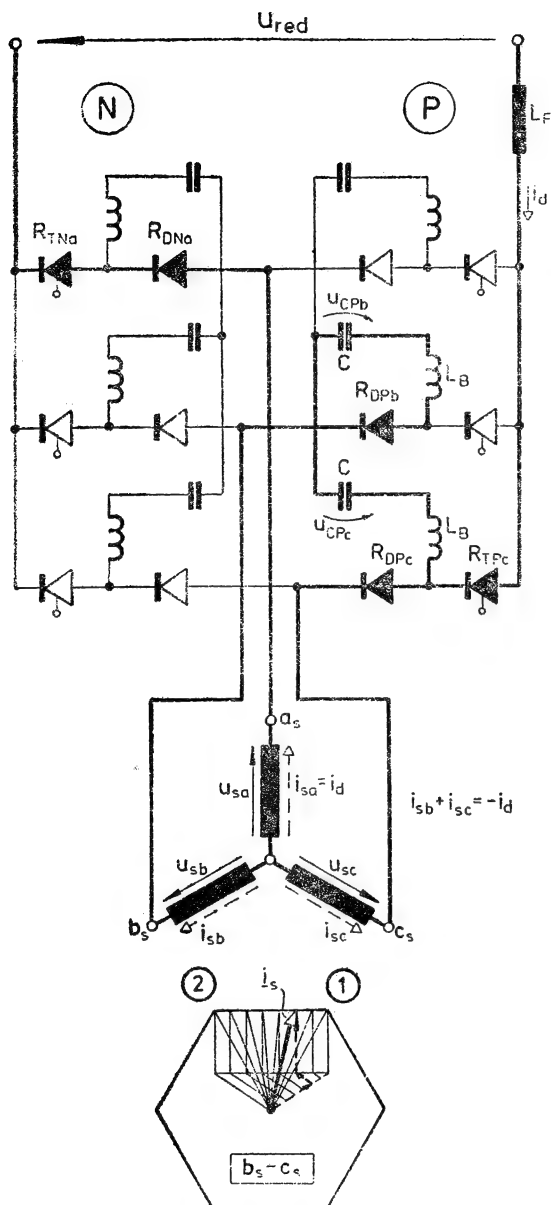


Fig. 4.10. Tactul întâi etapa de suprapunere a fazelor  $b_s - c_s$  din motor: intră în conducție dioda  $D_{PC}$ . Fazorul spațial de curent statoric se deplasează din poziția 1 în poziția 2.

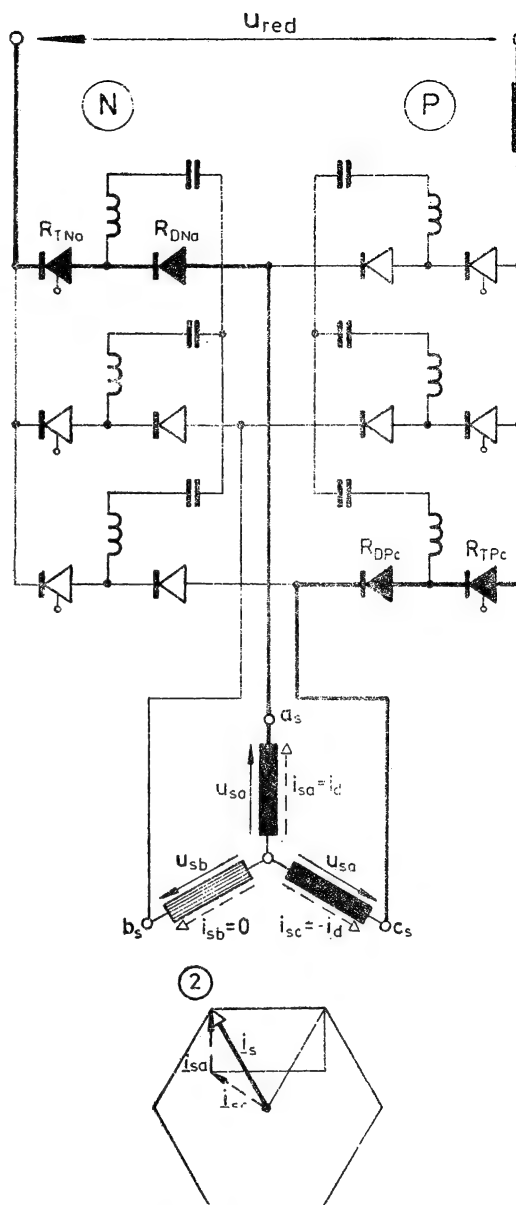


Fig. 4.11. Tactul întâi, etapa de funcționare cvasistaționară când fazorul spațial de curent statoric are poziția 2.

Această etapă se sfîrşeşte în momentul cînd curentul prin dioda  $D_{Pb}$ , scade la zero, adică :

$$i_{DPb} = -i_{sb} = \frac{1}{2} i_{sd} - \frac{\sqrt{3}}{2} i_{sq} \leq 0. \quad (4.30)$$

Această inegalitate este deci condiţia de sfîrşit de etapă.

**4.2.2.3. Tactul 1, etapa 3.** În această etapă de funcţionare de fapt nu au loc nici reîncărcări de condensatoare, nici comutaţia curentului de pe o fază pe alta în motor. S-ar putea denumi etapă staţionară dacă curentul prin circuitul intermediar ar fi constant. Această etapă de funcţionare este reprezentată în figura 4.11. Deoarece condensatoarele nu sînt parcurse de curent se poate scrie :

$$\frac{d}{dt} u_{CPd} = 0; \quad \frac{d}{dt} u_{CPq} = 0; \quad (4.31); (4.32)$$

$$\frac{d}{dt} u_{CNd} = 0; \quad \frac{d}{dt} u_{CNq} = 0. \quad (4.33); (4.34)$$

Asemănător etapei 1 se pot determina ecuaţiile :

$$\frac{d}{dt} i_{sd} = \frac{1}{L_F} \left[ u_{red} - \frac{3}{2} (R_d + R_D) i_{sd} - \frac{\sqrt{3}}{2} (R_T + R_D) i_{sq} - \frac{3}{2} u_{sd} - \frac{\sqrt{3}}{2} u_{sq} \right], \quad (4.35)$$

$$\frac{d}{dt} i_{sq} = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{d}{dt} i_{sd}, \quad (4.36)$$

ştiind că

$$i_d = i_{sa} = -i_{sc} = i_{sd}. \quad (4.37)$$

Sfîrşitul acestei etape şi a tactului 1 are loc cînd intră în conducţie tiristorul  $T_{Nb}$ .

Figurile 4.12 ... 4.26 reprezintă etapele tacturilor 2 ... 6. Notaţiile tacturilor şi etapelor corespund figurii generale 4.8.

Pentru etapele următoare se procedează asemănător ca la punctele 4.2.2.1 ... 4.2.2.3, pînă la sfîrşitul tactului al şaselea, după care sistemul de ecuaţii de stare se repetă.

Sistemul de ecuaţii de stare pentru cele  $3 \times 6 = 18$  etape se reprezintă cel mai simplu sub formă matriceală. Astfel, considerînd pentru toate variabilele de stare matrice de forma (A.3.16) din anexă :

$$[i_s]_{\mathbf{1}} = \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \end{bmatrix}; \quad [u_s]_{\mathbf{1}} = \begin{bmatrix} u_{sd} \\ u_{sq} \end{bmatrix}; \quad (4.38); (4.39)$$

$$[u_{CP}]_{\mathbf{1}} = \begin{bmatrix} u_{CPd} \\ u_{CPq} \end{bmatrix}; \quad [u_{CN}]_{\mathbf{1}} = \begin{bmatrix} u_{CNd} \\ u_{CNq} \end{bmatrix}; \quad (4.40); (4.41)$$

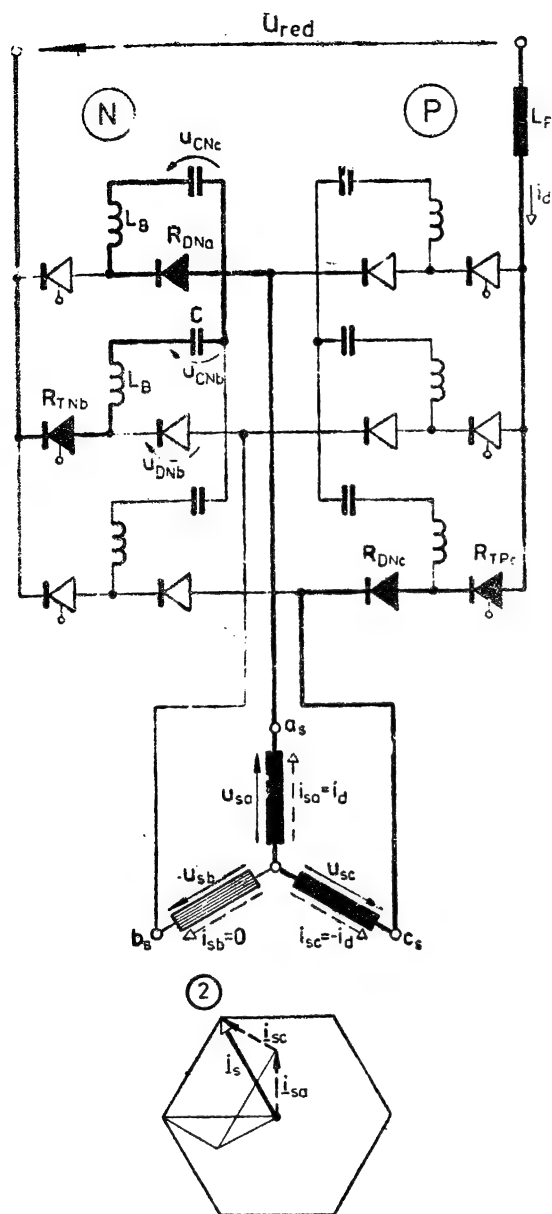


Fig. 4.12. Tactul al doilea, etapa de re-încărcare a condensatoarelor  $C_{Na}$  și  $C_{Nb}$  pe partea negativă a inverterului, în urma intrării în conducție a tiristorului  $T_{Nb}$ .

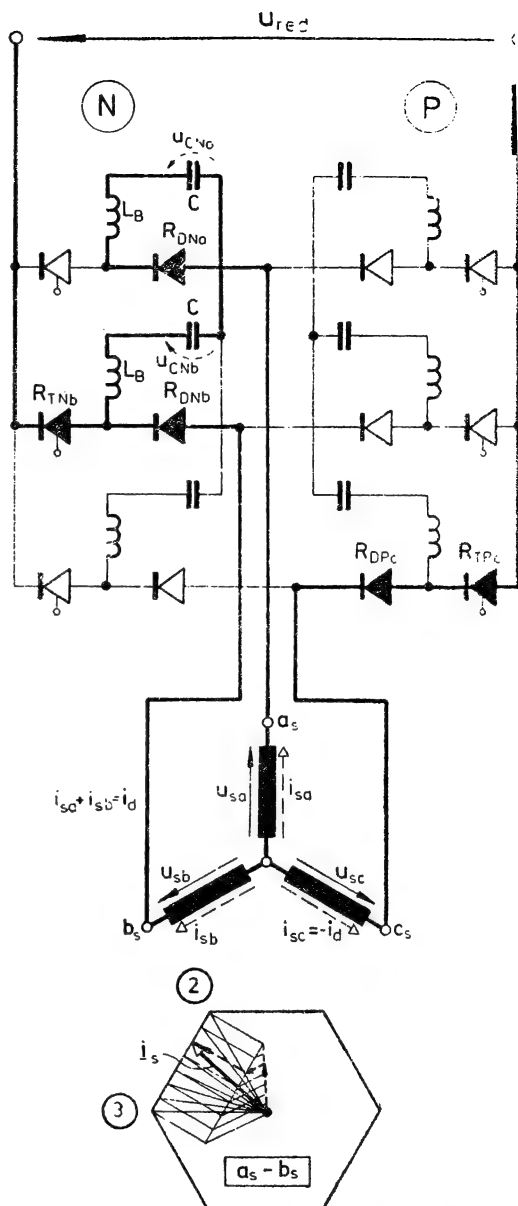


Fig. 4.13. Tactul al doilea, etapa de supra-punere a fazelor  $a_s$  și  $b_s$  din motor: intră în conducție dioda  $D_{Nb}$ , iar fazorul spațial de curent statoric se deplasează în poziția 3.

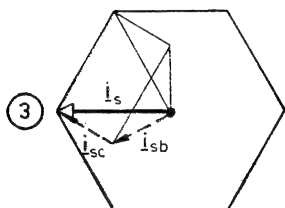
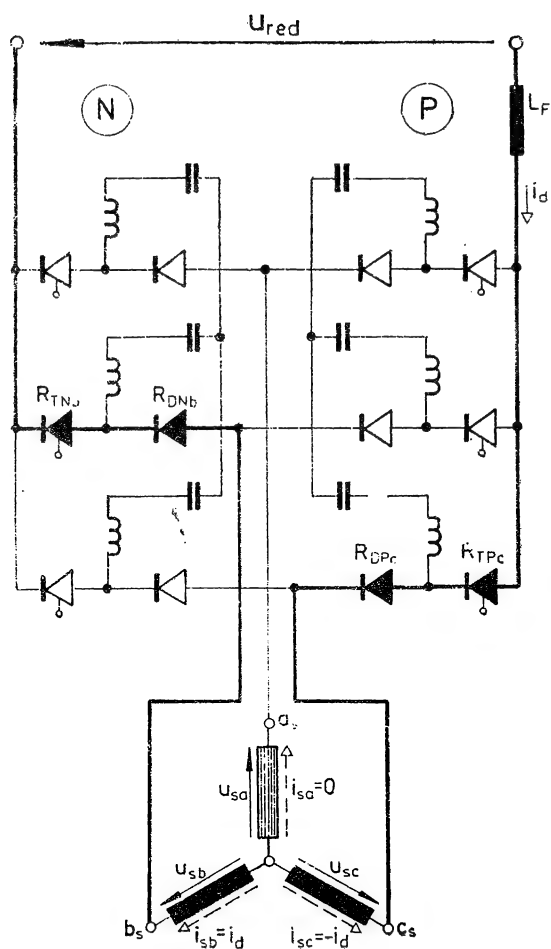


Fig. 4.14. Tactul al doilea, etapa de funcționare cvasistaționară când fazorul spațial de curent statoric are poziția 3.

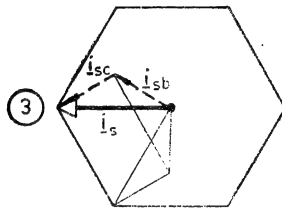
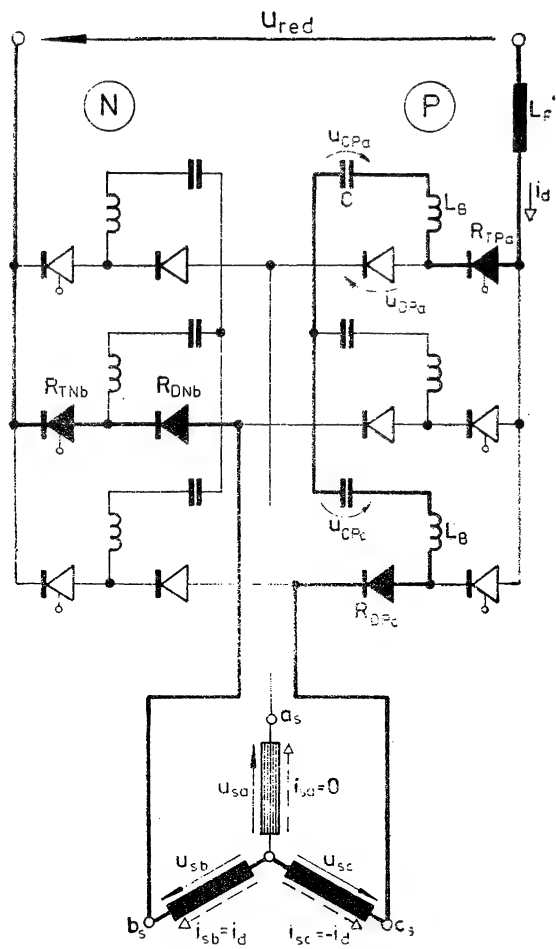
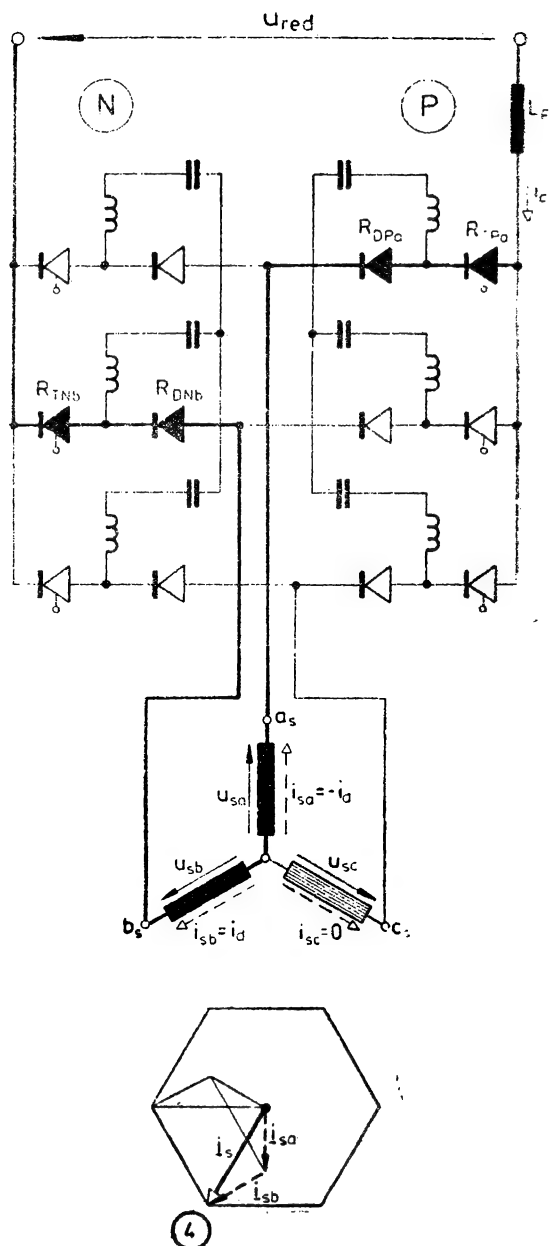
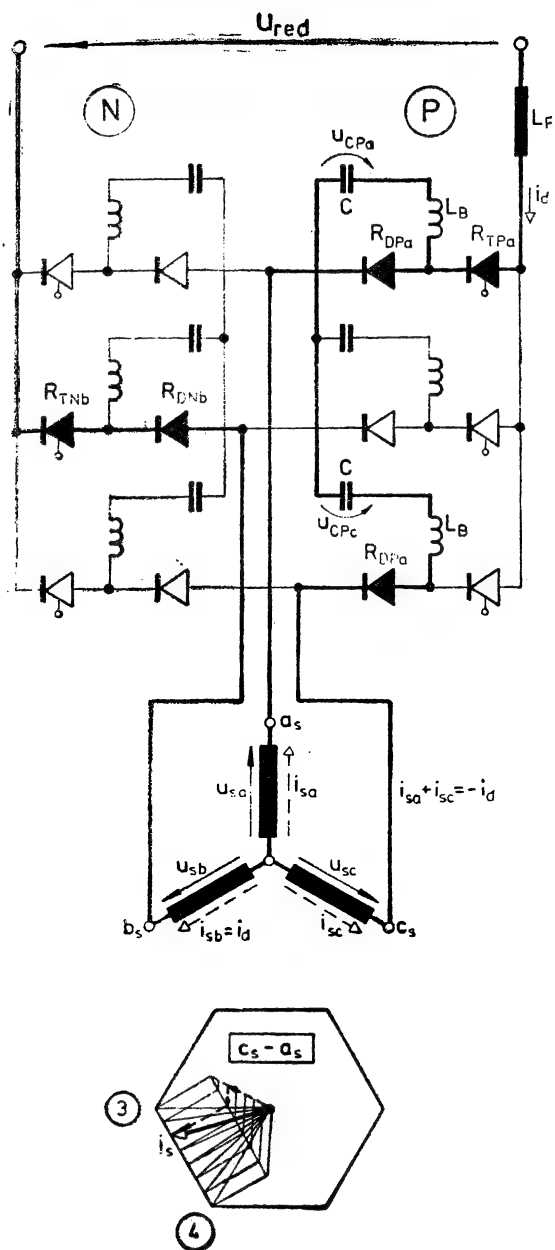
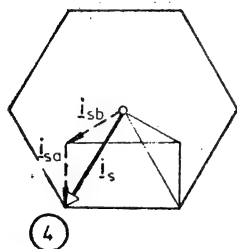
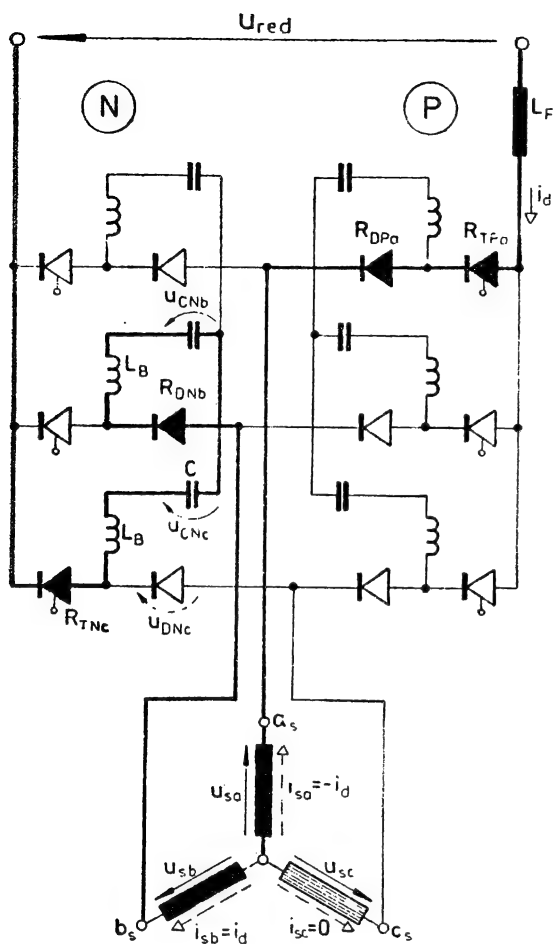


Fig. 4.15. Tactul al treilea, etapa de reîncărcare a condensatoarelor  $C_{Pc}$  și  $C_{Pa}$  pe partea pozitivă a inverterului, în urma intrării în conducție a tiristorului  $T_{Pa}$ .







**Fig. 4.18. Tactul al patrulea, etapa de reîncărcare a condensatoarelor  $C_{Nb}$  și  $C_{Nc}$  pe partea negativă a inverterului, în urma intrării în conducție a tiristorului  $T_{Nc}$ .**

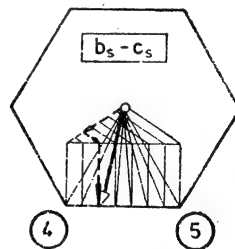
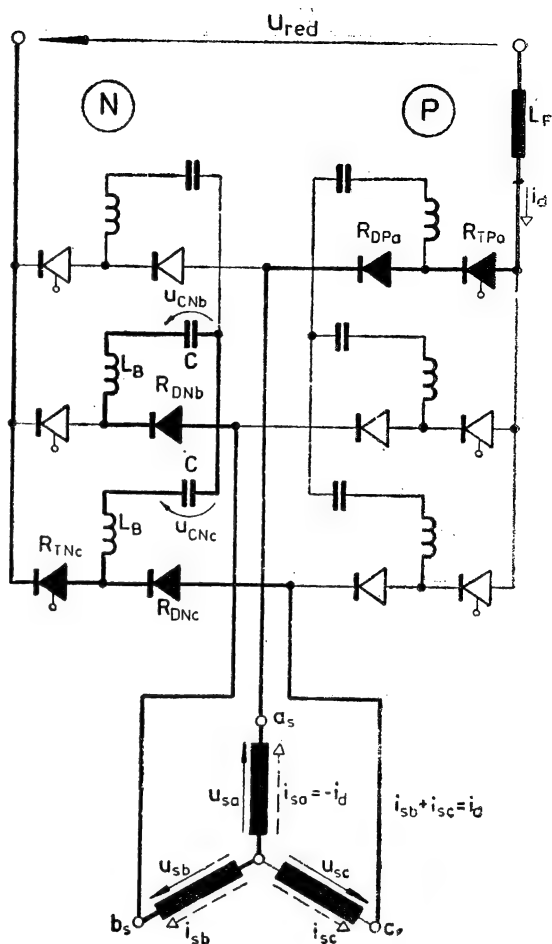
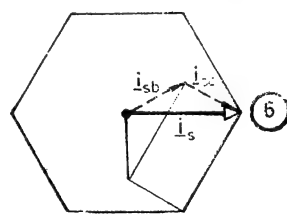
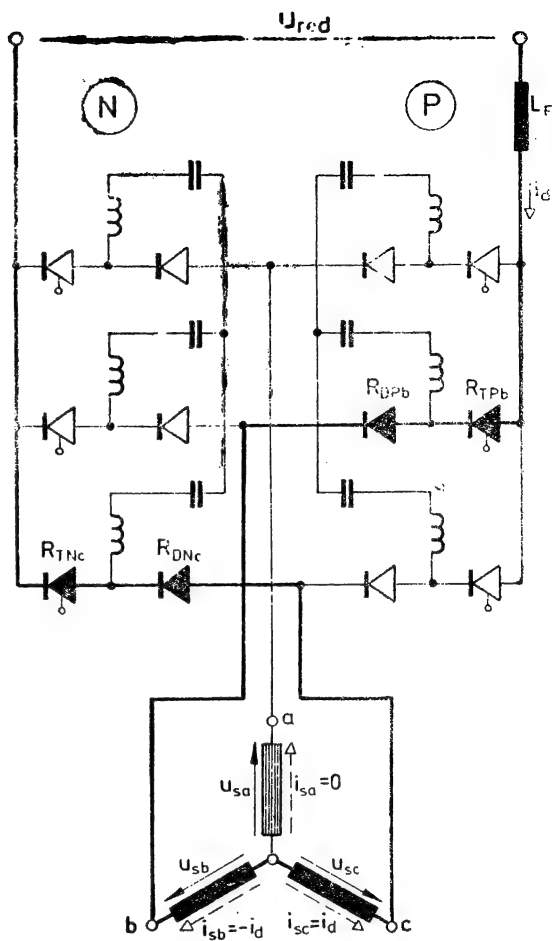
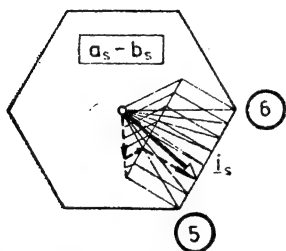
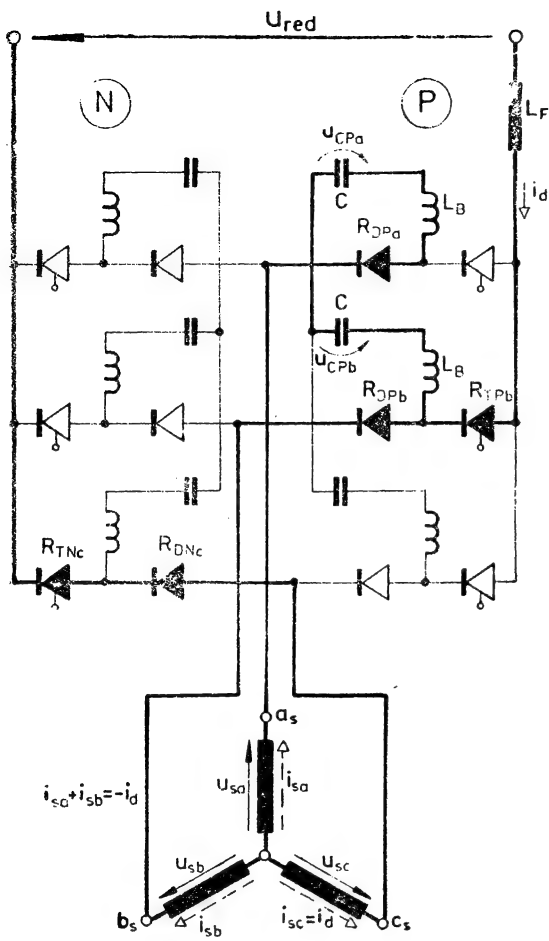
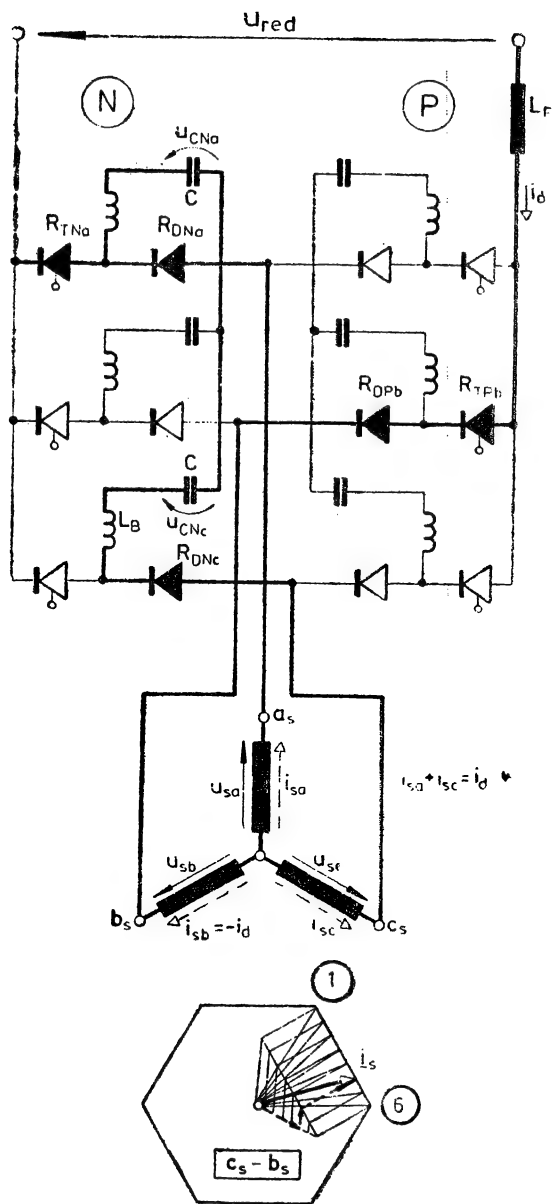
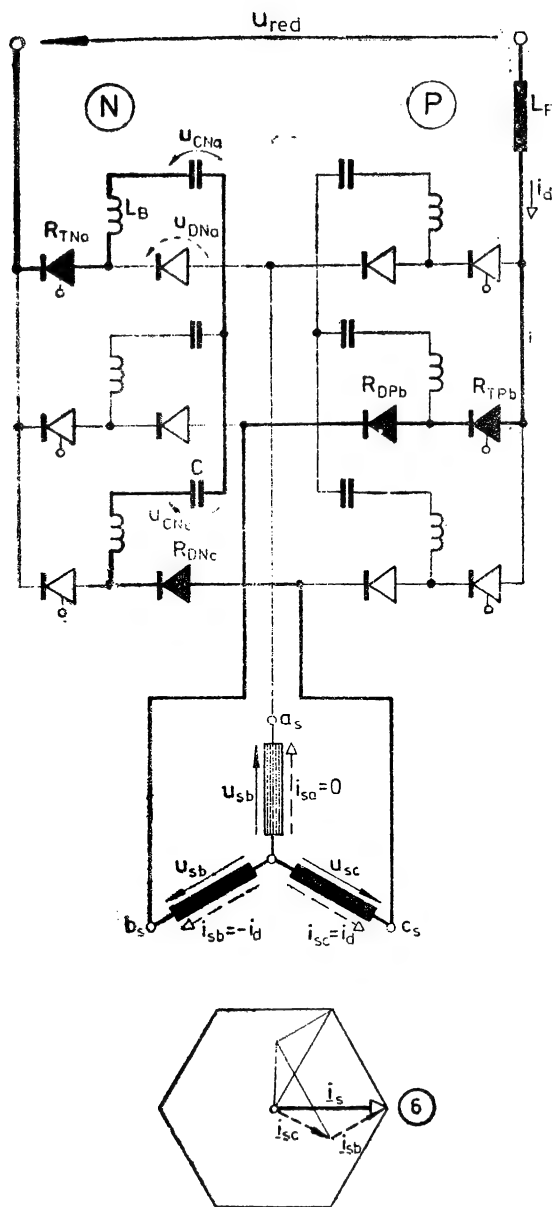


Fig. 4.19. Tactul al patrutea, etapa de suprapunere a fazelor  $b_s$  și  $c_s$  ale motorului: fazorul spațial de curent static se deplasează în poziția 5, în urma intrării în conducție a diodei  $D_{Nc}$ .







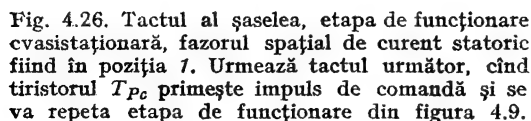


Fig. 4.26. Tactul al șaselea, etapa de funcționare cvasistaționară, fazorul spațial de curent statoric fiind în poziția 1. Urmează tactul următor, când tiristorul  $T_{Pc}$  primește impuls de comandă și se va repeta etapa de funcționare din figura 4.9.

Toate matricile de coeficienți  $[B]_i$  sînt matrice de linie cu două coloane, elementele acestora fiind trecute în tabelul 4.8.

Tabelul 4.7

Elementele matricelor  $[C_P]_{ij}$ ,  $[C_N]_{ij}$ 

$i \backslash j$		$[C_P]_{ij}$						$[C_N]_{ij}$					
		1		2		3		1		2		3	
1		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		$c/\sqrt{3}$	$-C$	$C\sqrt{3}$	$-C$	0	0	0	0	0	0	0	0
2		0	0	0	0	0	0	$-C$	0	$-C$	0	0	0
		0	0	0	0	0	0	$c/\sqrt{3}$	0	$c/\sqrt{3}$	0	0	0
3		$-\frac{C}{2}$	$-\frac{C\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{C}{2}$	$-\frac{C\sqrt{3}}{2}$	0	0	0	0	0	0	0	0
		$\frac{-C}{2\sqrt{3}}$	$\frac{C}{2}$	$\frac{-C}{2\sqrt{3}}$	$-\frac{C}{2}$	0	0	0	0	0	0	0	0
4		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		0	0	0	0	0	0	$c/\sqrt{3}$	$-C$	$c/\sqrt{3}$	$-C$	0	0
5		$-C$	0	$-C$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		$c/\sqrt{3}$	0	$c/\sqrt{3}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6		0	0	0	0	0	0	$-\frac{C}{2}$	$-\frac{C\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{C}{2}$	$-\frac{C\sqrt{3}}{2}$	0	0
		0	0	0	0	0	0	$\frac{-C}{2\sqrt{3}}$	$-\frac{C}{2}$	$\frac{-C}{2\sqrt{3}}$	$-\frac{C}{2}$	0	0

Tabelul 4.2

Elementele matricelor  $[L]_{ij}$ 

$i \backslash j$	1	2	8
1	$L_F + 2L_B$	0	$L_F$
	0	$-\sqrt{3}(L_F + 2L_B)$	$\sqrt{3}L_F$
2	$L_F + 2L_B$	0	$\frac{\sqrt{3}}{2}L_F$
	0	$\sqrt{3}(L_F + 2L_B)$	0
3	0	0	$L_F$
	0	$\frac{\sqrt{3}}{2}(L_F + 2L_B)$	$-\sqrt{3}L_F$
4	$L_F + 2L_B$	0	$L_F$
	0	$-\sqrt{3}(L_F + 2L_B)$	$\sqrt{3}L_F$
5	$L_F + 2L_B$	0	$\frac{\sqrt{3}}{2}L_F$
	0	$\sqrt{3}(L_F + 2L_B)$	0
6	0	0	$L_F$
	0	$\frac{\sqrt{3}}{2}(L_F + 2L_B)$	$-\sqrt{3}L_F$

Tabelul 4.3

Elementele matricelor  $[K_{red}]_{ij}$ 

$i \backslash j$	1	2	3
1	1	1	1
	1	1	1
2	1	0	1
	1	$-4 \frac{L_B}{L_F}$	0
3	0	-1	-1
	1	-1	-1
4	-1	-1	-1
	-1	-1	-1
5	-1	0	-1
	-1	$4 \frac{L_B}{L_F}$	0
6	0	1	1
	-1	1	1



Elementele matriceilor  $[R]_{ij}$ 

$i \backslash j$	1	2	3
1	$-\frac{3}{2}(R_T + R_D)$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}(R_T + R_D)$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}(R_T + R_D)$
	$-\frac{3}{2}(R_T + R_D)$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}(R_T + R_D)$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}(R_T + R_D)$
	$-\frac{3}{2}(R_T + R_D)$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}(R_T + R_D)$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}(R_T + R_D)$
2	$-\frac{3}{2}(R_T + R_D)$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}(R_T + R_D)$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}(R_T + R_D)$
	$-\frac{3}{2}(R_T + R_D)$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}(R_T + R_D)$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}(R_T + R_D)$
	$-\frac{3}{2}(R_T + R_D)$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}(R_T + R_D)$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}(R_T + R_D)$
3	$-\frac{3}{2}(R_T + R_D)$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}(R_T + R_D)$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}(R_T + R_D)$
	$-\frac{3}{2}(R_T + R_D)$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}(R_T + R_D)$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}(R_T + R_D)$
	$-\frac{3}{2}(R_T + R_D)$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}(R_T + R_D)$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}(R_T + R_D)$

Tabelul 4.4 (continuare)

$i \backslash j$	1	2		3		
4	$-\frac{3}{2}(R_T + R_D)$	$\frac{\sqrt{3}}{2}(R_T + R_D)$	$-2R_T - \frac{3}{2}R_D$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}R_D$	$-\frac{3}{2}(R_T + R_D)$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}(R_T + R_D)$
	$-\frac{3}{2}(R_T + R_D)$	$\frac{\sqrt{3}}{2}(R_T + R_D)$	$-2R_T - \frac{3}{2}R_D$	$-\sqrt{3}R_D\left(\frac{1}{2} + \frac{L_F}{L_B}\right)$	$-\frac{3}{2}(R_T + R_D)$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}(R_T + R_D)$
	$-\frac{3}{2}(R_T + R_D)$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}(R_T + R_D)$	$-\frac{3}{2}R_D$	$\frac{\sqrt{3}}{2}R_D$	0	0
5	$-\frac{3}{2}(R_T + R_D)$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}(R_T + R_D)$	$-\frac{3}{2}R_D + \frac{L_B}{L_F} \cdot R_T$	$\frac{\sqrt{3}}{2}R_D + 4\sqrt{3}\frac{L_B}{L_F}(R_T + R_D)$	0	$-\sqrt{3}(R_T + R_D)$
	0	0	$-R_T - \frac{3}{2}R_D\left(1 + \frac{L_F}{2L_B}\right)$	$\sqrt{3}R_T + \frac{\sqrt{3}}{2}R_D\left(1 - \frac{L_F}{2L_B}\right)$	$-\frac{3}{2}(R_T + R_D)$	$\sqrt{3}(R_T + R_D)$
6	0	$-\sqrt{3}(R_T + R_D)$	$-R_T - \frac{3}{2}R_D\left(1 - \frac{L_F}{2L_B}\right)$	$\sqrt{3}R_T + \frac{\sqrt{3}}{2}R_D\left(1 + \frac{L_F}{2L_B}\right)$	$-\frac{3}{2}(R_T + R_D)$	$\sqrt{3}(R_T + R_D)$
	0					

Tabelul 4.5

Elementele matricelor  $[K_U]_{ij}$ 

$i \backslash j$	1		2		3	
1	$-\frac{3}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
	$-\frac{3}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$-\sqrt{3} \left( \frac{1}{2} + \frac{L_F}{L_B} \right)$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
2	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	0	0
	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2} - 4\sqrt{3} \frac{L_B}{L_F}$	0	$-\sqrt{3}$
3	0	0	$-\frac{3}{2} \left( 1 + \frac{L_F}{2L_B} \right)$	$\frac{\sqrt{3}}{2} \left( 1 - \frac{L_F}{2L_B} \right)$	$-\frac{3}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
	0	$-\sqrt{3}$	$-\frac{3}{2} \left( 1 - \frac{L_F}{2L_B} \right)$	$\frac{\sqrt{3}}{2} \left( 1 + \frac{L_F}{2L_B} \right)$	$-\frac{3}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
4	$-\frac{3}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
	$-\frac{3}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$-\sqrt{3} \left( \frac{1}{2} + \frac{L_F}{L_B} \right)$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
5	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	0	0
	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2} - 4\sqrt{3} \frac{L_B}{L_F}$	0	$-\sqrt{3}$
6	0	0	$-\frac{3}{2} \left( 1 + \frac{L_F}{2L_B} \right)$	$\frac{\sqrt{3}}{2} \left( 1 - \frac{L_F}{2L_B} \right)$	$-\frac{3}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
	0	$-\sqrt{3}$	$-\frac{3}{2} \left( 1 - \frac{L_F}{2L_B} \right)$	$\frac{\sqrt{3}}{2} \left( 1 + \frac{L_F}{2L_B} \right)$	$-\frac{3}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$

Tabelul 4.6

Elementele matricelor  $[K_{CP}]_{ij}$ 

$i \backslash j$	1		2		3	
1	0	$-\sqrt{3}$	0	0	0	0
	0	$-\sqrt{3}$	0	$\sqrt{3} L_F/L_B$	0	0
2	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0
3	0	0	$3 L_F/4 L_B$	$\sqrt{3} L_F/4 L_B$	0	0
	3/2	$\sqrt{3}/2$	$-3 L_F/4 L_B$	$-\sqrt{3} L_F/4 L_B$	0	0
4	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0
5	3/2	$-\sqrt{3}/2$	3/2	$-\sqrt{3}/2$	0	0
	3/2	$-\sqrt{3}/2$	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0

Tabelul 4.7

Elementele matricelor  $[K_{CN}]_{ij}$ 

$i \backslash j$	1		2		3	
1	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0
2	3/2	$-\sqrt{3}/2$	3/2	$-\sqrt{3}/2$	0	0
	3/2	$-\sqrt{3}/2$	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0
4	0	$-\sqrt{3}$	0	0	0	0
	0	$-\sqrt{3}$	0	$\sqrt{3} L_F/L_B$	0	0
5	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0
6	0	0	$3 L_F/4 L_B$	$\sqrt{3} L_F/4 L_B$	0	0
	3/2	$\sqrt{3}/2$	$-3 L_F/4 L_B$	$-\sqrt{3} L_F/4 L_B$	0	0

Tabelul 4.8,a

Elementele matricelor  $[B_U]_i$ ,  $[B_I]_i$ 

$i$	$[B_U]_i$		$[B_I]_i$	
1	0	$-\sqrt{3}$	1/2	$-\sqrt{3}/2$
2	3/2	$-\sqrt{3}/2$	1	0
3	3/2	$\sqrt{3}/2$	1/2	$\sqrt{3}/2$
4	0	$\sqrt{3}$	-1/2	$\sqrt{3}/2$
5	-3/2	$\sqrt{3}/2$	-1	0
6	-3/2	$-\sqrt{3}/2$	-1/2	$-\sqrt{3}/2$

Tabelul 4.8,b

Elementele matricelor  $[B_{CP}]_i$ ,  $[B_{CN}]_i$ 

$i$	$[B_{CP}]_i$		$[B_{CN}]_i$	
1	0	$-\sqrt{3}$	0	0
2	0	0	3/2	$-\sqrt{3}/2$
3	-3/2	$-\sqrt{3}/2$	0	0
4	0	0	0	$-\sqrt{3}$
5	3/2	$-\sqrt{3}/2$	0	0
6	0	0	3/2	$\sqrt{3}/2$

#### 4.2.3. MODELAREA CIRCUITULUI INTERMEDIAR DE CURENT CONTINUU

Circuitul intermediar de curent continuu — care face legătura între redresor și inverter — este indicat în figura 4.6 și conține doar bobina  $L_F$  pentru netezirea curentului. Pentru acest circuit se poate scrie ecuația diferențială :

$$u_d = u_{red} - L_F \frac{d}{dt} i_d, \quad (4.47)$$

unde  $u_{red}$  este conform ecuațiilor (4.9) și (4.8.1) ... (4.8.6), iar  $i_d$  trebuie exprimat în funcție de curentul prin motor. Pentru fiecare etapă de funcționare se poate scrie o relație cum sînt (4.12.1), (4.25) și (4.37), astfel  $i_d$  se va înlocui sub formă matriceală :

$$[i_d]_{ij} = [F]_{ij} [i_s]_{\mathbf{1}}, \quad (4.48)$$

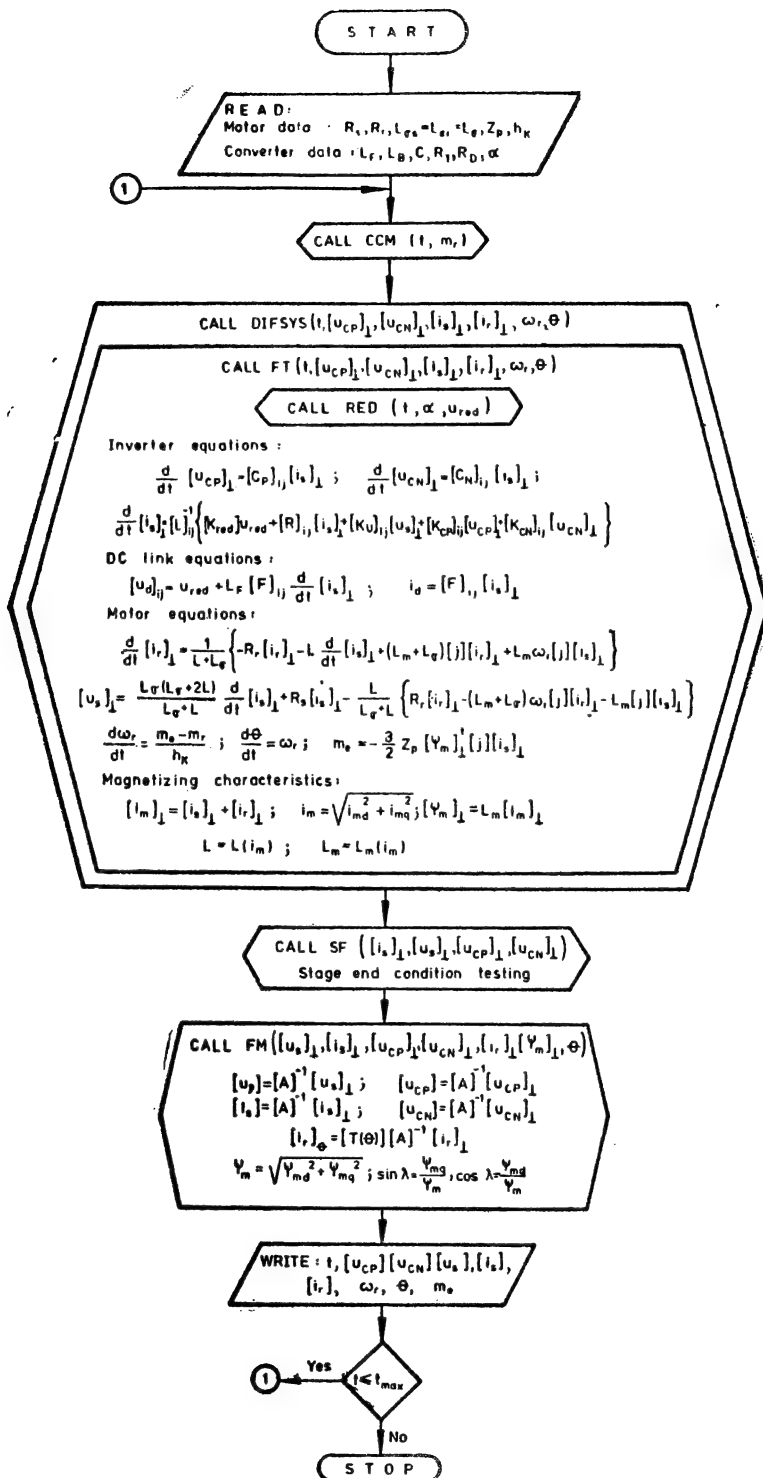


Fig. 4.27. Schema logică pentru simularea funcționării sistemului con-  
vertor de frecvență-motor.

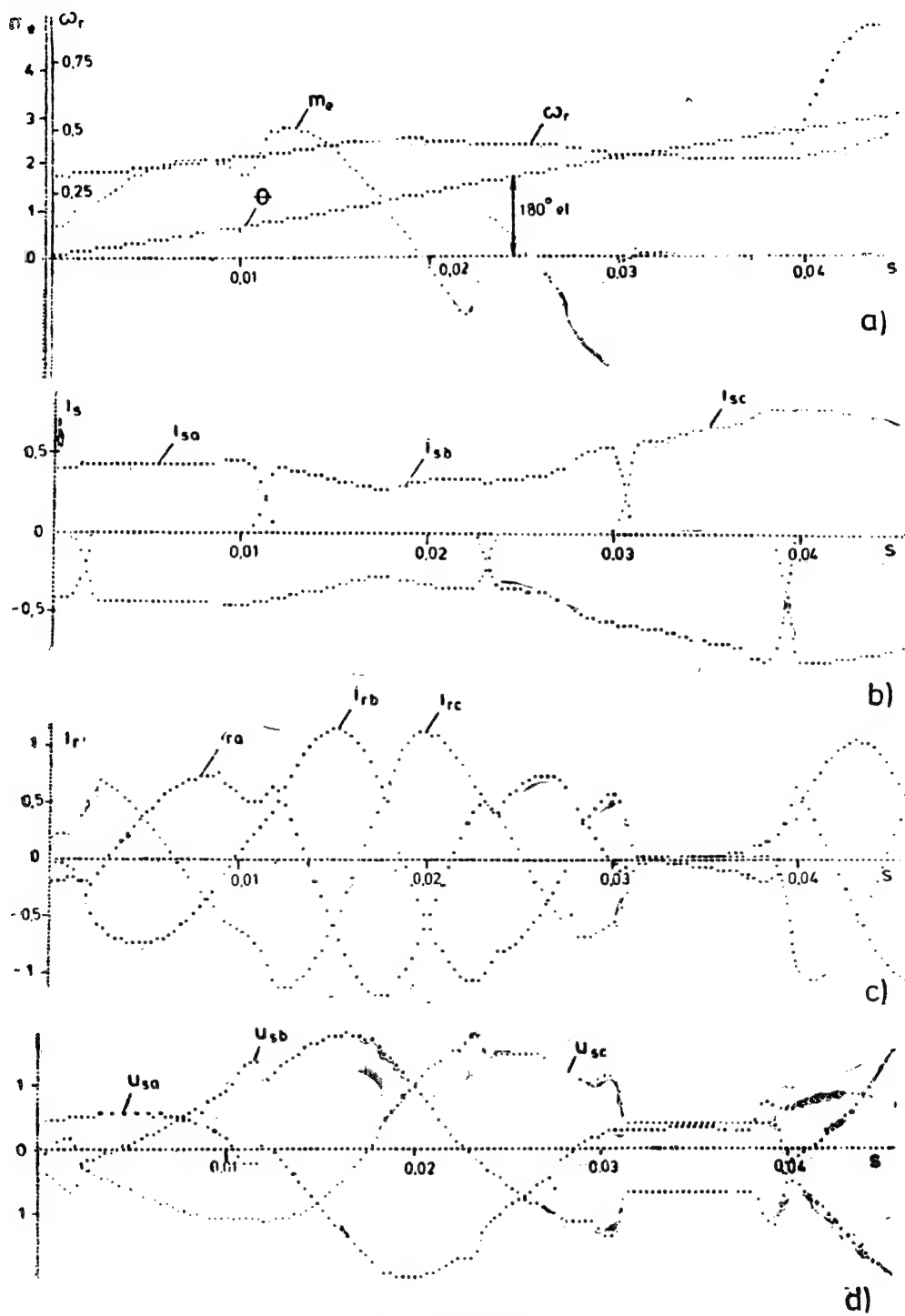


Fig. 4.28 a, b, c, d.

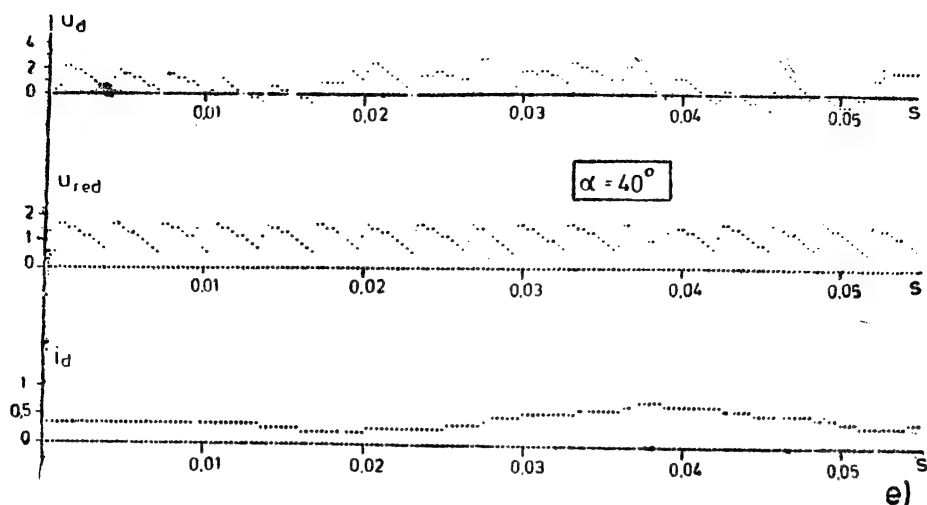


Fig. 4.28. Rezultatele simulării funcționării convertor de frecvență — motor asincron :  
*a* — cuplul electromagnetic ( $m_e$ ), viteza motorului ( $\omega$ ) și poziția unghiulară a rotorului ( $\theta$ );  
*b* — curenții prin fazele statorului; *c* — curenții prin fazele rotorului; *d* — tensiunile pe fazele statorice; *e* — tensiunea la intrare în inverter ( $u_d$ ), la ieșirea din redresor ( $u_{red}$ ) și curentul prin circuitul intermediar de c.c. ( $i_d$ ).

unde  $[i_d]_{ij}$  are un singur element, iar  $[F]_{ij}$  este o matrice de coeficienți sub formă de linie cu două coloane. Elementele acestei matrice sînt cuprinse în tabelul 4.9.

Tabelul 4.9

Elementele matricelor  $[F]_{ij}$

$i \backslash j$	1		2		3	
1	-1/2	$\sqrt{3}/2$	-1	0	-1/2	$-\sqrt{3}/2$
2	-1/2	$-\sqrt{3}/2$	-1/2	$-\sqrt{3}/2$	-1/2	$-\sqrt{3}/2$
3	-1/2	$-\sqrt{3}/2$	1/2	$-\sqrt{3}/2$	1	0
4	1	0	1	0	1	0
5	1	0	1/2	$\sqrt{3}/2$	-1/2	$\sqrt{3}/2$
6	-1/2	$\sqrt{3}/2$	-1/2	$\sqrt{3}/2$	-1/2	$\sqrt{3}/2$

Ecuția (4.47) sub formă matriceală va fi:

$$u_d = [u_d]_{ij} = u_{red} - L_F [F]_{ij} \frac{d}{dt} [i_s]_{\perp}, \quad (4.48)$$

unde matricea  $[u_d]_{ij}$  conține un singur element.



#### 4.2.4. SIMULAREA SISTEMULUI CONVERTOR-MOTOR

Ecuațiilor de stare ale invertorului și a circuitului intermediar de c.c. li se mai atașează sistemul de ecuații diferențiale ale motorului asincron care descrie orice regim de funcționare [8], [11]. Schema logică este reprezentată în figura 4.28. Integrând sistemul de ecuații diferențiale astfel obținut se obțin variațiile în timp ale mărimilor caracteristice în motor și convertor [10], redate în figura 4.28. Se poate observa comutația curentului  $i_d$  dintr-o fază în altă fază a motorului și influența funcționării motorului asupra curentului din circuitul intermediar.

## ANEXE

### A.1. DESCOMPUNEREA ÎN SERIE DE ARMONICE (SERIE FOURIER)

O funcție periodică :

$$g(t) = g(t + mT) ; m = \pm 1, \pm 2, \dots \quad (\text{A.1.1})$$

cu perioada  $T$  poate fi scrisă sub forma unei serii de armonice :

$$g(t) = G_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (G_{An} \cos n\omega t + G_{Bn} \sin n\omega t), \quad (\text{A.1.2})$$

unde

$$G_{An} = \frac{2}{T} \int_0^T g(t) \cos n\omega t dt ; \quad (\text{A.1.3})$$

$$G_{Bn} = \frac{2}{T} \int_0^T g(t) \sin n\omega t dt ; \quad (\text{A.1.4})$$

$$G_0 = \frac{1}{T} \int_0^T g(t) dt = G_{med}. \quad (\text{A.1.5})$$

$G_{An}$  și  $G_{Bn}$  sînt amplitudinile armonicilor de ordinul  $n$ , iar  $G_0$  este valoarea medie a funcției  $g(t)$ . Pulsația funcției periodice este

$$\omega = \frac{2\pi}{T}. \quad (\text{A.1.6})$$

Deseori se utilizează ca variabilă independentă unghiul, adică  $\omega t$ . Făcînd schimbarea de variabilă în relațiile (A.1.3) ... (A.1.5) se obțin :

$$G_{An} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} g(\omega t) \cos n\omega t \, d(\omega t) ; \quad (\text{A.1.7})$$

$$G_{Bn} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} g(\omega t) \sin n\omega t \, d(\omega t) ; \quad (\text{A.1.8})$$

$$G_0 = G_{med} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} g(\omega t) \, d(\omega t). \quad (\text{A.1.9})$$

Valoarea efectivă a armonicii de ordinul  $n$  este :

$$G_{n\,ef} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{G_{An}^2 + G_{Bn}^2}. \quad (\text{A.1.10})$$

Valoarea efectivă a funcției  $g$  :

$$G_{ef} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} g^2 \, d(\omega t)} = \sqrt{G_{med}^2 + \sum_{n=1}^{\infty} G_{n\,ef}^2}, \quad (\text{A.1.11})$$

din care se poate exprima valoarea efectivă a componentelor alternative :

$$G_{\sim} = \sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} G_{n\,ef}^2} = \sqrt{G_{ef}^2 - G_{med}^2}. \quad (\text{A.1.12})$$

Se definește *factorul de formă* ca raportul dintre valoarea efectivă și valoarea medie a funcției  $g$  :

$$k_f = \frac{G_{ef}}{G_{med}} \quad (\text{A.1.13})$$

și *factorul de ondulație*, ca raportul :

$$k_v = \frac{G_{\sim}}{G_{med}}, \quad (\text{A.1.14})$$

care mai poate fi scris :

$$k_v = \frac{\sqrt{G_{ef}^2 - G_{med}^2}}{G_{med}} = \sqrt{k_f^2 - 1}. \quad (\text{A.1.15})$$

*Reziduul deformant* al unei funcții periodice nesinusoidale este :

$$G_{rd} = \sqrt{G_{ef}^2 - G_{1\,ef}^2} = \sqrt{G_0^2 + \sum_{n=2}^{\infty} G_{n\,ef}^2}, \quad (\text{A.1.16})$$

unde  $G_{1\,ef}$  este valoarea efectivă a unei fundamentale (armonicii de ordinul 1).

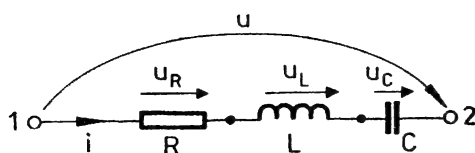


Fig. A.1. Sensuri de referință pentru curent și tensiuni într-o latură de circuit.

Factorul de distorsiune este definit de relația :

$$\delta = \frac{G_{rd}}{G_{ef}} = \sqrt{1 - \left( \frac{G_{1ef}}{G_{ef}} \right)^2}. \quad (\text{A.1.17})$$

Se consideră o latură de circuit, formată dintr-o rezistență, o bobină și un condensator în serie ca în figura A.1. Dacă tensiunea  $u$  este periodică și se cunoaște variația ei în timp, atunci, conform relației (A.1.2), se poate scrie :

$$u(t) = U_{med} + \sum_{n=1}^{\infty} (U_{An} \cos n\omega t + U_{Bn} \sin n\omega t). \quad (\text{A.1.18})$$

Amplitudinile de tensiune  $U_{An}$  și  $U_{Bn}$  se calculează cu relațiile (A.1.3) și (A.1.4) sau (A.1.7) și (A.1.8), unde  $g(t) = u(t)$ .

Curentul din latură va fi de forma :

$$i(t) = I_{med} + \sum_{n=1}^{\infty} [I_{An} \cos(n\omega t - \varphi_n) + I_{Bn} \sin(n\omega t - \varphi_n)], \quad (\text{A.1.19})$$

unde  $\varphi_n$  este defazajul armonicii de ordinul  $n$  al curentului și este :

$$\varphi_n = \arctg \frac{n\omega L - \frac{1}{n\omega C}}{R}. \quad (\text{A.1.20})$$

Amplitudinile de curent sînt :

$$I_{An} = \frac{U_{An}}{Z_n} \quad \text{și} \quad I_{Bn} = \frac{U_{Bn}}{Z_n}, \quad (\text{A.1.21})$$

unde  $Z_n$  este impedența laturii corespunzătoare armonicii de ordinul  $n$  al tensiunii de alimentare și este :

$$Z_n = \sqrt{R^2 + \left( n\omega L - \frac{1}{n\omega C} \right)^2} \quad (\text{A.1.22})$$

Pentru componenta continuă se poate scrie :

$$I_{med} = \frac{U_{med}}{R}, \quad (\text{A.1.23})$$

unde  $U_{med}$  se calculează cu relația (A.1.5) sau (A.1.9).

Pentru calculul valorii efective de ordinul  $n$ , atît pentru tensiune cît și pentru curent, se utilizează relația (A.1.10) și se obține :

$$U_{n\,ef} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{U_{An}^2 + U_{Bn}^2}; \quad (\text{A.1.24})$$

$$I_{n\,ef} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{I_{An}^2 + I_{Bn}^2}. \quad (\text{A.1.25})$$

Însumând cele două funcții armonice de același ordin, relațiile (A.1.18) și (A.1.19) devin :

$$u(t) = U_{med} + \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2} U_{n\ ef} \sin(n\omega t + \varphi_{un}) ; \quad (\text{A.1.26})$$

$$i(t) = I_{med} + \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2} I_{n\ ef} \sin(n\omega t + \varphi_{in}). \quad (\text{A.1.27})$$

Valoarea medie a *puterii active* a laturii de circuit din figura A.1 este :

$$P = U_{med} I_{med} + \sum_{n=1}^{\infty} U_{n\ ef} I_{n\ ef} \cos(\varphi_{in} - \varphi_{un}). \quad (\text{A.1.28})$$

*Puterea reactivă* a laturii este :

$$Q = \sum_{n=1}^{\infty} U_{n\ ef} I_{n\ ef} \sin(\varphi_{in} - \varphi_{un}). \quad (\text{A.1.29})$$

*Puterea aparentă* este :

$$S = U_{ef} I_{ef}, \quad (\text{A.1.30})$$

unde conform relației (A.1.11) :

$$U_{ef} = \sqrt{U_{med}^2 + \sum_{n=1}^{\infty} U_{n\ ef}^2}; \quad (\text{A.1.31})$$

$$I_{ef} = \sqrt{I_{med}^2 + \sum_{n=1}^{\infty} I_{n\ ef}^2}. \quad (\text{A.1.32})$$

*Puterea deformantă* este

$$D = \sqrt{S^2 - P^2 - Q^2} \quad (\text{A.1.33})$$

*Factorul de putere* a laturii este :

$$k_P = \frac{P}{S} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2 + D^2}}. \quad (\text{A.1.34})$$

*Factorul reactiv* este :

$$k_Q = \operatorname{tg} \varphi = \frac{Q}{P}. \quad (\text{A.1.35})$$

*Factorul deformant* este :

$$k_D = \operatorname{tg} \zeta = \frac{D}{\sqrt{P^2 + Q^2}}. \quad (\text{A.1.36})$$

Factorul de putere poate fi exprimat și cu relația :

$$k_P = \cos \varphi \cdot \cos \zeta, \quad (\text{A.1.37})$$

unde  $\cos \varphi$  și  $\cos \zeta$  rezultă din relațiile (A.1.35) și (A.1.36).

Puterea instantanee este :

$$p(t) = u(t)i(t), \quad (\text{A.1.38})$$

unde  $u(t)$  și  $i(t)$  sînt conform relațiilor (A.1.8), respectiv (A.1.9).

Pentru însumarea celor două funcții armonice de același ordin — necesare obținerii relațiilor (A.1.8) și (A.1.9) — sînt utile următoarele relații :

$$A \cos \omega t + B \sin \omega t = C \sin (\omega t + \gamma) = C \cos (\omega t - \gamma') ; \quad (\text{A.1.39})$$

$$-A \cos \omega t - B \sin \omega t = -C \sin (\omega t + \gamma) = -C \cos (\omega t - \gamma') ; \quad (\text{A.1.40})$$

$$-A \cos \omega t + B \sin \omega t = C \sin (\omega t - \gamma) = -C \cos (\omega t + \gamma') ; \quad (\text{A.1.41})$$

$$A \cos \omega t - B \sin \omega t = -C \sin (\omega t - \gamma) = C \cos (\omega t + \gamma') ; \quad (\text{A.1.42})$$

unde  $A$ ,  $B$  și  $C$  sînt pozitive și

$$C = \sqrt{A^2 + B^2}, \quad (\text{A.1.43})$$

$$\gamma = \operatorname{arctg} \frac{A}{B}, \quad (\text{A.1.44})$$

$$\gamma' = \operatorname{arctg} \frac{B}{A}. \quad (\text{A.1.45})$$

## A.2. REGIMUL TRANZITORIU ÎN CIRCUITUL RLC SERIE

Se consideră circuitul din figura A.1 alimentat cu tensiunea  $u$ . Se poate scrie echilibrul tensiunilor :

$$u(t) = u_R(t) + u_L(t) + u_C(t), \quad (\text{A.2.1})$$

unde

$$u_R(t) = Ri(t), \quad (\text{A.2.2})$$

$$u_L(t) = L \frac{di(t)}{dt}, \quad (\text{A.2.3})$$

$$u_C(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt. \quad (\text{A.2.4})$$

Înlocuind în (A.2.1) expresiile tensiunilor se obține ecuația :

$$Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} \int i(t) dt = u(t), \quad (\text{A.2.5})$$

care are soluția :

$$i(t) = i_f(t) + i_i(t), \quad (\text{A.2.6})$$

compusă dintr-o componentă forțată  $i_f(t)$  de regim *stabilizat* și una liberă  $i_i(t)$  adică *tranzitorie* :

Componenta tranzitorie este soluția ecuației (A.2.5) fără membrul doi :

Se definește *factorul de amortizare* :

$$\delta = \frac{R}{2L}, \quad (\text{A.2.7})$$

*pulsăția proprie* a circuitului :

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (\text{A.2.8})$$

și *pseudopulsăția* :

$$\omega_p = \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}. \quad (\text{A.2.9})$$

Componenta tranzitorie în regim aperiodic este

$$i_l(t) = e^{-\delta t} (k_1 e^{\omega_p t} + k_2 e^{-\omega_p t}), \quad (\text{A.2.10})$$

iar în regim oscilant :

$$i_l(t) = e^{-\delta t} (k'_1 \cos \omega_p t + k'_2 \sin \omega_p t), \quad (\text{A.2.11})$$

unde

$$\omega'_p = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}. \quad (\text{A.2.12})$$

Componenta forțată fiind cea de regim stabilizat, depinde de mărimea de forțare  $u(t)$ .

Regimul tranzitoriu este *aperiodic* dacă :

$$\omega_p^2 > 0, \text{ adică } \delta > \omega_0. \quad (\text{A.2.13})$$

În acest caz soluția ecuației (A.2.5) va fi :

$$i(t) = i_s(t) - \frac{\omega_0}{\omega_p} e^{-\delta t} \{ [i(0) - i_s(0)] \operatorname{sh}(\omega_p t - \alpha) + C \omega_0 [u_C(0) - u_{Cs}(0)] \operatorname{sh} \omega_p t \}, \quad (\text{A.2.14})$$

unde indicele  $s$  arată că este vorba de mărimea respectivă în regim stabilizat și

$$\operatorname{th} \alpha = \frac{\omega_p}{\delta}. \quad (\text{A.2.15})$$

Tensiunea la bornele condensatorului este :

$$u_C(t) = u_{Cs}(t) + \frac{\omega_0}{\omega_p} e^{-\delta t} \left\{ [u_C(0) - u_{Cs}(0)] \operatorname{sh}(\omega_p t + \alpha) + [i(0) - i_s(0)] \sqrt{\frac{L}{C}} \operatorname{sh} \omega_p t \right\}. \quad (\text{A.2.16})$$

Regimul tranzitoriu este *oscilant* dacă :

$$\omega_p^2 < 0, \text{ adică } \delta < \omega_0. \quad (\text{A.2.17})$$

În acest caz soluția ecuației (A.2.5) va avea forma :

$$i(t) = i_s(t) - \frac{\omega_0}{\omega_p'} e^{-\delta t} \{ [i(0) - i_s(0)] \sin(\omega_p' t - \alpha') + \\ + C \omega_0 [u_C(0) - u_{Cs}(0)] \sin \omega_p' t \}, \quad (\text{A.2.18})$$

unde

$$\operatorname{tg} \alpha' = \frac{\omega_p'}{\delta}. \quad (\text{A.2.19})$$

Tensiunea la bornele condensatorului este :

$$u_C(t) = u_{Cs}(t) + \frac{\omega_0}{\omega_p'} e^{-\delta t} \left\{ [u_C(0) - u_{Cs}(0)] \sin(\omega_p' t + \alpha') + \right. \\ \left. + [i(0) - i_s(0)] \sqrt{\frac{L}{C}} \sin \omega_p' t \right\}. \quad (\text{A.2.20})$$

Regimul tranzitoriu este *aperiodic critic* dacă :

$$\omega_p = 0 \text{ adică } \delta = \omega_0. \quad (\text{A.2.21})$$

În acest caz se obține :

$$i(t) = i_s(t) - e^{-\delta t} \left\{ -[i(0) - i_s(0)] + \left[ \frac{i(0) - i_s(0)}{\sqrt{LC}} + \frac{u_C(0) - u_{Cs}(0)}{L} \right] t \right\}; \quad (\text{A.2.22})$$

$$u_C(t) = u_{Cs}(t) + e^{-\delta t} \left\{ u_C(0) - u_{Cs}(0) + \left[ \frac{u_C(0) - u_{Cs}(0)}{\sqrt{LC}} + \frac{i(0) - i_s(0)}{C} \right] t \right\}. \quad (\text{A.2.23})$$

Tensiunea pe rezistență este proporțională cu curentul prin circuit conform relației (A.2.2). Tensiunea pe bobină este proporțională cu derivata curentului și se poate determina din relația (A.2.3) sau se poate exprima din ecuația (A.2.1).

Dacă tensiunea la bornele circuitului este *continuă*, adică

$$u(t) = U_d, \quad (\text{A.2.24})$$

atunci

$$i_s(t) = i_s(0) = 0, \quad (\text{A.2.25})$$

$$u_{Cs}(t) = u_{Cs}(0) = U_d. \quad (\text{A.2.26})$$



Dacă tensiunea la bornele circuitului este *sinusoidală* cu pulsația  $\omega$  și faza  $\gamma$ :

$$u(t) = U_{max} \sin(\omega t + \gamma), \quad (\text{A.2.27})$$

atunci curentul stabilizat este de asemenea sinusoidal, dar defazat față de tensiunea la borne:

$$i_s(t) = I_{max} \sin(\omega t + \gamma - \varphi) = \frac{U_{max}}{Z} \sin(\omega t + \gamma - \varphi), \quad (\text{A.2.28})$$

unde

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}, \quad (\text{A.2.29})$$

$$\varphi = \arctg \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}. \quad (\text{A.2.30})$$

Tensiunea pe condensator în regim stabilizat trebuie să fie:

$$u_{Cs}(t) = \frac{-I_{max}}{\omega C} \cos(\omega t + \gamma - \varphi). \quad (\text{A.2.31})$$

Valorile  $i_s(0)$  și  $u_{Cs}(0)$  se obțin prin înlocuirea  $t = 0$  în expresiile (A.2.28) și (A.2.31).

### A.3. FAZORI SPAȚIALI

Prin definiție, fazorul spațial al unui sistem trifazat de mărimi  $g_a$ ,  $g_b$  și  $g_c$  este:

$$\underline{g} = \frac{2}{3} (g_a + \underline{a}g_b + \underline{a}^2g_c), \quad (\text{A.3.1})$$

care în planul complex poate fi exprimat:

$$\underline{g} = g_d + jg_q. \quad (\text{A.3.2})$$

Aici  $j$  este versorul axei imaginare iar  $\underline{a}$  și  $\underline{a}^2$  sînt versori care rotesc axa reală cu unghiul  $2\pi/3$ , respectiv  $4\pi/3$ , deci:

$$\underline{a} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}; \quad (\text{A.3.3})$$

$$\underline{a}^2 = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}. \quad (\text{A.3.4})$$

Componentele fazorului spațial, după axele planului complex, pot fi exprimate cu mărimile instantanee de fază :

$$g_d = g_a - g_0, \quad (\text{A.3.5})$$

$$g_q = \frac{1}{\sqrt{3}} (g_b - g_c), \quad (\text{A.3.6})$$

unde  $g_0$  este componenta homopolară a sistemului trifazat de mărimi :

$$g_0 = \frac{1}{\sqrt{3}} (g_a + g_b + g_c). \quad (\text{A.3.7})$$

Dacă componenta homopolară este nulă, atunci mărimile de fază pot fi scrise :

$$g_a = g_d, \quad (\text{A.3.8})$$

$$g_b = -\frac{1}{2} g_d + \frac{\sqrt{3}}{2} g_q, \quad (\text{A.3.9})$$

$$g_c = -\frac{1}{2} g_d - \frac{\sqrt{3}}{2} g_q, \quad (\text{A.3.10})$$

iar dacă  $g_0 \neq 0$ , atunci :

$$g_a = g_d + g_0, \quad (\text{A.3.11})$$

$$g_b = -\frac{1}{2} g_d + \frac{\sqrt{3}}{2} g_q + g_0, \quad (\text{A.3.12})$$

$$g_c = -\frac{1}{2} g_d - \frac{\sqrt{3}}{2} g_q + g_0. \quad (\text{A.3.13})$$

Sub formă matriceală, un sistem trifazat de mărimi se poate scrie :

$$[g] = \begin{bmatrix} g_a \\ g_b \\ g_c \end{bmatrix}. \quad (\text{A.3.14})$$

și cu ajutorul componentelor din planul complex :

$$[g]_{\perp} = \begin{bmatrix} g_d \\ g_q \\ g_0 \end{bmatrix}. \quad (\text{A.3.15})$$

Dacă componenta homopolară este zero, atunci :

$$[g]_{\perp} = \begin{bmatrix} g_d \\ g_q \end{bmatrix}. \quad (\text{A.3.16})$$

Sensul fizic și proprietățile fazorilor spațiali sînt explicate detaliat în anexele lucrărilor [8] și [11].

# A.4. DATE DE CATALOG: DISPOZITIVE SEMICONDUCTOARE FABRICATE LA I.P.R.S. BĂNEASA, BUCUREȘTI

## LISTA SIMBOLURILOR UTILIZATE GLOSSARY OF USED ABBREVIATIONS

$C_{CB0}$	Capacitate colector-bază <i>Collector base capacitance</i>	$I_{FAV}$	Curent mediu în sens direct <i>Average forward current</i>
$C_{tot}$	Capacitate totală <i>Total capacitance</i>	$I_{FM}$	Curent maxim direct <i>Peak forward current</i>
$F$	Factor de zgomot <i>Noise figure</i>	$I_{FRM}$	Curent direct maxim repetitiv <i>Peak forward repetitive current</i>
$f$	Frecvență <i>Frequency</i>	$I_{FSM}$	Curent maxim direct accidental de suprasarcină <i>Peak forward surge current</i>
$f_0$	Frecvență de rezonanță <i>Resonance frequency</i>	$I_G$	Curent de poartă <i>Gate current</i>
$f_{Q1}$	Frecvență limită (pentru $Q=1$ ) <i>Limit frequency</i>	$I_{GT}$	Curent de poartă de amorsare <i>Gate triggering current</i>
$f_T$	Frecvență de tăiere <i>Cut-off frequency</i>	$I_0$	Curent mediu redresat <i>Mean forward current</i>
$h_{21E}$	Valoarea statică a amplificării în curent <i>DC current gain</i>	$I_R$	Curent invers <i>Reverse current</i>
$h_{21e}$	Valoarea dinamică a amplifi- cării în curent <i>Small signal current gain</i>	$I_T$	Curent continuu direct (tiristoare) <i>Forward current (thyristors)</i>
$I_C$	Curent de colector <i>Collector current</i>	$I_{TRM}$	Curent de vîrf în conducție (tiristoare) <i>Peak repetitive current (thyristors)</i>
$I_{CB0}$	Curent rezidual colector-bază <i>Collector cut-off current (open emitter)</i>	$I_{TSM}$	Curent de suprasarcină acci- dental în conducție (tiristoare) <i>Non repetitive surge on state peak current (thyristors)</i>
$I_d$	Curent mediu redresat în sarcină <i>Medium load current</i>	$I_Z$	Curent Zener <i>Zener current</i>
$I_F$	Curent direct <i>Forward current</i>	$L_s$	Inductanță serie <i>Series inductance</i>

$P_{tot}$	Putere totală <i>Total power dissipation</i>	$t_r$	Timp de creștere <i>Rise time</i>
$R_{AK}$	Rezistența anod-catod <i>Anode-cathode resistance</i>	$t_{rr}$	Timp de revenire inversă <i>Reverse recovery time</i>
$R_f$	Rezistența de sarcină <i>Lead resistance</i>	$t_s$	Timp de stocare <i>Storage time</i>
$R_{thj-a}$	Rezistența termică joncțiune-mediul ambiant <i>Thermal resistance junction-to-ambient</i>	$V_{PEset}$	Tensiune de saturație bază-emitor <i>Base-emitter saturation voltage</i>
$R_{thj-c}$	Rezistența termică joncțiune-capsulă <i>Thermal resistance junction-to-case</i>	$V_{CB0}$	Tensiune maximă colector-bază cu emitorul în gol <i>Collector-base voltage with emitter open</i>
$r_f$	Rezistența diodei în conducție <i>Forward resistance (diodes)</i>	$V_{CC}$	Tensiune de alimentare <i>Supply voltage</i>
$r_s$	Rezistența serie <i>Series resistance</i>	$V_{CE0}$	Tensiune maximă colector-emitor cu baza în gol <i>Collector-emitter voltage with base open</i>
$r_z$	Rezistența dinamică a diodei Zener <i>Dynamic Zener resistance</i>	$V_{CES}$	Tensiune maximă colector-emitor (emitor scurtcircuitat la bază) <i>Collector-emitter voltage (emitter short-circuited to base)</i>
$S$	Sensibilitate (fotodiode) <i>Sensitivity (photodiodes)</i>	$V_{EB0}$	Tensiune maximă emitor-bază cu colectorul în gol <i>Emitter-base voltage with collector open</i>
$T$	Temperatură <i>Temperature</i>	$V_F$	Tensiune în direct <i>Forward voltage</i>
$T_{amb}$	Temperatura mediului ambiant <i>Ambient temperature</i>	$V_{GT}$	Tensiune de poartă de amorsare <i>Gate trigger voltage</i>
$T_j$	Temperatura joncțiunii <i>Junction temperature</i>	$V_{GNT}$	Tensiune de poartă de neamorsare <i>Gate non-trigger voltage</i>
$T_{jmax}$	Temperatura maximă a joncțiunii <i>Maximum junction temperature</i>	$V_R$	Tensiune inversă <i>Reverse voltage</i>
$t_d$	Timp de întârziere <i>Delay time</i>	$V_{RM}$	Tensiune inversă maximă <i>Maximum reverse voltage</i>
$t_f$	Timp de cădere <i>Fall time</i>	$V_{RRM}$	Tensiune inversă repetitivă maximă <i>Peak repetitive reverse voltage</i>
$t_{an}$	Timp de intrare în conducție prin control de poartă (tiristoare) <i>Gate controlled turn-on time (thyristors)</i>		
$t_{off}$	Timp de dezamorsare controlată de circuit <i>Circuit controlled turn-off time</i>		

$V_{RSM}$	Tensiune inversă maximă accidentală <i>Peak reverse non-repetitive voltage</i>	$V_d$	Tensiune medie redresată <i>No load DC voltage</i>
$V_{RWM}$	Tensiune inversă maximă de lucru <i>Peak reverse work voltage</i>	$V_{ef}$	Valoarea efectivă a tensiunii medii redresate <i>RMS voltage value</i>
$V_{TM}$	Tensiune de vîrf în stare de conducție (tiristor) <i>Peak forward voltage (thyristors)</i>	$V_{in}$	Tensiune de intrare <i>Input voltage</i>
$V_Z$	Tensiune Zener <i>Zener voltage</i>	$V_{out}$	Tensiune de ieșire <i>Output voltage</i>
$V_a$	Tensiune de alimentare admisibilă (punți redresoare) <i>Peak input voltage (rectifier bridges)</i>	$\alpha_{VZ}$	Coefficientul de temperatură la tensiunii Zener <i>Temperature coefficient of <math>V_Z</math></i>
		$\Delta_f$	Deviația de frecvență <i>Frequency bandwidth</i>

## DIODE REDRESOARE CU SILICIU (NORMALE ȘI RAPIDE) SILICON RECTIFIER DIODES (NORMAL AND FAST RECOVERY)

Tip/Type	$I_F/T_{amb}$ [T <sub>case</sub> ]		$I_R/T_{amb}$ [T <sub>case</sub> ]		$V_{RRM} = V_R$	$I_{FRM}$	$I_{FSM}$ [10 ms]	$V_F/I_F$		$I_R/T_{amb}$ $V_{RRM}$ [T <sub>case</sub> ]		$t_{rr}$
	[A]	[°C]	[A]	[°C]				[V]	[A]	[mA]	[°C]	
0,4 A												
BA 157	0,5	25	0,4	25	400	2	15	1,5	0,4	0,005	25	300
BA 158	0,5	25	0,4	25	600	2	15	1,5	0,4	0,005	25	300
BA 159	0,5	25	0,4	25	1 000	2	15	1,5	0,4	0,005	25	300
BAX 157	0,5	25	0,4	25	400	2	15	0,97	0,4	0,005	25	400
BAX 158	0,5	25	0,4	25	600	2	15	0,97	0,4	0,005	25	400
BAX 159	0,5	25	0,4	25	1 000	2	15	0,97	0,4	0,005	25	400
DRR 104	0,5	25	0,4	25	100	2	15	1,5	0,4	0,1	100	1 000
DRR 204	0,5	25	0,4	25	200	2	15	1,5	0,4	0,1	100	1 000
DRR 404	0,5	25	0,4	25	400	2	15	1,5	0,4	0,1	100	1 000
DRR 604	0,5	25	0,4	25	600	2	15	1,5	0,4	0,1	100	1 000
DRR 114	0,5	25	0,4	25	1 000	2	15	1,5	0,4	0,1	100	1 000
0,75 A												
F 057	1	25	0,75	25	50	4	30	1	0,75	0,05	100	
F 087	1	25	0,75	25	80	4	30	1	0,75	0,05	100	
F 107	1	25	0,75	25	100	4	30	1	0,75	0,05	100	
F 207	1	25	0,75	25	400	4	30	1	0,75	0,05	100	
F 307	1	25	0,75	25	600	4	30	1	0,75	0,05	100	
F 407	1	25	0,75	25	800	4	30	1	0,75	0,05	100	

Tabel (continuare)

Tip/Type	$I_F/T_{amb}$ [T <sub>case</sub> ]		$I_o/T_{amb}$ [T <sub>case</sub> ]		$V_{RRM} = V_R$ [V]	$I_{FRM}$ [A]	$I_{FSM}$ [10 ms] [A]	$V_F/I_F$		$I_R/T_{amb}$ $V_{RRM}$ [T <sub>case</sub> ]		$t_{rr}$ [ns]
	[A]	[°C]	[A]	[°C]				[V]	[A]	[mA]	[°C]	
1 A												
1 N 4001	1,15	75	1	75	50	10	30	1,1	1	0,05	100	
1 N 4002	1,15	75	1	75	100	10	30	1,1	1	0,05	100	
1 N 4003	1,15	75	1	75	200	10	30	1,1	1	0,05	100	
1 N 4004	1,15	75	1	75	400	10	30	1,1	1	0,05	100	
1 N 4005	1,15	75	1	75	600	10	30	1,1	1	0,05	100	
1 N 4006	1,15	75	1	75	800	10	30	1,1	1	0,05	100	
1 N 4007	1,15	75	1	75	1 000	10	30	1,1	1	0,05	100	
EM 513	1,15	75	1	75	1 600	10	30	1,1	1	0,05	100	
2 A	2,4	25	2	25	100	6,5	70	1,2	2	1	150	
F 102	2,4	25	2	25	100	6,5	70	1,2	2	1	150	
F 202	2,4	25	2	25	200	6,5	70	1,2	2	1	150	
F 402	2,4	25	2	25	400	6,5	70	1,2	2	1	150	
F 602	2,4	25	2	25	600	6,5	70	1,2	2	1	150	
F 802	2,4	25	2	25	800	6,5	70	1,2	2	1	150	
F 112	2,4	25	2	25	1 000	6,5	70	1,2	2	1	150	
6 A												
6 DRR 1	6,5	(100)	6	(100)	100	20	75	1,4	6	0,015	25	350
6 DRR 2	6,5	(100)	6	(100)	200	20	75	1,4	6	0,015	25	350
6 DRR 3	6,5	(100)	6	(100)	300	20	75	1,4	6	0,015	25	350
6 DRR 4	6,5	(100)	6	(100)	400	20	75	1,4	6	0,015	25	350
6 SI 05(R)	6,8	(125)	6	(125)	50	20	160	1,2	20	3	(125)	
6 SI 1 (R)	6,8	(125)	6	(125)	100	20	160	1,2	20	3	(125)	
6 SI 2 (R)	6,8	(125)	6	(125)	200	20	160	1,2	20	3	(125)	
6 SI 3 (R)	6,8	(125)	6	(125)	300	20	160	1,2	20	3	(125)	
6 SI 4 (R)	6,8	(125)	6	(125)	400	20	160	1,2	20	3	(125)	
6 SI 5 (R)	6,8	(125)	6	(125)	500	20	160	1,2	20	3	(125)	
6 SI 6 (R)	6,8	(125)	6	(125)	600	20	160	1,2	20	3	(125)	
6 SI 8 (R)	6,8	(125)	6	(125)	800	20	160	1,2	20	3	(125)	
6 SI 10(R)	6,8	(125)	6	(125)	1 000	20	160	1,2	20	3	(125)	
6 SI 12(R)	6,8	(125)	6	(125)	1 200	20	160	1,2	20	3	(125)	
6 SI 15(R)	6,8	(125)	6	(125)	1 500	20	160	1,2	20	3	(125)	
10 A												
10 SI 05(R)	11	(125)	10	(125)	50	35	230	1,2	35	3	(125)	
10 SI 1 (R)	11	(125)	10	(125)	100	35	230	1,2	35	3	(125)	
10 SI 2 (R)	11	(125)	10	(125)	200	35	230	1,2	35	3	(125)	
10 SI 3 (R)	11	(125)	10	(125)	300	35	230	1,2	35	3	(125)	
10 SI 4 (R)	11	(125)	10	(125)	400	35	230	1,2	35	3	(125)	
10 SI 5 (R)	11	(125)	10	(125)	500	35	230	1,2	35	3	(125)	
10 SI 6 (R)	11	(125)	10	(125)	600	35	230	1,2	35	3	(125)	

Tabel (continuare)

Tip/Type	$I_F/T_{amb}$ [T <sub>oase</sub> ]		$I_o/T_{amb}$ [T <sub>case</sub> ]		$V_{RRM} = V_R$	$I_{FRM}$	$I_{FSM}$	$V_F/I_F$		$I_R/T_{amb}$ $V_{RRM}[T_{cese}]$		$t_{rr}$
	[A]	[C°]	[A]	[C°]				[V]	[A]	[mA]	[°C]	
60 A												
KS 1060 (R)	70	(110)	60	(110)	100	200	1 500	1,2	190	5	(125)	
KS 4060 (R)	70	(110)	60	(110)	400	200	1 500	1,2	190	5	(125)	
KS 6060 (R)	70	(110)	60	(110)	600	200	1 500	1,2	190	5	(125)	
KS 1160 (R)	70	(110)	60	(110)	1 000	200	1 500	1,2	190	5	(125)	
90 A												
KU 290 (R)	110	(90)	90	(90)	200	275	1 800	1,33	275	20	(150)	
KU 490 (R)	110	(90)	90	(90)	400	275	1 800	1,33	275	20	(150)	
KU 890 (R)	110	(90)	90	(90)	600	275	1 800	1,33	275	20	(150)	
KU 1090 (R)	110	(90)	90	(90)	1 000	275	1 800	1,33	275	20	(150)	
KU 1290 (R)	110	(90)	90	(90)	1 200	275	1 800	1,33	275	20	(150)	
KU 1490 (R)	110	(90)	90	(90)	1 400	275	1 800	1,33	275	20	(150)	
200 A												
TU 21 (R)	240	(110)	200	(110)	200	650	3 800	1,4	650	4	(125)	
TU 22 (R)	240	(110)	200	(110)	400	650	3 800	1,4	650	4	(125)	
TU 23 (R)	240	(110)	200	(110)	800	650	3 800	1,4	650	4	(125)	
TU 24 (R)	240	(110)	200	(110)	1 000	650	3 800	1,4	650	4	(125)	
TU 25 (R)	240	(110)	200	(110)	1 200	650	3 800	1,4	650	4	(125)	
TU 28 (R)	240	(110)	200	(110)	1 300	650	3 800	1,4	650	4	(125)	
TU 29 (R)	240	(110)	200	(110)	1 800	650	3 800	1,4	650	4	(125)	
300 A												
TU 31 (R)	350	(100)	300	(100)	200	1 000	5 000	1,4	1 100	4	(125)	
TU 32 (R)	350	(100)	300	(100)	400	1 000	5 000	1,4	1 100	4	(125)	
TU 32 (R)	350	(100)	300	(100)	800	1 000	5 000	1,4	1 100	4	(125)	
TU 34 (R)	350	(100)	300	(100)	1 000	1 000	5 000	1,4	1 100	4	(125)	
TU 35 (R)	350	(100)	300	(100)	1 200	1 000	5 000	1,4	1 100	4	(125)	
350 A												
TU 38 (R)	400	100	350	100	1 300	1 100	5 500	1,4	1 100	6	(150)	
TU 39 (R)	400	100	350	100	1 800	1 100	5 500	1,4	1 100	6	(150)	

## DIODE REDRESOARE CU GERMANIU RECTIFIER GERMANIUM DIODES

Tip/Type	$V_{RRM}$ [V]	$I_{FM}$ [A]	$V_F$ [V]	$I_{FAV}$ [A]
EFR 135	100	15	0,7	0,8
EFR 135 A	100	15	0,7	4
EFR 135 B	100	15	0,7	6,5
EFR 136	50	15	0,7	1,2
EFR 136 A	50	15	0,7	5
EFR 136 B	50	15	0,7	7

# TRISTOARE THYRISTORS

Tip/Type	Valori limită absolute Maximum ratings					Caracteristici electrice Electrical characteristics								
	$V_{RRM} = V_{DRM}$ [V]		$I_{T0}$ [A]		$I_{TRM}$ [A]	$T_{TSM}$ [10 ms]	$P_{Gmax}$ [W]	$V_{GT}$ [V]	$I_{GT}$ [mA]	$t_{on}$ [μs]	$t_g$ [μs]	$\frac{dV}{dt}$ [V/μs]		$\frac{dI}{dt}$ [A/μs]
	$t_c$ [°C]	$t_c$ [°C]	$t_c$ [°C]	$\alpha$ [°]										
1 A														
T 1 N-05	50	125	1	3	100	15	0,1	3	10	2,5	50	50	125	10
T 1 N-1	100	125	1	3	100	15	0,1	3	10	2,5	50	50	125	10
T 1 N-2	200	125	1	3	100	15	0,1	3	10	2,5	50	50	125	10
T 1 N-3	300	125	1	3	100	15	0,1	3	10	2,5	50	50	125	10
T 1 N-4	400	125	1	3	100	15	0,1	3	10	2,5	50	50	125	10
T 1 N-5	500	125	1	3	100	15	0,1	3	10	2,5	50	50	125	10
T 1 N-6	600	125	1	3	100	15	0,1	3	10	2,5	50	50	125	10
T 1 N-7	700	125	1	3	100	15	0,1	3	10	2,5	50	50	125	10
T 1 N-8	800	125	1	3	100	15	0,1	3	10	2,5	50	50	125	10
T 1 R-05	50	125	1	3	100	15	0,1	3	10	2,5	50	50	125	10
T 1 R-1	100	125	1	3	100	15	0,1	3	10	2,5	50	50	125	10
T 1 R-2	200	125	1	3	100	15	0,1	3	10	2,5	50	50	125	10
T 1 R-3	300	125	1	3	100	15	0,1	3	10	2,5	50	50	125	10
T 1 R-4	300	125	1	3	100	15	0,1	3	10	2,5	50	50	125	10
T 1 R-5	500	125	1	3	100	15	0,1	3	10	2,5	50	50	125	10
T 1 R-6	600	125	1	3	100	15	0,1	3	10	2,5	50	50	125	10
T 1 R-7	700	125	1	3	100	15	0,1	3	10	2,5	50	50	125	10
T 1 R-8	800	125	1	3	100	15	0,1	3	10	2,5	50	50	125	10
3 A														
T 3 N-05	50	125	3	10	100	50	0,5	3	40	2,5	50	50	125	20
T 3 N-1	100	125	3	10	100	50	0,5	3	40	2,5	50	50	125	20
T 3 N-2	200	125	3	10	100	50	0,5	3	40	2,5	50	50	125	20
T 3 N-3	300	125	3	10	100	50	0,5	3	40	2,5	50	50	125	20
T 3 N-4	400	125	3	10	100	50	0,5	3	40	2,5	50	50	125	20
T 3 N-5	500	125	3	10	100	50	0,5	3	40	2,5	50	50	125	20
T 3 N-6	600	125	3	10	100	50	0,5	3	40	2,5	50	50	125	20
T 3 N-7	700	125	3	10	100	50	0,5	3	40	2,5	50	50	125	20
T 3 N-8	800	125	3	10	100	50	0,5	3	40	2,5	50	50	125	20
T 3 R-05	50	125	3	10	100	50	0,5	3	40	2,5	50	50	125	20



T 3 R-1	100	125	3	100	10	100	180	50	0,5	3	50	2,5	10	50	125	20
T 3 R-2	200	125	3	100	10	100	180	50	0,5	3	50	2,5	10	50	125	20
T 3 R-3	300	125	3	100	10	100	180	50	0,5	3	50	2,5	10	50	125	20
T 3 R-4	400	125	3	100	10	100	180	50	0,5	3	50	2,5	10	50	125	20
T 3 R-5	500	125	3	100	10	100	180	50	0,5	3	50	2,5	10	50	125	20
T 3 R-6	600	125	3	100	10	100	180	50	0,5	3	50	2,5	10	50	125	20
T 3 R-7	700	125	3	100	10	100	180	50	0,5	3	50	2,5	10	50	125	20
T 3 R-8	800	125	3	100	10	100	180	50	0,5	3	50	2,5	10	50	125	20
16 A																
T 16 N-05	50	125	16	100	50	100	180	200	1,5	3	50	2,5	100	50	125	20
T 16 N-1	100	125	16	100	50	100	180	200	1,5	3	50	2,5	100	50	125	20
T 16 N-2	200	125	16	100	50	100	180	200	1,5	3	50	2,5	100	50	125	20
T 16 N-3	300	125	16	100	50	100	180	200	1,5	3	50	2,5	100	50	125	20
T 16 N-4	400	125	16	100	50	100	180	200	1,5	3	50	2,5	100	50	125	20
T 16 N-5	500	125	16	100	50	100	180	200	1,5	3	50	2,5	100	50	125	20
T 16 N-6	600	125	16	100	50	100	180	200	1,5	3	50	2,5	100	50	125	20
T 16 N-7	700	125	16	100	50	100	180	200	1,5	3	50	2,5	100	50	125	20
T 16 N-8	800	125	16	100	50	100	180	200	1,5	3	50	2,5	100	50	125	20
T 16 R-05	50	125	16	100	50	100	180	200	1,5	3	60	2,5	20	50	125	20
T 16 R-1	100	125	16	100	50	100	180	200	1,5	3	60	2,5	20	50	125	20
T 16 R-2	200	125	16	100	50	100	180	200	1,5	3	60	2,5	20	50	125	20
T 16 R-3	300	125	16	100	50	100	180	200	1,5	3	60	2,5	20	50	125	20
T 16 R-4	400	125	16	100	50	100	180	200	1,5	3	60	2,5	20	50	125	20
T 16 R-5	500	125	16	100	50	100	180	200	1,5	3	60	2,5	20	50	125	20
T 16 R-6	600	125	16	100	50	100	180	200	1,5	3	60	2,5	20	50	125	20
T 16 R-7	700	125	16	100	50	100	180	200	1,5	3	60	2,5	20	50	125	20
T 16 R-8	800	125	16	100	50	100	180	200	1,5	3	60	2,5	20	50	125	20
25 A																
T 25 N-05	50	125	25	100	70	100	180	250	1,5	3	50	2,5	20	50	125	20
T 25 N-1	100	125	25	100	70	100	180	250	1,5	3	50	2,5	100	50	125	20
T 25 N-2	200	125	25	100	70	100	180	250	1,5	3	50	2,5	100	50	125	20
T 25 N-3	300	125	25	100	70	100	180	250	1,5	3	50	2,5	100	50	125	20
T 25 N-4	400	125	25	100	70	100	180	250	1,5	3	50	2,5	100	50	125	20
T 25 N-5	500	125	25	100	70	100	180	250	1,5	3	50	2,5	100	50	125	20
T 25 N-6	600	125	25	100	70	100	180	250	1,5	3	50	2,5	100	50	125	20
T 25 N-7	700	125	25	100	70	100	180	250	1,5	3	50	2,5	100	50	125	20
T 25 N-8	800	125	25	100	70	100	180	250	1,5	3	50	2,5	100	50	125	20
T 25 R-05	50	125	25	100	70	100	180	250	1,5	3	60	2,5	100	50	125	20
T 25 R-1	100	125	25	100	70	100	180	250	1,5	3	60	2,5	20	50	125	20
T 25 R-2	200	125	25	100	70	100	180	250	1,5	3	60	2,5	20	50	125	20
T 25 R-3	300	125	25	100	70	100	180	250	1,5	3	60	2,5	20	50	125	20
T 25 R-4	400	125	25	100	70	100	180	250	1,5	3	60	2,5	20	50	125	20

Tabel (continua)

Tip/Type	Valori limită absolute Maximum ratings						Caracteristici electrice Electrical characteristics								
	$V_{RRM} = V_{DRM}$		$I_{T0}$	$I_{TRM}$		$I_{TSM}$ (10 ms)	$P_{Gmax}$	$V_{GT}$	$I_{GT}$	$t_{on}$	$t_q$	$dV/dt$	$dI/dt$		
	[V]	$t_c$ [°C]	[A]	$t_c$ [°C]	$\alpha$ [°]	[A]							[W]	[V]	[mA]
T 25 R-5	500	125	25	100	70	100	180	250	1,5	3	60	2,5	20	50	20
T 25 R-6	600	125	25	100	70	100	180	250	1,5	3	60	2,5	20	50	20
T 25 R-7	700	125	25	100	70	100	180	250	1,5	3	60	2,5	20	50	20
T 25 R-8	800	125	25	100	70	100	180	250	1,5	3	60	2,5	20	50	20
50 A															
T 51	100	125	50	85	160	85	180	800		1,2	100	2,5	100	20 ÷ 1 000	50
T 52	200	125	50	85	160	85	180	800		1,2	100	2,5	100	20 ÷ 1 000	50
T 53	300	125	50	85	160	85	180	800		1,2	100	2,5	100	20 ÷ 1 000	50
T 54	400	125	50	85	160	85	180	800		1,2	100	2,5	100	20 ÷ 1 000	50
T 55	500	125	50	85	160	86	180	800		1,2	100	2,5	100	20 ÷ 1 000	50
T 56	600	125	50	85	160	85	180	800		1,2	100	2,5	100	20 ÷ 1 000	50
T 57	700	125	50	85	160	85	180	800		1,2	100	2,5	100	20 ÷ 1 000	50
T 58	800	125	50	85	160	85	180	800		1,2	100	2,5	100	20 ÷ 1 000	50
T 59	900	125	50	85	160	85	180	800		1,2	100	2,5	100	20 ÷ 1 000	50
T 510	1 000	125	50	85	160	85	180	800		1,2	100	2,5	100	20 ÷ 1 000	50
T 511	1 100	125	50	85	160	85	180	800		1,2	100	2,5	100	20 ÷ 1 000	50
T 512	1 200	125	50	85	160	85	180	800		1,2	100	2,5	100	20 ÷ 1 000	50
200 A															
T 201	100	125	200	85	450	85	180	4 000		3	300	15	300	50 ÷ 1 000	50
T 202	200	125	200	85	450	85	180	4 000		3	300	15	300	50 ÷ 1 000	50
T 203	300	125	200	85	450	85	180	4 000		3	300	15	300	50 ÷ 1 000	50
T 204	400	125	200	85	450	85	180	4 000		3	300	15	300	50 ÷ 1 000	50
T 205	500	125	200	85	450	85	180	4 000		3	300	15	300	50 ÷ 1 000	50
T 206	600	125	200	85	450	85	180	4 000		3	300	15	300	50 ÷ 1 000	50
T 207	700	125	200	85	450	85	180	4 000		3	300	15	300	50 ÷ 1 000	50
T 208	800	125	200	85	450	85	180	4 000		3	300	15	300	50 ÷ 1 000	50
T 209	900	125	200	85	450	85	180	4 000		3	300	15	300	50 ÷ 1 000	50
T 210	1 000	125	200	85	450	85	180	4 000		3	300	15	300	50 ÷ 1 000	50
T 211	1 100	125	200	85	450	85	180	4 000		3	300	15	300	50 ÷ 1 000	50
T 212	1 200	125	200	85	450	85	180	4 000		3	300	15	300	50 ÷ 1 000	50

# TIRISTOARE THYRISTORS

T 51 ... T 512

Fig. A. 4.1. Caracteristica  $I_{TM} = f(V_{TM})$  - valori maxime și tipice.

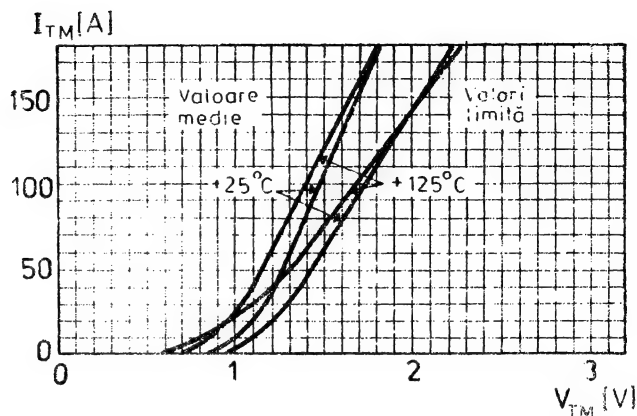


Fig. A. 4.2. Puterea maximă disipată  $P_{max}$  în funcție de curentul mediu redresat  $I_0$  pentru diferite unghiuri de conducție (montaj monofazat 50 Hz).

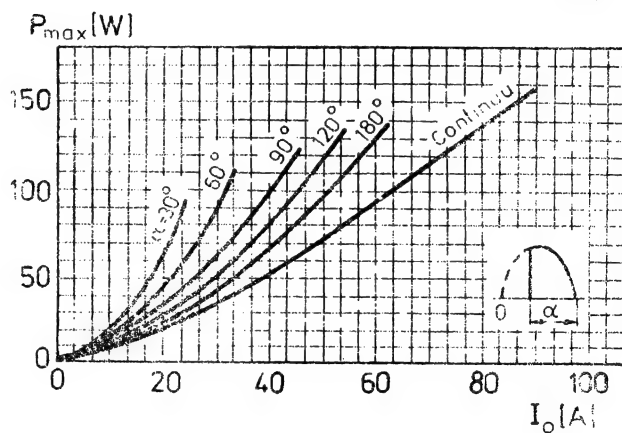
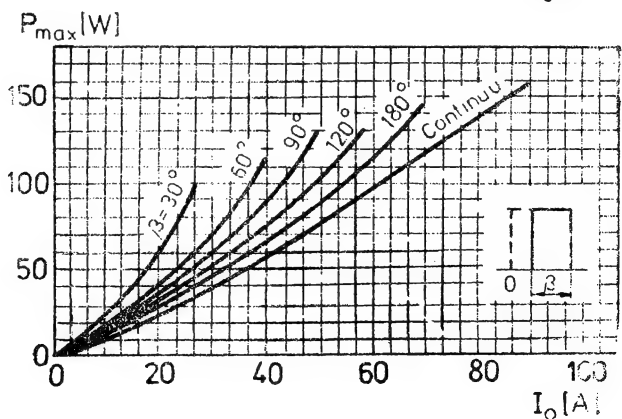


Fig. A. 4.3. Puterea maximă disipată  $P_{max}$  în funcție de curentul mediu  $I_0$  pentru diferite unghiuri de conducție ale curentului rectangular.



# TIRISTOARE THYRISTORS

T 201 ... T 212

Caracteristici provizorii

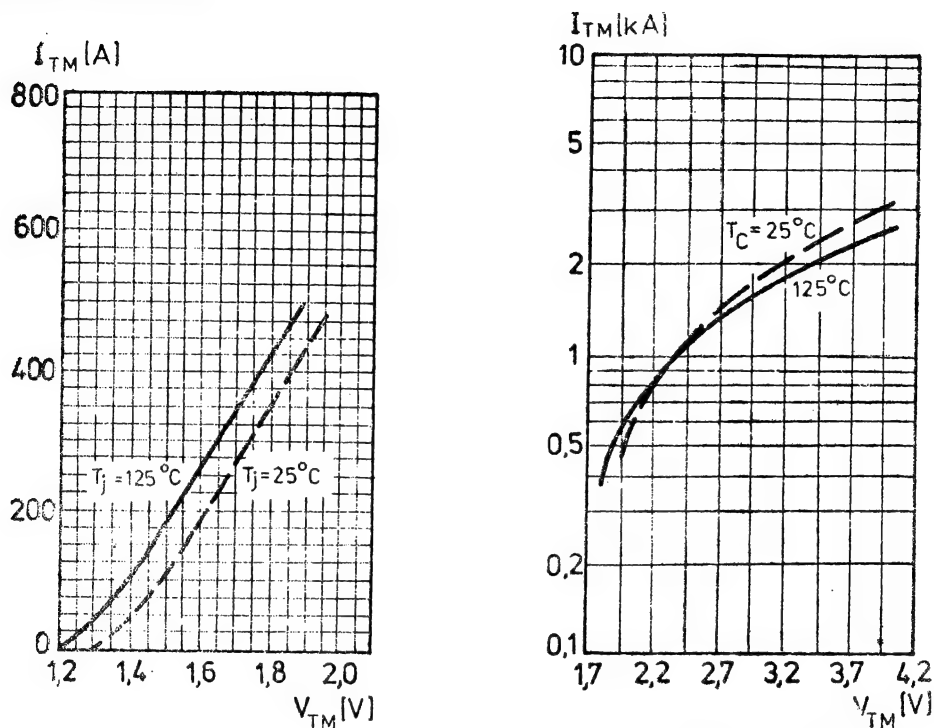


Fig. A. 4.4. Tensiunea de virf în stare de conducție  $V_{TM}$  în funcție de curentul de virf în stare de conducție.

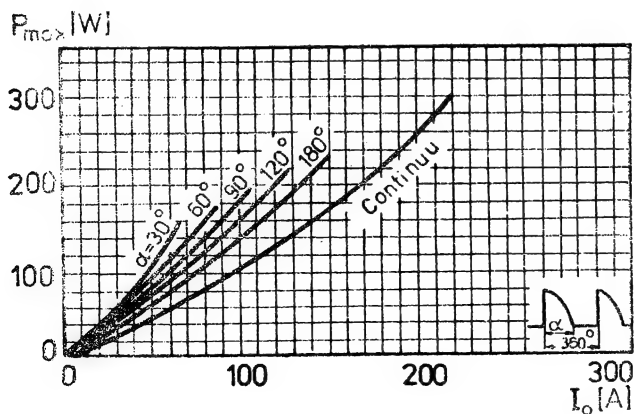


Fig. A. 4.5. Puterea maximă disipată  $P_{max}$  în funcție de curentul mediu redresat  $I_o$  pentru diferite unghiuri de conducție (montaj monofazat 50 Hz).

# TIRISTOARE THYRISTORS

T 201 ... T 212

Fig. A. 4.6. Puterea maximă disipată în funcție de curentul mediu redresat  $I_o$  pentru diferite unghiuri de conducție (frecvența 50 Hz).

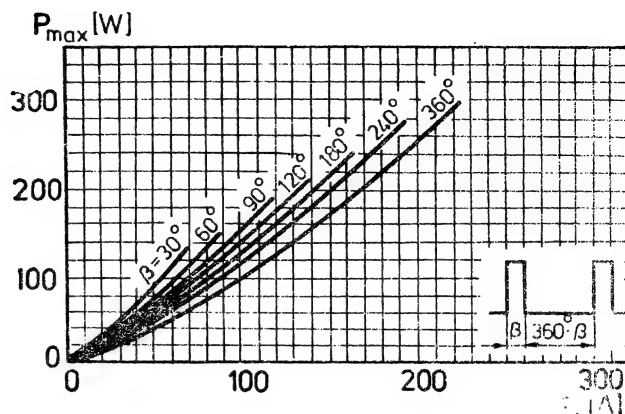


Fig. A. 4.7. Curentul mediu redresat  $I_o$  în funcție de temperatura capsulei  $T_c$  pentru diferite unghiuri de conducție.

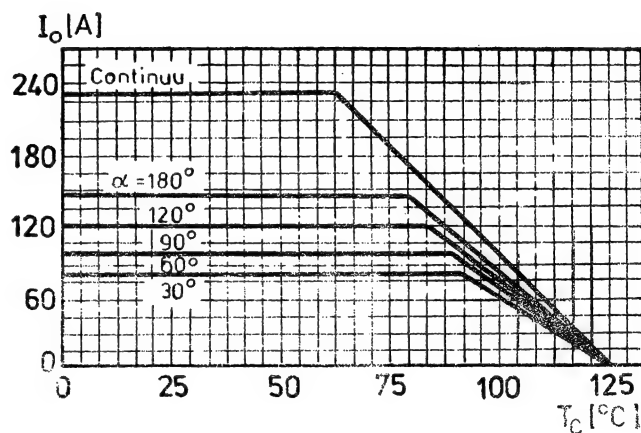
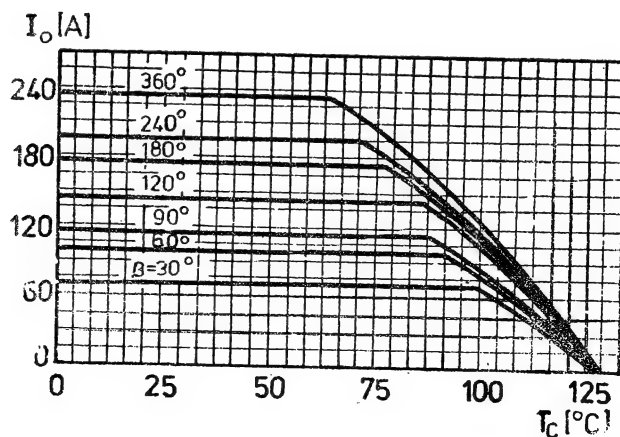


Fig. A. 4.8. Curentul mediu redresat  $I_o$  în funcție de temperatura capsulei  $T_c$  pentru diferite unghiuri de conducție.



# TIRISTOARE THYRISTORS

T 201 ... T 212

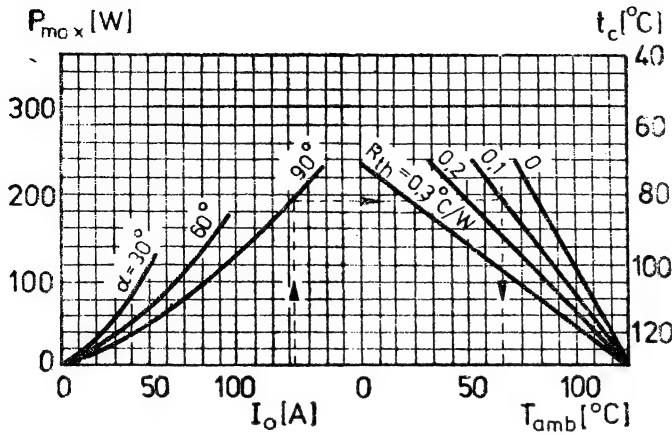


Fig. A. 4.9. Corelația între puterea maximă disipată  $P_{max}$  și temperaturile maxime admisibile  $T_c$  și  $T_{amb}$ .

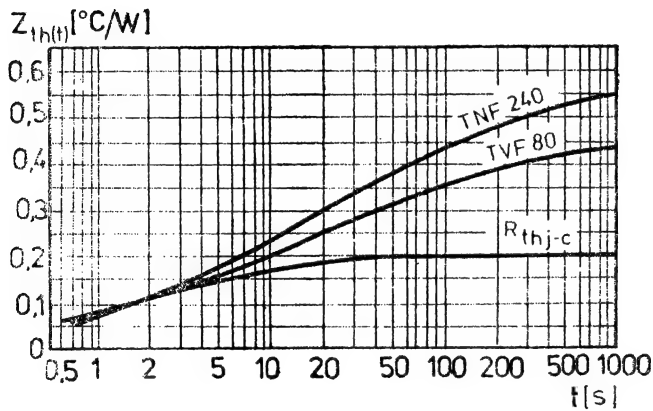


Fig. A. 4.10. Impedanța termică tranzitorie  $Z_{th}(t)$  în funcție de timp pentru dispozitivul singular sau montat pe radiator.

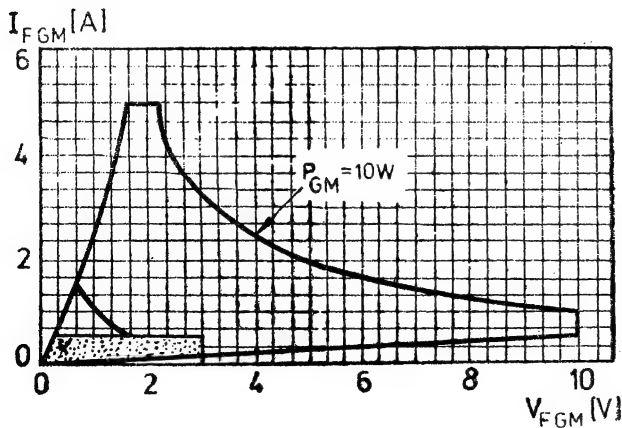


Fig. A. 4.11. Tensiunea directă de vîrf de poartă  $V_{FGM}$  funcție de curentul direct de vîrf de poartă  $I_{FGM}$ .

# TRANZISTOARE CU GERMANIU, MEDIE PUTERE, JOASĂ FRECVENȚA LOW FREQUENCY, GERMANIUM MEDIUM POWER TRANSISTORS

PNP

Tip/Type	Valori limită absolute/Maximum ratings				Caracteristici electrice/Electrical characteristics			
	V <sub>CE0</sub>	V <sub>CE0</sub>	I <sub>C</sub>	P <sub>tot</sub>	V <sub>CEsat</sub> /I <sub>C</sub>		f <sub>T</sub>	R <sub>thj-a</sub>
	[V]	[V]	[A]	[W]	[V]	[A]	[MHz]	[°C/W]
AD 152	45	23	1,5	6	0,5	1,5	0,9	8
AD 155	25	15	1,5	6	0,5	1,5	0,8	8

# TRANZISTOARE CU GERMANIU DE PUTERE, JOASĂ FRECVENȚA LOW FREQUENCY, GERMANIUM POWER TRANSISTORS

PNP

AD 130	32	30	3	30	0,4	3	0,25	1,5
AD 131	45	45	3	30	0,4	3	0,25	1,5
AD 132	80	60	3	30	0,4	3	0,25	1,5
AD 149	50	30	3	30	0,4	3	0,3	1,5
ASZ 15	100	60	10	45	0,4	10	0,2	1,5
ASZ 16	60	32	10	45	0,4	10	0,25	1,5
ASZ 17	60	32	20	45	0,4	10	0,22	1,5
ASZ 18	100	60	10	45	0,4	10	0,22	1,5
AUY 31	60	35	6	45	0,4	6	0,2	1,5
AUY 32	80	60	6	45	0,4	6	0,2	1,5
EFT 212	30	—	3	30	—	—	0,2	1,5
EFT 213	40	30	3	30	0,4	2	0,2	2
EFT 211	60	40	3	30	0,4	3	0,2	2
EFT 250	70	60	3	30	0,4	3	0,2	2

# TRANZISTOARE CU SILICIU PENTRU APLICAȚII DE COMUTAȚIE RAPIDĂ SILICON TRANSISTORS FOR SWITCHING APPLICATIONS

NPN

Tip/Type	Valori limită absolute Maximum ratings						Caracteristici electrice Electrical characteristics							
	V <sub>CBO</sub> [V]	V <sub>CEO</sub> [V]	V <sub>EBO</sub> [V]	I <sub>C</sub> [mA]	P <sub>tot</sub> [mW]	T <sub>j</sub> [°C]	V <sub>CEsat</sub> /I <sub>C</sub> [V] [mA]	$h_{21E}/I_C/V_{CE}$ [mA] [V]	f <sub>T</sub> [MHz]	t <sub>on</sub> [ns]	t <sub>off</sub> [ns]			
BSX 12	25	12	4	1 000	600	200	0,7	1 000	30—120	300	0,5	450	15	25
BSX 21	120	80	5	100	300	175	0,7	4	20	4	3	60	—	—
BSX 51	25	25	5	200	300	175	0,3	50	75—225	2	4,5	150	70	550
BSX 51 A	50	50	7	200	300	175	0,3	50	75—225	2	4,5	150	70	550
BSX 51 B	60	60	7	200	300	175	0,3	50	75—225	2	4,5	150	70	550
BSX 52	25	25	5	200	300	175	0,3	50	180—540	2	4,5	150	70	550
BSX 52 A	50	50	7	200	300	175	0,3	50	180—540	2	4,5	150	70	550
BSX 52 B	60	60	7	200	300	175	0,3	50	180—540	2	4,5	150	70	550
2N 706	25	—	3		300	175	0,15	10	60	10	1	450		550
2N 708	40	15	5		360	200	0,15	10	50	0,5	1	480		
2N 1613	75	50	7	500	800	200	1,5	150	40—120	150	10	60		
2N 1613 A	100	60	7	500	800	200	0,5	150	40—120	150	10	70		
2N 1711	75	50	7	500	800	200	1,5	150	100—300	150	10	70		
2N 1711 A	100	60	7	500	800	200	0,5	150	100—300	150	10	70		
2N 2217	60	30	5	800	800	175	1,6	500	17	10	10	200		
2N 2218	60	30	5	800	800	175	1,6	500	35	10	10	250		
2N 2218 A	75	40	6	800	800	175	1	500	35	10	10	250	35	285
2N 2219	60	30	5	800	800	175	1,6	500	75	10	10	250		
2N 2219 A	75	40	6	800	800	175	1	500	75	10	10	300	35	285
2N 2220	60	30	5	800	500	175	1,6	500	17	10	10	200		



2N 2221	60	30	5	800	500	175	1,6	500	35	10	10	250	35	285
2N 2221 A	75	40	6	800	500	175	1	500	35	10	10	250	35	285
2N 2222	60	30	5	800	500	175	1,6	500	75	10	10	250		
2N 2222 A	75	40	6	800	500	175	1	500	75	10	10	300	35	285
2N 2368	40	15	4,5	200	360	200	0,25	10	20 ÷ 60	10	1	400	12	15
2N 2369	40	15	4,5	200	360	200	0,25	10	40 ÷ 120	10	1	500	12	18
2N 2369 A	40	15	4,5	200	360	200	0,2	10	40 ÷ 120	10	1	500	12	18
SF 127	66	30	7	500	600	175	0,5	150	18 ÷ 1120	50	2	100	550	1 300
SF 128	100	60	7	500	600	175	0,5	150	18 ÷ 1120	50	2	100	550	1 300
SF 129	120	80	7	500	600	175	0,5	150	18 ÷ 1120	50	2	100	550	1 300
PNP														
BSW 19	35	30	5	100	300	175	0,3	50	50 ÷ 120	50	1	150	150	800
BSW 21	25	25	5	200	300	175	0,5	50	75 ÷ 225	2	4,5	150		
BSW 21 A	50	50	5	200	300	175	0,5	50	75 ÷ 225	2	4,5	150		
BSW 22	25	25	5	200	300	175	0,5	50	180 ÷ 540	2	4,5	150		
BSW 22 A	50	50	5	200	300	175	0,5	50	180 ÷ 540	2	4,5	150		
BSX 35	6	6	4	200	360	200	0,55	50	15	50	1	500	25	25
BSX 36	40	40	5	500	360	200	0,3	50	40	10	10	100	40	100
2N 2904	60	40	5	600	800	200	1,6	500	35	10	10	200		
2N 2904 A	60	60	5	600	800	200	1,6	500	35	10	10	200	50	110
2N 2905	60	40	5	600	800	200	1,6	500	75	10	10	200		
2N 2905 A	60	60	5	600	800	200	1,6	500	75	10	10	200	50	110
2N 2906	60	40	5	600	400	200	1,6	500	35	10	10	200		
2N 2906 A	60	60	5	600	400	200	1,6	500	35	10	10	200	50	110
2N 2907	60	40	5	600	400	200	1,6	500	75	10	10	200		
2N 2907 A	60	60	5	600	400	200	1,6	500	75	10	10	200	50	110

TRANZISTOARE CU SILICIU DE JOASĂ FRECVENȚĂ, MEDIE PUTERE  
LOW FREQUENCY, MEDIUM POWER SILICON TRANSISTORS

NPN

Tip/Type	Valori limită absolute Maximum ratings					Caracteristici electrice Electrical characteristics						(T <sub>amb</sub> = 25°C)	
	V <sub>CEO</sub> [V]	V <sub>BE0</sub> [V]	I <sub>C</sub> [A]	P <sub>tot</sub> [W]	T <sub>j</sub> [°C]	V <sub>CEsat</sub> /I <sub>C</sub>		f <sub>T</sub> /I <sub>C</sub>		I <sub>CBO</sub> /V <sub>CE</sub>		h <sub>21E</sub> /I <sub>C</sub>	
						[V]	[mA]	[MHz]	[mA]	[nA]	[V]		[mA]
BD 135	45	5	1	6,5	150	0,6	500	50	50	100	30	40—250	150
BD 137	60	5	1	6,5	150	0,6	500	50	50	100	30	40—160	150
BD 139	80	5	1	6,5	150	0,6	500	50	50	100	30	40—160	150
PNP													
BD 136	-45	-5	-1	6,5	150	-0,6	500	50	-50	100	-30	40—250	-150
BD 138	-60	-5	-1	6,5	150	-0,6	500	50	-50	100	-30	40—160	-150
BD 140	-80	-5	-1	6,5	150	-0,6	500	50	-50	100	-30	40—160	-150

TRANZISTOARE CU SILICIU DE JOASA FRECVENTA, DE PUTERE  
LOW FREQUENCY, POWER SILICON TRANSISTORS

NPN

Tip/Type	Valori limită absolute; Maximum ratings						Caracteristici electrice; Electrical characteristics					
	$V_{CE0}$ ( $V_{CBO}$ )	$V_{EBO}$	$I_C$	$P_{tot}$	$T_j$	$R_{thj-c}$	$V_{CEsat}/I_C$		$b_{21E}/I_C$		$f_T$	
	[V]	[V]	[A]	[W]	[°C]	[°C/W]	[V]	[A]		[A]	[MHz]	
BD 233	45	5	2	25	150	5	0,6	1	25	1	3	
BD 235	60	5	2	25	150	5	0,6	1	25	1	3	
BD 237	80	5	2	25	150	5	0,6	1	25	1	3	
2N 5490	40	5	7	50	175	2,5	1	3,5	20—100	2	0,8	
2N 5492	55	5	7	50	175	2,5	1	3,5	20—100	2	0,8	
2N 5494	40	5	7	50	175	2,5	1	3,5	20—100	2	0,8	
2N 5496	70	5	7	50	175	2,5	1	3,5	20—100	2	0,8	
2N 3055	60	7	15	117	200	1,5	1,1	4	20—70	4	0,8	
2N 3055/1	30	7	15	117	200	1,5	1,5	4	20—70	3	0,8	
2N 3055/2	30	7	15	117	200	1,5	1,5	4	10—70	3	0,8	
2N 3055/3	60	7	15	117	200	1,5	1,5	4	20—70	3	0,8	
2N 3055/4	20	7	15	117	200	1,5	1,5	4	30—70	3	0,8	
2N 3055/5	20	7	15	117	200	1,5	1,5	4	14	4	0,8	
2N 3055/6	60	7	15	117	200	1,5	1,1	4	15—70	4	0,8	
2N 3055/7	60	7	15	117	200	1,5	1,1	4	14—70	3	0,8	
2N 3055/8	60	7	15	117	200	1,5	1,1	4	70	4	0,8	

Tabel (continue)

Tip/Type	Valori limită absolute/Maximum ratings						Caracteristicile electrice/Electrical characteristics				
	$V_{CEO}$ ( $V_{CBO}$ )	$V_{EBO}$	$I_C$	$P_{tot}$	$T_j$	$R_{thj-c}$	$V_{CEsat}/I_C$		$h_{21E}/I_C$		$f_T$
	[V]	[V]	[A]	[W]	[°C]	[°C/W]	[V]	[A]		[A]	[MHz]
2N 3055/9	45	7	15	117	200	1,5	1,1	4	14-70	3	0,8
2N 3055/10	45	7	15	117	200	1,5	1,1	4	70	4	0,8
SDT 9202	80	12	15	117	200	1,5	1,1	4	20-70	4	0,8
SDT 9203	100	12	15	117	200	1,5	1,1	4	20-70	4	0,8
SDT 9204	120	12	15	117	200	1,5	1,1	4	20-70	4	0,8
SDT 9205	45	12	15	117	200	1,5	1,1	4	15-70	4	0,8
SDT 9206	60	12	15	117	200	1,5	1,1	4	15-70	4	0,8
SDT 9207	80	12	15	117	200	1,5	1,1	4	15-70	4	0,8
SDT 9208	100	12	15	117	200	1,5	1,1	4	15-70	4	0,8
SDT 9209	120	12	15	117	200	1,5	1,1	4	15-70	4	0,8
SDT 9210	30	5	15	117	200	1,5	1,1	2	15	2	0,8
KU 612	(120)	3	3	10	155	—	1	1	20-50	0,2	10
KUY 12	(210)	5	10	70	150	1,5	0,6	2	—	—	28

PNP

BD 234	-45	-5	-2	25	150	5	-0,6	1	25	-1	3
BD 236	-60	-5	-2	25	150	5	-0,6	1	25	-1	3
BD 238	-80	-5	-2	25	150	5	-0,6	1	25	-1	3

## BIBLIOGRAFIE

1. Balabanian, I., Bickart, T. *Teoria modernă a circuitelor*. Traducere din literatura americană, București, Editura tehnică, 1974.
2. Bulgakov, A. A. *Novaia teoria upravlenii viprevliteli*. Moskva, Iz. Nauka. 1970.
3. Csáki, Herman, Ipsits, Kárpáti, Magyar. *Teljesítmény elektronika*. Példatár. Budapest, Műszaki Könyvkiadó, 1975.
4. Dancea, I. *Programarea calculatoarelor numerice pentru rezolvarea problemelor cu caracter tehnic și de cercetare științifică*. Ed. Dacia, Cluj-Napoca, 1975.
5. Dewan, S. B., Straughen, A. *Power Semiconductor Circuits*. John Wiley and Sons. Inc. 1975, New York.
6. Harnden, D. L., Golden, B. F. *Power Semiconductor Applications*. New York, IEEE Press, 1972.
7. Kelemen, A., Imecs, M. *Mutatoare*. București, Editura Didactică și pedagogică, 1978.
8. Kelemen, A. *Accionări electrice*. București, Editura didactică și pedagogică, 1979.
9. Kelemen, A., Imecs, M. *Microprocessor-based speed control of converter fed asynchronous motor using the field-orientation principle for experimental purposes*. A 4-a Conferință Europeană de Electrotehnică „EUROCON”, Stuttgart, 1980.
10. Kelemen, A., Imecs, M. *Computer aided design for speed control of asynchronous motor drive using the field-orientation principle*. În: IEEE Press Winter Meeting, New York, 1980.
11. Kovács, K. P. *Analiza regimurilor tranzitorii ale mașinilor electrice*. București, Editura tehnică, 1978.
12. Matlac, I., Székely, I., Csernat, M. *Convertoare electrice*. Univ. Brașov, uz intern, 1975.
13. Marti, S. *Erőszármű elektronika*. Budapest, Műszaki Könyvkiadó, 1976.

14. Meyer, M. *Mutatoare cu comutație forțată*. Traducere din l. germană. București, Editura tehnică, 1970.
15. Möltgen, G. *Netzgeführte Stromrichter mit Thyristoren*. Siemens Aktiengesellschaft, 1970.
16. Simion, E. *Bazele electrotehnicii*. Editura didactică și pedagogică, București, 1978.
17. Titz, G. *Curs de mutatoare*. Uz intern, Institutul politehnic București, 1978.
18. Imecs, M. *Analysis and performances of the chopper-fed DC motor drives*. Proceedings de la a II-a Conferință Națională de Acționări Electrice, Cluj-Napoca, 16—17 mai 1980. Editat de IPCN, Facultatea de electrotehnică.